بسم الله الرحمن الرحيم

ډالۍ

زړه ته رانږدې مشرې لور ثریا نیلوفر جانې ته چې په انګلستان هېواد کې د ساینسي علومو محققه او مدرسه ده!

نوي رياضيات

8

دويمه درجه افادې

ليکوال: پيمان گردلو

ژباړنه: استاد پشتون گل رسولي

پته: آسمايي واټ، سعيد خپرنځی، کابل - افغانستان

اړيکه: 0707575935 او 0788100157

Email: Shirahmad_saedy@yahoo.com

کتاب پيژندنه

• **کتاب**: دويمه درجه افادې

• **ليکوال**: پيمان گُردلو

• **ژباړنه**: استاد پشتون گل رسولي

• **کمپوز او ډيزاين**: انجنيرمحمدافضل ذاکر او انجنير عبدالوهاب همت

• **علمي ايډيټ**: پوهاند ډاکټر محمد انور غوري

• **ژبنی ايډيټ**: انجنير عبدالباقي سلطاني

• **له اصل سره د فورمولونو پروف کتنه**: انجنيرعبدالوهاب همت، انجنير محمدافضل ذاکر، انجنير عبدالباقي سلطاني، انجنير تاج محمد جاهد، کاشف وردگ، وارث سمسور، اميد زرغون، عصمت وردگ، جاويد نعمتي

• **خپرندوی**: سعيد خپرنځی، • **چاپځای**: سعيد

• **شمېر**: 1000 ټوکه، • **چاپ وار**: لومړی، • **چاپ کال**: 1397 لمريز

• **کچه**: وزيری، • **صفحې**: 204 صفحې

بيه: **220** افغانی

د چاپ او خپراوي ټول حقوق: بيا ليکنه، چاپ، تکثير او کاپي د ژباړنې په اجازه له سعيد خپرنځي او زرغون څېړنې او ژباړې مرکز سره دي، په دې باب هر ډول بې اجازې تصرف قانوني څېړل کيږي.

یادښت

غرب یو مهال د طبیعي علومو ترجمه کوله او په دغه علمي حوزه کې یې ځکه پیداوار نه درلود، چې کلیسا د غربي فکر واګی په لاس درلـود، خلک یې له طبیعي څېړنو، معنوي افراطیت تـه قیـزه کـړي وو، حتـی د تجربي علومو له لورې نـوي عرضـه شـوي مفـاهیم بـه چـې د کلیسـا لـه موخو سره په ټکر کې وو، کتمان کېدل او څرګنـدونکي بـه یـې پـه عـام محضر کې وژل کیدل؛ یعنې د بکر فکر جرأت او په طبیعي علومـو کـې تصرف په مرګ منتهي کیده. د کلیسا مسـتبد فشـارونو خلـک پـه تنـګ کړل، چون فشار فاصلې له منځه وړي، نو د کلیسـا پـر وړانـدې مردمـي پووالی(انقلاب) رامنځته شو؛ د انسـاني علومـو یـو اصـل دی وایـي «هـر افراط تفریط او هر تفریط افراط زیږوي»، نو د کلیسا افراطي چلن باعث شـو چـې غـربي انسـان لـه دغـه علمـي انقـلاب (رنسـانس) وروسـته پـه معنویاتو کې له تفریطه کار واخلي او مادي برخه کې افراط وکړي.

افغانستان هم په طبیعي علومو کې چندان سابقه نلري، حتی په دغـه شق کې د سلکلن تاریخ مدعي نه ګڼـل کیـږي، ددې لپـاره چـې افغـان انسان په دغه علمي برخه کې موزون او غیرافراطـي ګامونـه واخـلي، نـو د ښاغلي احمدفهیمسپینغر په مشرۍ مـو پـه ۱۳۸۸ کـال کـې زرغـون د څېړنې او ژباړې مرکز ایجاد کـړ، د زرغـون لیـدلورۍ پـه افغانسـتان کـې د ساینس فرهنګ او زرغونې انرژۍ وده ده، چې د ساینسي کتـابونو، رسـالو او مقـالو ژبـاړل، پـه ساینسيـ موضـوعات څېړنـې کـول، د سـیمینارونو او کنفراسـونو تـدویرل مـو کـاري لومړیتوبونـه وو، مـوږ لـس ګونـه ساینسيـ کتابونـه وژبـاړل او لـه دې سره جوخـت مـو د افغانسـتان پـه تـاریخ کـې د لومړي ځل لپاره «افغان طبیعي علومو ټولنه» چې د افغـان سـاینسپوهانو لپاره د راټولیدلو ځای دی ایجاد کړه، هوډ لرو چې ددغه هلوځلو په پایلـه کې افغانستان د طبیعي علومو او تکنالوژۍ په تولید کې برخـه واخـلي او له مصرفـي حالتـه راووزي. لـه ټولـو هغـو فرهنګپـالو پـه ځـانګړي ډول لـه شیراحمد سعیدي، حـاجي نـذیر خروټـي او انجنیـر عبـدالباقي سـلطاني څخه مننه کوم چې فرهنګي چارو ته ځانګړې پاملرنه کوي.

انجنیرمحمدافضلذاکر

د زرغون څېړنې او ژباړې مرکز مشر

د ژباړنې خبرې

ستاسې مخې ته پروت کتاب د رياضي د لړۍ يوه کړۍ ده، د دغه يوويشت ټوکو لړۍ کتابونه په ترتيب عبارت دي له: سيټ، توان، الجبري افادې، الجبري مطابقتونه، د الجبري افادو تجزيه، جذر، لومړۍ درجه افادې، دويمه درجه افادې، نامساوات، د پولينومونو تقسيم، دکارتي هندسه، مثلثات۱، مثلثات۲، مطلقه قيمت، زينه‌يي تابع(صحيح جز)، لوګارتم، تابع، ليمټ، متماديت، مشتق او د مشتق کارونې څخه. دغه لړۍ د رياضي ټولو شايقينو ته ده چې په لوست سره يې په رياضي برخه کې هر ډول ستونزه حل کېدلی شي.

کابو ديرش کاله مې د رياضي او فزيک تدريس کړی، ډېری وخت بـه د ديپارټمنټ همکارانو راته کړل: «شاګردان په رياضي کې غبي دي، نه پوهيږو څه ورسره وکړو». په دې هکله له فکر وروسته مو درک کړه چې ستونزه په شاګردانو کې نه ده بلکې د دغه ستونزې لمن پراخه ده او نور ډېر فکټورونه په ځان کې لري. موږ شايد کله هم فکر نه وي کړی چې درسي نصاب څومره د زده کوونکو له اړتياوو سره سم جوړ دی؟ شايد پام مو نه وي شوی چې څرنګه درسي پلان جوړ کړو ترڅو له رياضي سره د زده کوونکو مينه زياته شي؟ شايد موږ معلمينو کله هم خپل سر ګريوان ته نه وي کړی او له ځانه مو نه وي پوښتلي چې ايا زما د تدريس طريقه سمه ده، که نه؟ نو بناً ويلی شو چې که شاګرد رياضي نشي- زده کولی بايد له شاګرد سره جوخت، درسي نصاب، درسي پلان او د خپل تدريس طريقه هم وارزوو.

رياضي هغه وخت ښه تدريس کېدلی شي چې د نصاب کارپوهان درسي نصاب د ښوونکو سره په مشوره او د شاګردانو له ورځنيو اړتياوو سره سم جوړ کړي. ښوونکي بايد درسي پلان او د تدريس طريقه د شاګردانو په خوښه وټاکي داسې نه خدای مه کړه له يوې خوا د رياضي محتوايي وچوالی او له بل لوري د ښوونکي نامناسبه درسي طريقه باعث شي ترڅو ابداً له رياضي څخه د شاګرد زړه تور شي. اصولاً په ټوله نړۍ کې دا باب دی چې د يوې برخې کارپوه په خپله کاري حوزه کې له کلونو کار وروسته په ليکلو يا ژباړلو پيل کوي. زه هم د رياضي او فزيک برخې د متقاعدې استادې په توګه هڅه کوم چې مناسب متنونه په رياضي او فزيک برخه کې را وژباړم ترڅو د درسي موادو له درکه د شاګردانو او ښوونکو ستونزه تر يوه بريده حل شي. د اوس لپاره خو د رياضي دغه لړۍ وګورئ، که عمر باقي و، نورې هڅې به هم کوو.

کاميابي مو غواړم

پشتون ګل رسولي

سریزه

له مهربان خدای څخه منندوی یم چې په ډېر صداقت، تمایل او پرته له ریا مې علم پالو کسانو ته یو څه خدمت وکړ.

هڅه مې کړې چې کتاب له گونگوالي او اغماضه خالي وي، خدای وکړي زموږ دا هڅه د علمي ټولنې د منلو وړ وگرځي.

د ټولو استادانو او په ځانگړي توگه د «نسل نو اندیش» خپرنځي مسؤل ښاغلي بېژن علیپور څخه مننه کوم چې په دې برخه کې یې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې وکړې، ارامه او کامیاب ژوند ورته غواړم.

پیمان گردلو

ژمی ۱۳۸۵

د دغه لړۍ په هکله څو خبرې

د پيمان گردلو، د رياضي مسلسل او مهم يوويشت ټوکه کتابونه په لاندې ډول دي:

1. سيټونه
2. توان
3. الجبري افادې
4. الجبري مطابقتونه
5. د الجبري افادو تجزيه
6. جذر
7. لومړۍ درجه افادې
8. دويمه درجه افادې
9. نامساوات
10. د پولينومونو تقسيم
11. دکارتي هندسه
12. مثلثات (لومړی ټوک)
13. مثلثات (دويم ټوک)
14. مطلقه قيمت
15. زينه‌يي تابع
16. لوگارتم
17. تابع
18. ليمټ
19. متماديت
20. مشتق
21. د مشتق کارونې

د رياضي دغه لړۍ د ښوونځيو لپاره د مرجع حيثيت لري او په رياضي برخه کې د لوړو زده کړو لپاره بنسټ جوړوي. په دې کتابونو کې ټول مباحث په خورا دقت او د جزئياتو په پام کې نيولو سره تر بحث لاندې نيول شوي او ټول موضوعات د بې ساري او بېلابېلو مثالونو په بيان سره بدرگه کېږي.

ددغه لړۍ ټول کتابونه گرانې خور استاد پشتون‌گل رسولي له فارسي څخه پښتو ته په پخو ادبياتو او خوږو عباراتو په برياليتوب سره ترجمه کړي. بې له شکه دا لوی کار د گران هېواد د ځوان نسل لپاره ستر خدمت او د وطن دوستۍ صريح نښه بلل کېږي.

د الله پاک څخه د استاد لپاره د نورو برياليتوبونو هيله من يم.

پوهاند ډاکټر محمدانور غوري

د کابل پوهنتون د رياضي پوهنځي رئيس

یادښت

تاریخ راته وایي چې هر ډول ټولنیز-اقتصادي تحول د مادي وسایلو له تحول سره کلک تړلی دی. بلخوا، غوښ اکثریت مادي تحولاتو کې فزیک فعاله ونډه لرلې ده، یعنې فزیک د معاصر انسان په نړۍلید کې اساسي نقش لوبولی.

هېڅ علم له فلسفې سره دومره اُرګانیکه اړیکه نلري لکه فزیک یې چې لري. پخوا زمانو کې به دیني حلقاتو ته منسوب بنيادمان د فزیک له ودې بېریدل، ځکه فزیک نړۍ هغسې معرفي کوي څرنګه چې ده. د هغه وخت دخلکو دغه بېره د فزیک په فلسفي بُعد دلالت کوي، اما په فزیک کې د نسبیت، کوانتم او سترینګ تیوري منځته راتلل په مطلق ډول فزیک د فلسفې د جز په توګه تائید کړ.

بالمقابل د فزیک د محصل په توګه په دې باوري یم چې په قاطع توګه د فزیک په وده کې ریاضي اساسي نقش درلودلی او لري یې. که موږ د فزیک هرې برخې ته ځېر شو نو ریاضي به پکې ووینو. ځکه د طبیعت ټول اجزاء یوه بل پورې اړوند دي او د اجزاوو دغه اړیکه د تابع په مرسته ښودل کېږي تابع او د تابع اجزاء(لیمت، مشتق او انتیګرال) د فزیک کُلیات جوړوي.

اوس که څوک د بشري تحول په هکله ګړابي نو باید د ریاضي-فزیک په نقش او کارکړو بلد وي، تر څو په سمه توګه د بشري ارتقا او اقتصادي-ټولنیزو مناسباتو وړاندوینې وکړلی شي. یا که څوک له فلسفي مباحثو سره مینه لري او فلسفه کې دننه تلل غواړي نو باید د ریاضي-فزیک په اساساتو پوه وي، کنه نو سفسطې به غږوي. یا که څوک د تکنالوژۍ ماهر کېدل غواړي نو باید چې ریاضي-فزیک ته په کمه سترګه ونه ګوري.

کله چې محصل وم په ساینس برخه کې د درسي وثایقو پسې به لالهانده وم. معتبرې علمي منابع به کمي یا اصلا نه وي ځکه خو مو د احمدفهیم سپین‌غر په مشرۍ په دغه علمي حوزه کې د یو لړ علمي کارونو د ترسره کولو هوډ وکړ. د دغو هڅو لړۍ دا ده نن د ریاضي برخې د دایره‌المعارف چاپېدو ته را ورسېدله. د ریاضي دغه جامع لړۍ چې ستاسې په لاس کې ده، آغلې استاد پشتون‌ګل رسولي ژباړلې، تر کومه ځایه چې مې ژباړه لوستې موزونه او متوازنه ده. اصل کتاب کې هم د موضوعاتو تسلسل تر ډېره رعایت شوی، خو له دې چې د دایره‌المعارف یا مرجع حیثیت لري، نو ځینې ځایونو کې ځینې موضوعات تر وخت د مخه هم راغلي. خو په ټوله کې دغه لړۍ ټولو زده کوونکو، محصلینو او د ریاضي مینه والو ته ګټوره تمامېدلی شي، ویې پېرئ، زده یې کړئ او ورزده یې کړئ.

تاسې جار شم

انجنیر مطیع الله هوتک

د افغان طبیعي علومو ټولنې مؤسس

۱۳۹۶-۱۲-۱۵ سه شنبه د شپې یوولس نیمې بجې

رياضي د علومو مبادي ده

هنر له کيفيت سره او علوم له کميت سره کار لري، يعنې کله کله يو فرد شعر نسبت يوه اوږد شعر ته ډېر تاثير لري، ځکه شعر هنر دی او په هنر کې اصل، کيفيت دی نه کميت. بالمقابل دوه ماليکوله هايدروجن له يوه ماليکول اوکسيجن سره يو ځای کېږي اوبه جوړوي، دلته بحث د اوکسيجن او هايدروجن د ماليکولونو پر کيفيت نه، بلکې پر کميت يې دی. يعنې له دريو ماليکولونو هايدروجن او څلور ماليکولونو اوکسيجن څخه هېڅکله اوبه نشو ترلاسه کولی. ځکه خو وايو هنريت له کيفيت او علميت له کميت سره تړاو لري او د کميت بيان يوازې د رياضي په مرسته شونی دی.

بناً کله چې د علومو اساس کميت وي او د کميت بيان د رياضي په مرسته ممکن وي، خود به رياضي د ټولو علومو مبادي ګڼل کېږي. رياضي ته ځکه د علومو مبادي وايي، چې پرته له هغې د نورو علومو حصول ناممکن دی. په انجنيرۍ کې د کانال ميل يا د سړک ميل د تانجانت په مرسته معلوموي او تانجانت د رياضي موضوع ده. په برق-فزيک کې وايي کله چې مقاومت زياتيږي، امپير کمېږي د امپير او مقامت دغه رابطه د معکوس تناسب په ذريعه ښودل کېږي او معکوس تناسب د رياضي مبحث دی. په کيميا کې غلظت مساوي کېږي په (د هايدروجن د شمېر-منفي لوګارتم)، لوګارتم هم د رياضی بحث دی. ان سوداګري هم د رياضي په مرسته کېږي، تخفيف، د ګټې فيصدي او کميشن د رياضي په مرسته معلوميږي. يعنې که يو انجنير په تانجانت نه وي پوه، ميل نشي معلومولی. همدارنګه که د فزيکپوه تناسب نه وي زده، د امپير او مقاومت اړيکه نشي ښودلی او که د کيمياپوه لوګارتم نه وي زده، غلظت نشي معلومولی. او يو سوداګر په حساب د نه پوهېدو له وجهې ممکن موفق سوداګر ونه اوسي.

اوس نو که څوک علومو ته لاسرسی غواړي، نو لومړی دی رياضي په اساسي توګه زده کړي. د رياضي د زده کړې لومړی شرط معتبرو منابعو ته لاسرسی دی، له نيکه بختـه ستاسې په لاس کې د رياضي دغه يوويشت ټوکه لړۍ چې آغلې استاد پشتون ګل رسولي، پښتو ژبې ته ترجمه کړې، متعلمينو او محصلينو ته د يوې مؤثرې او معتبرې مرجع په توګه واقع کېدلی شي. ارزو لرم، دغه لړۍ بار بار ولولۍ او مثالونه يې له ځانه سره تکراراً کار کړئ په دې توګه به مو د ټولو علومو الفبا زده کړې وي.

انجنيرغلامنقيبرسولي

د اوبو او برېښنا وزارت متقاعد انجنير

رياضي (د کائناتو ژبه)

څلور پېړۍ مخکې (1610 کال کې)، کله چې ګالیله څرګنده کړه چې ځمګه د لمر په چاپېر چورلي، نو د کايناتو ژبه يې رياضيکي ژبه وبلله او مثلثونه، دايرې او نور هندسي شکلونه يې د دې ژبې توري وبلل. ګاووس رياضيات "د علومو ملکه" بللې. په 2010 کې معاصر رياضيپوه، "پروفيسور ډيو سوټ وې" وويل: "يقيناً تلسکوپونه او مايکروسکوپونه، کتنې او تجربې يو نقش لري چې بايد و يې لوبوي، خو زه باور لرم چې د معاصر ساينس تر شا اصلي چلوونکې قوه رياضيات دي." د دې خبرو او د ورځني پديدو پر بنسټ ټول د رياضياتو پر اهميت پوهېږي او انکار ترې نشي کېدلی. خو پر دومره ستر اهميت سربېره موږ په دې برخه کې د نورو برخو په څېر تر هر څا خوار يو. ځکه نه په نورو ژبو پوهېږو او نه په خپلو ژبو کافي مواد لرو.

د پوهنتونونو د محصلينو تر ټولو ستره ستونزه له درسي موادو سره ده. کله چې محصل وم، تقريباً ټول کتابونه مو په انګلسي وو، خو زياتره محصلين يا خو په انګليسي نه پوهېدل يا خو ډېر کم پرې پوهېدل. دوی ته به تر ټولو ښه خبر دا و چې کوم چا به کوم درس وژباړه. له بلې خوا په نورو پوهنځيو کې ستونزه دا وه چې درسي مواد يې اصلاً د پوهېدلو وړ نه وو. درسي چپټرونه خو يا پخواني دي او يا هم په ډېر بې کيفيته ډول ليکل شوي يا ژباړل شوي دي. باور لرم که مو په خپلو ژبو کې با کيفيته درسي مواد لرلی، د لوړو زده کړو حالت به له اوسني هغه څخه په ځلونو غوره و.

لومړی ځل دی چې په رياضياتو او په ټوله کې د ساينس په برخه کې په دومره شمېر کتابونه ژباړل کېږي او خپرېږي، يو کال مخکې په ټول هېواد کې څه باندې سل کتابونه چاپ شوي وو چې زياتره يې د سياسي او ټولنيزو کتابونو ژباړې وې. دغه کتاب د رياضي د يووشتو کتابونو له سلسلې څخه يو کتاب دی، له دې ور هاخوا د دې کتابونو او د ژباړې په اړه يې ځينې ټکي شته دي، چې دا کتابونه له نورو څخه بېلوي. ټول کتابونه يوه لړۍ ده او يوه ليکوال ليکلې. ټول کتابونه ، يوې ژباړنې ژباړلي، چې پر رياضياتو او نورو ساينسي-مضمونو هم ښه برلاسی لري، کلونه کلونه يې تدريس کړي، او هم د ژباړې او ليکنې تجربه لري. د دې کتابونو د ژباړې په اړه مهمه خبره دا ده چې له دقيق ايډېټ او بيا کتنې وروسته يو ځای خپرېږي.

باور لرم چې دا کتابونه د ښوونځيو او کورسونو د زده کوونکو او د انسټيټونو او پوهنتونونو د محصلينو لپاره، په افغانستان کې غوره درسي مواد او د مطالعې لپاره د رياضياتو تر ټولو غوره کتابونه دي، او د رياضياتو په برخه کې د زده کوونکو ستونزې تر ډېره حلولی شي. دا کتابونه بايد هر افغان زده کوونکي او محصل ته ورسول شي. راځئ چې دا کتابونه تر هره کوره او تر هر ټولګي پورې ورسوو.

استاد پشتون ګل رسولي ته د دې ستر کار مبارکي وايم، الله د پوره صحت، اوږد عمر او د ساينس او ژباړې په برخه کې لا حوصله او توفيق ورکړي.

انجنير عبدالباقي سلطاني

لړلیک

سرلیک	مخګڼه

1) سریزه..1
2) د ناقص شکل لرونکو دویمه درجه معادلو حل..1
2−1) په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې $b=0$ فرض کو.....................1
2−2) په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې که $c=0$ وي......................2
2−3) په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې که $b=0$ وي......................2
3) د کامل شکل لرونکوو دویمه درجه معادلو حل..3
3−1) د مطابقتونو طریقه..3
3−2) د کامل مربع طریقه..3
3−3) b حکم..4
3−4) د b' حکم..6
4) د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادلې د ضریبونو او جذرونو ترمنځ اړیکه.........7
5) د معادلې له حل څخه پرته د دویمه درجې معادلو د حل له مخې د متناظرو افادو محاسبه......10
6) دویمه درجه سیستمونه..18
6−1) متناظر سیستمونه..18
6−2) غیر متناظر سیستمونه..19
6−3) د مجهولونو په نسبت متجانس سیستمونه..19
7) د a,b,c ضریبونو ځانګړې پایلې او اړوند ټکي یې..................................20
7−1) که په دویمه درجه معادله $a+b+c=0, ax^2+bx+c=0$ شي (د ضریبونو مجموعه صفر شي) د معادلې یو جذر $x_1=1$ او بل جذر یې $x_2=\frac{c}{a}$ دی....... 20
7−2) که په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې $b=a+c$ (د a او c ضریبونو مجموعه له b سره مساوی شی) یو جذر یې $x_1=-1$ او بل یې $x_2=-\frac{c}{a}$ دی....20
7−3) که د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجې معادلې یو جذر، k ځله له بل جذر څخه ستر وي لاندې مساوات تل صدق کوي..21
7−4) که په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې د x^2 ضریب یعنې a صفر لوري ته میل وکړي، په دې صورت کې د یوه مطلقه قیمت ∞ او بل جذر $\left(-\frac{c}{a}\right)$ لوري ته میل کوي.. 21

7 – 5) که په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې د x^2 ضریب یعنې a او د x ضریب یعنې b دواړه صفر لوري ته تقرب وکړي، دواړه x_1 او x_2 جذرونه ∞ ته تقرب کوي.. 23
8) د هغې دویمې درجه معادلې جوړول چې دواړه جذرونه یې معلوم وي.................. 25
9) د هغې دویمه درجې درجه معادلې جوړول چې یوازې یو چذریې معلوم وي................. 26
10) د هغه دوو اعدادو ټاکل چې د ضرب او جمعې حاصل یې معلوم وي..................... 26
11) له یوې فرضي معادلې څخه ځانګړو شرایطو له مخې د نوې دویمې درجې معادلې جوړول...... 26
12) په ځانګړو حالاتو کې د نویو دویمه درجه معادلو جوړول.............................. 28
13) د دوو $\begin{cases} ax^2+bx+c=0 \\ a'x^2+b'x+c'=0 \end{cases}$ معادلو ترمنځ د دوو ګډو جذرونو د لرلو شرط............... 30
14) د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجې معادلې حل او بحث.................................. 33
15) د دویمه درجه افادې د علامې ټاکل... 35
16) یو مجهوله دویمه درجه نامساوات... 38
16 – 1) سریزه.. 38
16 – 2) د یو مجهوله دویمه درجه نامساواتو سیستم..................................... 40
17) د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادلې له جذرونو سره د یو عدد (p) پرتله........... 41
18) د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادلې له جذرونو سره د دوو p,q اعدادو پرتله......... 42
19) د P,S په کارولو سره د دویمه درجې درې حده (ترینوم) تجزیه........................ 43
20) هغه معادلې چې په دویمه درجه معادلو د اوښتلو وړتیا لري............................ 44
20 – 1) دوه مجذوري (مربع) لرونکې معادلې.. 44
20 – 2) معکوسې معادلې.. 46
21) د دویمه درجې رابطې ګراف.. 48
21 – 1) سریزه.. 48
21 – 2) په عمومي حالت کې د پارابولا معادله.. 49
21 – 3) د $y=ax^2+bx+c$ معادلې راس او د تناظر خط....................................... 49
21 – 4) د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجې معادلې د جذرونو او د پارابولا د ګراف ترمنځ اړیکه.. 50
22) په دویمه درجه درې حده کې اکسترمم... 50

1. سریزه

د هرې دویمه درجه معادلې عمومي شکل په $ax^2+bx+c=0$ بڼه دی چې په هغه کې c,b,a حقیقي اعداد دي.

پام مو وي چې په پاسنۍ معادله کې $a\neq 0$ دی، ځکه که داسې نه وي دویمه درجه معادله په لومړۍ درجه معادله اوړي.

2. د ناقص شکل لرونکو دویمه درجه معادلې حل

مخکې له دې چې کامل شکل لرونکي دویمه درجه معادلې حل کړو، د ناقص شکل لرونکو دویمه درجه معادلو حل څېړو.

1−2) په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې $b=0$ فرضوو، نو

$$b=0\Rightarrow ax^2+(0)x+c=0$$
$$\Rightarrow ax^2+c=0$$
$$\Rightarrow ax^2=-c$$
$$\Rightarrow x^2=-\frac{c}{a}$$
$$\Rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

که c او a مختلف العلامه وي $-\frac{c}{a}>0$ دی او معادله دوه مختلف العلامه جذرونه لري.

مثال) لاندې ناقص دویمه درجه معادلې حل کړئ.

1) $2x^2-8=0$ 2) $-9x^2+27=0$

3) $4x^2+16=0$ 4) $3x^2-5=70$

5) $(x+1)^2-2x-2=0$

یادونه

$ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله په هغه صورت کې دوه مختلف العلامه جذرونه لري چې $b=0$ وي او a او c مختلف العلامه وي.

6 مثال) د m کومو قیمتونو ته $3x^2+(m^2-9)x+m+2=0$ معادله دوه مختلف العلامه جذرونه لري.

7 مثال) په $(m^2+1)x^2+(m^2-1)x+m^2+3m-2=0$ معادله کې د m کومو قیمتونو ته معادله دوه هم علامه جذرونه لري؟

2–2) په $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله کې که $c=0$ وي:

$$c=0\Rightarrow ax^2+bx+(0)=0$$
$$\Rightarrow ax^2+bx=0$$
$$\Rightarrow x(ax+b)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ ax+b=0\Rightarrow x=-\dfrac{b}{a}\end{cases}$$

يادونه) د دې لپاره چې د $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادلې يو ځواب تل صفر وي، بايد c ضريب مساوي په صفر وي.

7 **مثال)** لاندې ناقصې دويمه درجه معادلې حل کړئ.

8) $3x^2+18x=0$

9) $-2x^2-16x=0$

10) $4x^2-8x=0$

11) $(x+2)(x+3)=6$

12) $(2x-1)^2-(x-1)^2=0$

2–3) په $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله کې که $b=0$ وي

دوه ګونې جذرونه

$$if\quad b=0,c=0\Rightarrow ax^2+(0)x+(0)=0\Rightarrow ax^2=0\Rightarrow x^2=0\Rightarrow\left\{\begin{matrix}x=0\\x=0\end{matrix}\right\rangle x=0$$

1 يادونه) د دې لپاره چې $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله مضاعف جذرونه (چې دواړه جذرونه يې صفر وي) ولري بايد $b=c=0$ وي.

2 يادونه) که په دويمه درجه معادله کې $a=b=c=0$ وي معادله بې شمېره جذرونه لري:

$$(0)x^2+(0)x+0=0$$

يعنې د حقيقي اعدادو په حوزه کې هر عدد لپاره پاسنی مساوات صدق کوي.

مثال) لاندې ناقص دويمه درجه معادلې حل کړئ.

13) $3x^2=0$

14) $-\sqrt{5x^2}=0$

15**مثال)** د m او n کومو قيمتونو ته $7x^2+(m+n-5)x+(m-n+7)=0$ معادله دوه صفر جذرونه لري؟

3. د کامل شکل لرونکو دویمه درجه معادلو حل

3–1) د مطابقتونو طریقه

د لومړي، دویم او د ګډ حدونو مطابقت په ذریعه کولی شو ځینې دویمه درجه معادلې حل کړو.

لو مړی مطابقت: $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

دویم مطابقت: $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

د ګډ حد مطابقت: $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

مثال) لاندې دویمه درجه معادلې حل کړئ.

16) $x^2+6x+9=0$ 17) $25x^2+60x+36=0$

18) $x^2-8x+16=0$ 19) $9x^2-24x+16=0$

20) $x^2+5x+6=0$ 21) $x^2-3x-4=0$

3–2) د کامل مربع طریقه

$ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله فرضوو، په کامل مربع طریقه د دغه معادلې د حل لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \end{cases}$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

د دې لپاره چې د مساواتو کیڼ لوری کامل مربع شي، د x ضریب یعنې $\frac{b}{a}$ پر دوو تقسیموو، حاصل یې د 2 پر توان پورته کوو، ترلاسه شوی عدد د مساواتو دواړه خواوو ته ورزیاتوو. (د x ضریب د نیمایي مربع)

$$\frac{b}{a}\div 2=\frac{b}{a}\times\frac{1}{2}=\frac{b}{2a} \Rightarrow \left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

په دې صورت کې د مساوات کیڼ لوری تل یا لومړی مطابقت وي یا دویم ډوله مطابقت (خو په دې مسئله کې لومړی مطابقت دی):

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \xrightarrow{\text{جذر}} x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{2a}}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{2a}}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

مثال) لاندې دويمه درجه معادلې په کامل مربع طريقه حل کړئ.

22) $3x^2-x-2=0$ 23) $x^2-3x-4=0$ 24) $x^2+6x-187=0$

25) $3x^2+4x=15$ 26) $x^2-\frac{x}{6}=\frac{7}{6}$ 27) $x^2-12x+35=0$

28) $2x^2-5x-12=0$ 29) $5x^2+6x-8=0$ 30) $x^2-6x+9=0$

$(3-3$ b **حکم:**

که $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله په کامل مربع طريقه حل کړو، د دويمه درجه معادلې جذرونه په لاندې توګه محاسبه کيږي.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

په پاسنۍ طريقه د يادې معادلې حل ته د b حکم وايي.

په دې فورمول کې $\Delta=b^2-4ac$ ته د دويمه درجه معادلې **مبّين** وايي او پاسنی فورمول په ساده توګه $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ په پام کې نيسو.

په دې حالت کې:

1) که $\Delta>0$ وي $ax^2+bx+c=0$ معادله په لاندې توګه دوه حقيقي حذرونه لري:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2) که $\Delta=0$ وي، $ax^2+bx+c=0$ معادله دوه مساوي جذرونه لري (جذر يې مضاعف دی چې د $x=-\frac{b}{2a}$ پر اساس ترلاسه شوی).

وروستۍ معادله په لاندې توګه محاسبه کوو:

$$x_1=x_2=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\xrightarrow{\Delta=0}x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

يادونه. ددې لپاره چې يو دويمه درجه افاده، کامل مربع وي،بايد مضاعف جذر ولري، يعنې $\Delta=0$ وي.

3) که $\Delta<0$ وي $ax^2+bx+c=0$ معادله حقيقي جذر نلري، ځکه $\sqrt{\Delta}$ کله چې $\Delta<0$ وي، د حقيقي اعدادو په سيټ کې تعريف نلري.

مثال) لاندې دويمه درجه معادلې د b حکم له مخې حل کړئ.

31) $x^2+x-2=0$

32) $-3x^2+7x-4=0$

33) $5x^2-3x-8=0$

34) $x^2+2x+1=0$

35) $25x^2-30x+9=0$

37) $-7x^2+3x-2=0$

38) $7x^2-5x-2=0$

39) $(5x-3)(x-5)=(2x+5)^2+90$

40) $x+\frac{1}{x-3}=5$

41) $\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x+4}=1$

42) $\frac{5x-1}{x+1}=\frac{3x}{2}$

43) $\frac{3x-1}{4x+7}=1-\frac{6}{x+7}$

44) $\frac{x-5}{x-7}+\frac{x-7}{x-5}+2=0$

45) $bx^2-\left(a+b^2\right)x+ab=0$

46 **مثال)** د m کومو قیمتونو ته $A=x^2-2(m+2)x+12+m^2$ کامل مربع ده؟

47 **مثال)** که $(a+b)x^2+ax+1=0$ معادله $x=1$ مضاعف جذر ولري، $a+b$ ترلاسه کړئ.

48 **مثال)** د a او b قیمتونه داسې وټاکئ چې $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله 1 مضاعف جذر ولري.

49 **مثال)** ثبوت کړئ چې $\frac{1}{x-a}+\frac{2}{x-b}=1$ دویمه درجه معادله تل دوه جذرونه لري. $a\neq b$

50 **مثال)** که c,b,a ناطق اعداد وي ثبوت کړئ چې د $(a-b+c)x^2+2cx-(a-b-c)=0$ معادلې جذرونه ناطق دي.

51 **مثال)** د m کومو قیمتونو لپاره $x^2+m(m-1)x+36$ کامل مربع دی؟

52 **مثال)** ثبوت کړئ چې که $ax^2+bx+c=0$ معادله حقیقي جذرونه ولري $ax^2+bx+c+m(ax+b)=0$ معادله هم حقیقي جذرونه لري.

53 **مثال)** $x^2+ax+b=0$ معادله دوه حقیقي جذرونه لري، ثبوت کړئ د m کومو قیمتونو ته

لاندې معادله دوه حقیقي جذرونه لري.

$3x^2+2(a+m)+ma+b=0$

54 **مثال)** $(5a-1)x^2-(5a+2)x+3a-2=0$ معادله د a کومو قیمتونو ته مضاعف جذر لري؟

55 **مثال)** x^2-x-5 او y^2+3y+3 او $-z^2-5z-5$ پولینومونه د x او y او z کومو اعدادو ته مساوي قیمتونه ترلاسه کوي؟

56 **مثال)** د x ټول حقیقي قمتونه ترلاسه کړئ چې د هغوی لپاره $\frac{x}{x^2-5x-7}$ عبارت له صحیح عدد سره مساوي وي.

57 **مثال)** a او b او c صحیح او تاق اعداد دي. ثبوت کړئ چې $ax^2+bx+c=0$ معادله ناطق جذرونه لري.

58 **مثال)** ثبوت کړئ چې لاندې معادله د a او b او c حقيقي قيمتونو لپاره حقيقي جذرونه لري؟

$$f(x)=(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$$

59 **مثال)** ثبوت کړئ چې په $aa'=2(b+b')$ شرط سره لږ تر لږه يو له لاندې دوو معادلو څخه حقيقي جذرونه لري.

60 **مثال)** که د $\dfrac{x+3}{x^2+ax+b}$ کسر د تعريف حوزه $D=R-\{2\}$ وي a او b وټاکئ.

4 – 3) **د** b' **حکم**:

که په $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله کې b جفت وي، فرضاً $b=2b'$ نو دويمه درجه معادله کولی شو په نسبتاً ساده فورمول حل کړو:

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\xrightarrow{b=2b'}x=\frac{-2b'\pm2\sqrt{b'^2-ac}}{2a}$$

$$=\frac{2\left(-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}\right)}{2a}$$

$$=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

پايله:

په $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله کې که b جفت او $b=2b'$ وي c په دې صورت کې:

$$\Delta'=b'^2-ac\ ,\quad x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}$$

$\Delta'=b'^2-ac$ ته د دويمه درجې معادلې مبين وايي.

1يادونه) د Δ او Δ' ترمنځ $\Delta=4\Delta'$ رابطه موجوده ده:

$$\begin{cases}\Delta=b^2-4ac\\ \Delta'=b'^2-ac\ ,\ b=2b'\end{cases}$$

د نه منلو وړ

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(2b')^2-4ac$$
$$=4b'^2-4ac$$
$$=4\left(b'^2-ac\right)$$
$$=4\Delta'\Rightarrow\Delta=4\Delta'$$

2 **يادونه)**

د دويمه درجه معادلې د حقيقي جذرونو د شتون او يا نشتون لپاره ($ax^2+bx+c=0$, Δ يا Δ' يې) ترلاسه کوو، او درې حالتونه يې ارزوو:

1) که $\Delta'>0$ وي معادله دوه حقيقي جذرونه لري چې په لاندې توګه محاسبه کېږي:

$$x_1=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}\quad,\quad x_2=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$$

2) که $\Delta'=0$ وي، معادله دوه مساوي جذرونه (يو مضاعف جذر) چې له $x_1=x_2=\frac{-b'}{a}$ سره مساوي دی، لري.

$$x_1=x_2=\frac{-b}{2a}\xrightarrow{b=2b'}x_1=x_2=\frac{-2b'}{2a}\Rightarrow x_1=x_2=\frac{-b'}{a}$$

3) که $\Delta'<0$ وي معادلهٔ حقيقي جذر نلري.

مثال) لاندې دويمه درجه معادلې د b' حکم په ذريعه حل کړئ.

61) $x^2+4x+3=0$
62) $x^2+2x+1=0$
63) $x^3+6x+37=0$
64) $9x^2+6x+1=0$
65) $\sqrt{2}x^2-2\sqrt{3}x+\sqrt{2}=0$
66) $(m-2n)x^2-2mx+m+2n=0\,,n>0$

67 **مثال)** د m بيلابيلو قيمتونو لپاره د لاندې معادلې د جذرونو په شتون او نشتون بحث وکړئ.

$$mx^2-2(m-1)x+m+1=0$$

68 **مثال)** د m قيمت داسې وټاکئ چې لاندې معادله مضاعف جذر ولري، او وروسته يې مضاعف جذر محاسبه کړئ.

$$(m+3)x^2+2(3m+1)x+(m+3)=0$$

69 **مثال)** د m قيمت داسې وټاکئ چې د $(m+1)x^2-2mx+m-5=0$ معادلې يو جذر 2 وي، وروسته يې دويم جذر هم ترلاسه کړئ.

70 **مثال)** وښيئ چې $x^2-4bx+4b^2-a^2=0$ معادله د a او b ټولو قيمتونو ته ځواب لري او د معادلې ځوابونه ترلاسه کړئ. $(a>0)$

71 **مثال)** که n طبيعي عدد وي، د n، کومو قيمتونو ته د $A=n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^3=0$ افادې مجموعه پر 10 عدد د تقسيم وړتيا لري؟

4. د $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادلې د ضريبونو او جذرونو ترمنځ اړيکه

په $ax^2+bx+c=0$ د دويمه درجه معادله کې (a,b,c)، د دويمه درجه معادلې ضريبونه او (x_1,x_2) د معادلې حقيقي جذرونه دي.

د x_1 ، x_2 او a ، b ، c ترمنځ رابطې ته د معادلې د ضريبونو او جذرونو ترمنځ رابطه وايي.

د معادلې د جذرونو او ضريبونو ترمنځ اساسي رابطې په لاندې توګه دي:

$$\text{I) } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{II) } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\text{III) } |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\text{I) } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

ثبوت

$$if\ \ ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S = x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{\left(-b + \sqrt{\Delta}\right) + \left(-b - \sqrt{\Delta}\right)}{2a} \\ &= \frac{-2b}{2a} \\ &= -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

$$\text{II) } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

ثبوت

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P = x_1 \cdot x_2 &= \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \\ &= \frac{\left(-b + \sqrt{\Delta}\right)\left(-b - \sqrt{\Delta}\right)}{4a^2} \end{aligned}$$

$$=\frac{(-b)^2-\left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{4a^2}$$

$$=\frac{b^2-\Delta}{4a^2}$$

$$=\frac{b^2-\left(b^2-4ac\right)}{4a^2}$$

$$=\frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2}$$

$$=\frac{4ac}{4a^2}$$

$$=\frac{c}{a}$$

III) $|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

ثبوت

$$ax^2+bx+c=0\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\\ x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\end{cases}$$

$$|x_1-x_2|=\left|\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}-\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right|$$

$$=\left|\frac{-b+\sqrt{\Delta}-\left(-b-\sqrt{\Delta}\right)}{2a}\right|$$

$$=\left|\frac{-b+\sqrt{\Delta}+b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right|$$

$$=\left|\frac{2\sqrt{\Delta}}{2a}\right|$$

$$=\left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$$

$$=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

يادونه) وروستۍ يادونې ته په پام سره د دويمه درجه معادلې د دوو صحيح متوالي جذرونو د درلودلو شرط $b^2-4ac=a^2$ دی.

د دوو متوالی جذرونو شرط : $x_1-x_2=1 => \frac{\sqrt{\Delta}}{a}=1 => \sqrt{\Delta}=a => \Delta=a^2 => b^2-4ac=a^2$

72 **مثال)** $x^2+kx+8=0$ دويمه درجه معادله فرضوو، د k کومو قيمتونو ته د معادلې يو جذر د دغه معادلې د بل جذر مربع دی.

73 **مثال)** دويمه درجه معادله فرضوو، د k د کومو قيمتونو لپاره د معادلې د جذرونو ترمنځ $x_1+3x_2=7$ رابطه موجوده ده.

74 **مثال)** $x_1+x_2+x_1x_2=-1$ رابطه د دويمه درجه معادلې د جذرونو ترمنځ فرض شوې ده، د معادلې مضاعف جذر څو دی؟

75 **مثال)** که a د $x^2-4x+1=0$ معادلې يو جذر وي د $k=\frac{a^2}{a^2-8a+2}$ قيمت ترلاسه کړئ.

76 **مثال)** که د $x^2+bx+c=0$ معادلې جذر دوه صحيح متوالي اعداد وي، د ضريبونو ترمنځ يې کومه اړيکه موجوده ده؟

77 **مثال)** که د $(1+m)x^2+3x+1-m=0$ معادلې د دوو جذرونو تفاضل 2 وي، m ترلاسه کړئ.

78 **مثال)** α او β د $x^2-cx+d=0$ معادلې جذرونه دي او α د $x^2-ax+b=0$ معادلې مضاعف جذر دی، ثبوت کړئ چې $ac=2(b+d)$

79 **مثال)** که د $ax^2+bx+c=0$ معادلې جذرونو څخه يو يې د بل جذر د مجذور معکوس وي، د ضريبونو ترمنځ يې کومې اړيکې موجودې دي؟

80 **مثال)** که د دويمه درجه معادلې د جذرونو ترمنځ $x'x''+x'+x''=3$ رابطه موجوده وي، د معادلې مضاعف جذر ترلاسه کړئ.

81 **مثال)** په $x^2+px+q=0$ معادله کې جذرونه $\tan\alpha$ او $\tan\beta$ نوموو، که $\cos\lambda=\cos\alpha\cdot\cos\beta$ ولرو نو $\tan^2\lambda$ محاسبه کړئ؟

82 **مثال)** د m کومو قيمتونو ته د $x^2+x+m=0$ معادلې د جذرونو تفاضل له 2 سره مساوي دی؟

5. د معادلې له حل څخه پرته د دويمه درجه معادلو د حل له مخې د متناظرو افادو محاسبه

هره هغه افاده چې د دويمه درجه معادلې د جذرونو په نسبت متناظر وي، کولی شو د S او P له مخې يې بيان کړو.

لاندې هغه مهمې متناظرې افادې دي چې د دويمه درجه معادلې د جذرونو له مخې متناظرې دي، د S او P له مخې يې محاسبه کوو.

1) $x_1^2+x_2^2=S^2-2p$ 7) $x_1^4+x_2^4=(S^2-2p)^2-2p^2$

2) $x_1^{3}+x_2^{3}=S^3-3pS$

3) $x_1^{-2}+x_2^{-2}=\dfrac{S^2-2p}{p^2}$

4) $x_1^{-3}+x_2^{-3}=\dfrac{S^3-3ps}{p^3}$

5) $\left|x_1^{2}-x_2^{2}\right|=\left|\dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\cdot S\right|$

6) $\left|x_1^{3}-x_2^{3}\right|=\left|\dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\left(S^2-p\right)\right|$

8) $x_1^{-4}+x_2^{-4}=\dfrac{\left(S^2-2p\right)^2-2p^2}{p^4}$

9) $\left|x_1^{4}-x_2^{4}\right|=\left|\dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\cdot S\left(s^2-2p\right)\right|$

10) $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{S+2\sqrt{p}}$

11) $\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|=\sqrt{S-2\sqrt{p}}$

12) $\dfrac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}}+\dfrac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}=\dfrac{S}{\sqrt{p}}$

13) $\left|x_1-x_2\right|$

یادونه) په عمومي حالت کې که x_1 او x_2 د $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادلې جذرونه وي او $S_n=x_1^{n}+x_2^{n}$ وي په دې صورت کې:

$$aS_n+bS_{n-1}+cS_{n-2}=0$$

ثبوت

$$S_1=x_1^{1}+x_2^{1}$$
$$S_2=x_1^{2}+x_2^{2}$$
$$\vdots$$
$$S_n=x_1^{n}+x_2^{n}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړې خواوې له x^{n-2} سره ضربوو:

$$x^{n-2}\left(ax^2+bx+c\right)=0\times x^{n-2}\Rightarrow ax^2\cdot x^{n-2}+bx\cdot x^{n-2}+c\cdot x^{n-2}=0$$
$$\Rightarrow ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}=0$$

که x_1 او x_2 د دويمه درجه معادلې جذرونه وي بايد په پاسنۍ معادله کې صدق وکړي:

$$\begin{cases}ax_1^{n}+bx_1^{n-1}+cx_1^{n-2}=0\\ ax_2^{n}+bx_2^{n-1}+cx_2^{n-2}=0\end{cases}\Bigg\rangle\, a\left(x_1^{n}+x_2^{n}\right)+b\left(x_1^{n-1}+x_2^{n-1}\right)+c\left(x_1^{n-2}+x_2^{n-2}\right)=0$$

$$\Rightarrow aS_n+bS_{n-1}+cS_{n-2}=0$$

$$\Rightarrow a\left(S_n+\frac{b}{a}S_{n-1}+\frac{c}{a}S_{n-2}\right)=0$$

$$\Rightarrow S_n+\frac{b}{a}S_{n-1}+\frac{c}{a}S_{n-2}=0$$

$$\Rightarrow S_n - \left(-\frac{b}{a}\right)S_{n-1} + \frac{c}{a}S_{n-2} = 0$$
$$\Rightarrow S_n - qS_{n-1} + pS_{n-2} = 0$$
$$\Rightarrow S_n = qS_{n-1} - pS_{n-2}$$

پام مو وي چې $q = S_1 = x_1 + x_2$

مثلاً $x^2 - 5x + 2 = 0$, $S_4 = x_1^{\ 4} + x_2^{\ 4}$ ترلاسه کوو.

$$aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0 \Rightarrow 1S_4 - 5S_3 + 2S_2 = 0$$
$$\Rightarrow S_4 = 5S_3 - 2S_2$$
$$S_2 = x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = S_1^{\ 2} - 2p = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = \left(-\frac{-5}{1}\right)^2 - 2\left(\frac{2}{1}\right) = 21$$
$$S_3 = x_1^{\ 3} + x_2^{\ 3} = S_1^{\ 3} - 3pS_1 = 5^3 - 3(5)(2) = 95$$
$$S_4 = 5(95) - 2(21) = 433$$

وروستۍ بڼې ته په پام سره:

$$S_n = qS_{n-1} - pS_{n-2}$$
$$S_2 = qS_1 - pS_0$$
$$\left.\begin{cases} S_1 = x_1^{\ 1} + x_2^{\ 1} = q \\ S_0 = x_1^{\ 0} + x_2^{\ 0} = 1 + 1 = 2 \end{cases}\right\rangle S_2 = q \times q - p \times 2 = q^2 - 2p$$

څرنګه چې په دې فورمول کې له q څخه د S پر ځای کار اخلو، باید له S_n فورمول سره اشتباه نشي.

$$S_3 = qS_2 - pS_1$$
$$\left.\begin{matrix} S_2 = q^2 - 2p \\ S_1 = x_1^{\ 1} + x_2^{\ 1} = q \end{matrix}\right\rangle S_3 = q\left(q^2 - 2p\right) - pq = q^3 - 3pq$$

مثال) لاندې متناظرې افادې د S او P له جنسه ترلاسه کړئ.

1) $x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2}$

ځواب)

$$x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$
$$= S^2 - 2p$$

2) $x_1^{\ 3} + x_2^{\ 3}$

ځواب)

$$x_1^{\ 3} + x_2^{\ 3} = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2\,(x_1 + x_2)$$
$$= S^3 - 3ps$$

3) $x_1^{-2} + x_2^{-2}$

ځواب)

$$x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

$$= \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$$

$$= \frac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1 \cdot x_2)^2}$$

$$= \frac{S^2 - 2P}{P^2}$$

4) $x_1^{-3} + x_2^{-3}$

ځواب)

$$x_1^{-3} + x_2^{-3} = \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$$

$$= \frac{x_2^3 + x_1^3}{x_1^3 \cdot x_2^3}$$

$$= \frac{x_1^3 + x_2^3}{(x_1 \cdot x_2)^3}$$

$$= \frac{S^3 - 3PS}{P^3}$$

5) $\left|x_1^2 - x_2^2\right|$

ځواب)

$$\left|x_1^2 - x_2^2\right| = \left|(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)\right|$$

$$= \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \cdot S\right|$$

6) $\left|x_1^3 - x_2^3\right|$

ځواب)

$$\left|x_1^3 - x_2^3\right| = \left|(x_1 - x_2)\left(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2\right)\right|$$

$$= \left| (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2) \right|$$

$$= \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} (S^2 - 2P + P) \right|$$

$$= \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} (S^2 - P) \right|$$

7) $x_1^4 + x_2^4 = (S^2 - 2P)^2 - 2P$

ځواب)

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2)^2 + (x_2^2)^2$$

$$= (S^2 - 2P)^2 - 2P^2$$

8) $x_1^{-4} + x_2^{-4}$

ځواب)

$$x_1^{-4} + x_2^{-4} = \frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4}$$

$$= \frac{x_2^4 + x_1^4}{x_1^4 \cdot x_2^4}$$

$$= \frac{x_1^4 + x_2^4}{(x_1 \cdot x_2)^4}$$

$$= \frac{(S^2 - 2P)^2 - 2P^2}{P^4}$$

9) $\left| x_1^4 - x_2^4 \right|$

ځواب)

$$\left| x_1^4 - x_2^4 \right| = \left| (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) \right|$$

$$= \left| (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) \right|$$

$$= \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \cdot S (S^2 - 2P) \right|$$

10) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

ځواب)

$$A=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\Rightarrow A^2=\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)^2$$
$$\Rightarrow A^2=x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}$$
$$\Rightarrow A^2=S+2\sqrt{P}$$
$$\Rightarrow A=\sqrt{S+2\sqrt{P}}$$
$$\Rightarrow \sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{S+2\sqrt{P}}$$

(11 $\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|$

ځواب)

$$A=\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|\Rightarrow A^2=\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2$$
$$\Rightarrow A^2=x_1+x_2-2\sqrt{x_1x_2}$$
$$\Rightarrow A=\sqrt{S-2\sqrt{P}}$$
$$\Rightarrow \left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|=\sqrt{S-2\sqrt{P}}$$

12) $\dfrac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}}+\dfrac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}$

ځواب)

$$\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}}+\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}=\frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1}\sqrt{x_2}}$$
$$=\frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1x_2}}$$
$$=\frac{S}{\sqrt{P}}$$

13) $\left|x_1-x_2\right|$

ځواب)

$$A=\left|x_1-x_2\right|\Rightarrow A^2=\left(x_1-x_2\right)^2$$
$$\Rightarrow A^2=x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}-2x_1x_2$$
$$\Rightarrow A^2=\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]-2x_1x_2$$
$$\Rightarrow A^2=S^2-4P\xrightarrow{A\geq 0}A=\sqrt{S^2-4P}$$

83 **مثال)** که په دغه معادله کې $x^2-3x-1=0$, $S_{10}=k$ شي، په دې صورت کې S_{30} ترلاسه کړئ.

مثال) $x^2-4x+1=0$ معادله فرض کړئ، د لاندې هرې افادې د جمعې حاصل د معادلې له حل پرته ترلاسه کړئ:

84) $A={x_1}^2-{x_2}^2$ 85) $B=\frac{1}{{x_1}^3}+\frac{1}{{x_2}^3}$

86) $C={x_1}^4+{x_2}^4$ 87) $D=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$

88 **مثال)** په $2\sqrt{2}x^2+3\sqrt{2}x-1=0$ دويمه درجه معادله کې که x_1 او x_2 د معادلې جذرونه وي، د ${x_1}^2+{x_2}^2$ حاصل ترلاسه کړئ.

89 **مثال)** که x_1 او x_2 د $x^2-4x+1=0$ معادلې جذرونه وي، د $\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|$ حاصل ترلاسه کړئ.

90 **مثال)** په $x^2-4x+2=0$ دويمه درجه معادله کې د $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}+\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ حاصل ترلاسه کړئ.

91 **مثال)** که x_1 او x_2 د $x^2-2x+m=0$ معادلې جذرونه وي د m کومو قيمتونو ته $\frac{1}{{x_1}^3}+\frac{1}{{x_2}^3}=2$. کېږي.

92 **مثال)** که د $ax^2+bx+c=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ $x_1-x_2+x_1x_2=0$ رابطه موجوده وي، ثبوت کړئ چې يو له جذرونو څخه مساوي پر $\frac{c-b}{2a}$ سره دی.

93 **مثال)** که x_1 او x_2 د $x^2-Sx+P=0$ معادلې جذرونه او $x_1>x_2$ وي، د $m{x_1}^2+n{x_2}^2$ افادې حاصل ترلاسه کړئ، $(S^2-4p\geq 0)$.

94 **مثال)** داسې دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې دجذرونو ترمنځ يې $\begin{cases}{x_1}^2+{x_2}^2-x_1x_2=7\\(x_1+x_2)(x_2+2)=20\end{cases}$ اړيکه وي.

95 **مثال)** که x_1 او x_2 د $x^2+5x-1=0$ معادلې جذرونه وي، د $B=\frac{{x_1}^3x_2+x_1x_2^3}{({x_1}^2+6x_1+3)({x_2}^2+6x_2+3)}$ عبارت حاصل ترلاسه کړئ.

96 **مثال)** که a او b د $x^2-5x-1=0$ معادلې جذرونه وي، د $A=\frac{a^2}{b+1}+\frac{b^2}{a+1}$ افادې مقدار ترلاسه کړئ.

97 **مثال)** که x_1 او x_2 د $x^2-4x-2=0$ معادلې جذرونه وي، د لاندې افادې حاصل ترلاسه کړئ.

$$A=\frac{{x_1}^4x_2+x_1{x_2}^4-3x_1x_2}{({x_1}^3-4x_1+3)({x_2}^3-4{x_2}^2+3)}$$

98 **مثال)** که α او β د $2x^2-4x-1=0$ معادلې جذرونه وي $(\alpha^3-2\alpha^2)(\beta^3-2\beta^2)$ ترلاسه کړئ.

99مثال) که x_1 او x_2 د $2x^2-3x-3=0$ دویمه درجه معادلې جذرونه وي د $A=(x_1-3)^2+(x_2-3)^2$ افادې مقدار ترلاسه کړئ.

100مثال) د m قیمت له $x^2-2x+m=0$ معادلې څخه داسې پیدا کړئ چې د جذرونو د تفاضل مجذور یې 16 وي.

101 مثال) $x^2-19x+9=0$ معادله په پام کې نیسو او د $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ او $x_1{}^3-x_2{}^3$ افادې عددي مقدار د معادلې له حل څخه پرته پیدا کړئ.

102 **مثال)** هغه دویمه درجه معادله ولیکئ چې دجذرونو ترمنځ یې $\begin{cases}x_1{}^2+x_2{}^2=5\\x_1x_2=2\end{cases}$ اړیکه موجوده وي.

103 **مثال)** a او b ضریبونه داسې ترلاسه کړئ چې د $x^2+ax+b=0$ معادلې د جذرونو تفاضل 4 او د جذرونو د مکعباتو تفاضل یې 208 وي

104 **مثال)** د a قیمت په $x^2-ax+a-1=0$ معادله کې داسې وټاکئ چې $x_1{}^2+x_2{}^2$ خپل تر ټولو کوچنی قیمت ولري.

105 **مثال)** په $x^2-3x+1=0$ معادله کې د $x_1x_2^{-2}+x_2x_1^{-2}$ قیمت د معادلې له حل پرته ترلاسه کړئ.

106 **مثال)** د m قیمت داسې وټاکئ چې د $x^2-mx+36=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{5}{12}$ رابطه موجوده وي او ضمناً جذرونه یې هم ترلاسه کړئ.

107 **مثال)** که x_1 او x_2 د $2x^2-3x-3=0$ معادلې جذرونه وي د معادلې له حل پرته د $\frac{x_1+3}{x_2+1}+\frac{x_2+3}{x_1+1}$ عددي قیمت ترلاسه کړئ.

108 **مثال)** $ax^2+(2a-1)x+2-a=0$ دویمه درجه معادله فرضوو، a داسې وټاکئ چې د جذرونو ترمنځ یې $\frac{x_1-1}{x_1+1}+\frac{x_2-1}{x_2+1}=\frac{1}{2}$ رابطه موجود وي.

109 **مثال)** که m او n د $x^2+ax+1=0$ معادلې جذرونه او r او S د $x^2+bx+1=0$ معادلې جذرونه وي، د $A=(m-r)(n-r)(m+s)(n+s)$ حاصل د a او b له جنسه ترلاسه کړئ؟

110 **مثال)** هغه دویمه درجه معادله ولیکئ چې د جذرونو ترمنځ یې $\begin{cases}x'x''+x'+x''-m=0\\x'x''-m(x'+x'')+10=0\end{cases}$ رابطه موجوده وي.

111 **مثال)** د یوه قائم الزاویه مثلث وتر 17 او د قائمې زاویې تفاضل یې 7 دی، د دوو قائمه اضلاعو طول یې محاسبه کړئ.

112 **مثال)** که α او β د $x^2-kx-k=0$ دویمه درجه معادلې جذرونه وي، ثبوت کړئ چې $\alpha^3+\beta^3+\alpha^3\beta^3\geq 0$ دی.

113 **مثال)** m داسې وټاکئ چې د $x^2+(2-m)x-(m+3)=0$ معادلې د جذرونو د مجموعې تر ټولو کوچنی ممکنه مقدار وي.

114 **مثال)** m او n طبيعي اعداد دي، ثبوت کړئ که د $x^2-m(n+1)x+m+n+1=0$ معادلې جذرونه طبيعي اعداد وي، په دې صورت کې $mn\leq 4$ دی.

115 **مثال)** که $a^2+a+1=0$ وي $a^{1370}+\frac{1}{a^{1370}}$ ترلاسه کړئ.

116 **مثال)** a او b مثبت اعداد دي، که د $x^2-ax+b=0$ معادلې جذرونه x_1 و x_2 ونوموو، $\sqrt[4]{x_1}+\sqrt[4]{x_2}$ محاسبه کړئ.

117 **مثال)** که α او β د $x^2+px+q=0$ معادلې جذرونه وي او γ او δ د $x^2+ax+b=0$ معادلې جذرونه وي، د $(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta)$ افادې حاصل د p ، q، a او b له جنسه ترلاسه کړئ.

118 **مثال)** که x_1 او x_2 د $x^2-6x+1=0$ معادلې جذرونه وي ثبوت کړئ چې $x_1^n+x_2^n$ صحيح عدد دی چې پر 5 د تقسيم وړتيا نه لري.

119 **مثال)** د t کومو قيمتونو ته د $x^2-(t-2)x+t^2-1=0$ معادلې د جذرونو د مربع مجموعه خورا لوی قيمت دی؟

120 **مثال)** په $x^2+px-\frac{1}{2p^2}=0$ معادله کې که x_2,x_1 يې جذرونه وي د $A=x_1^4+x_2^4$ افادې خورا کوچنی قيمت ترلاسه کړئ.

6. دويمه درجه سيستمونه

6-1) متناظر سيستمونه

په دې سيستمونه کې د $x+y$ د معلوموالي په صورت کې د xy حاصل ترلاسه کوو او يا د xy د معلوموالي په صورت کې د $x+y$ حاصل ترلاسه کوو، بيا په $x^2-Sx+P=0$ رابطه کې د P,S د معلوموالي په صورت کې x او y قيمتونه ترلاسه کوو.

مثال) لاندې سيستمونه حل کړئ.

121) $\begin{cases}x^2+y^2=25\\ xy=12\end{cases}$

122) $\begin{cases}x^3+y^3=7\\ x+y=1\end{cases}$

123) $\begin{cases}x^3+y^3=35\\ x^2-xy+y^2=7\end{cases}$

124) $\begin{cases}x^3+y^3=152\\ x^2y+xy^2=120\end{cases}$

125) $\begin{cases}x+xy+y=11\\ xy^2+x^2y=30\end{cases}$

126) $\begin{cases}\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=12\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}\end{cases}$

127) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3 \\ \frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{xz}=3 \\ \frac{1}{xyz}=1 \end{cases}$ 128) $\begin{cases} x^n+y^n=a \\ x^n y^n=b^n \end{cases}$

2 – 6) غیر متناظر سیستمونه

د څو مثالونو په حل کولو سره دا ډول سیستم معرفي کوو.

مثال) لاندې غیر متناظر سیستمونه حل کړئ:

129) $\begin{cases} x+2y=7 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$ 130) $\begin{cases} x-y=5 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=5 \end{cases}$

131) $\left.\begin{cases} xy^3=a^4 \\ x^3y=b^4 \end{cases}\right\rangle x^2=?$ 132) $\begin{cases} ax^n+by^n=c \\ xy=k,(k\neq 0) \end{cases}$

133 **مثال)** د a کومو قیمتونو ته $\begin{cases} 4x^2+y^2=8 \\ xy=a \end{cases}$ سیستم ځواب لري؟

3 – 6) د مجهولونو په نسبت متجانس سیستمونه

هغه سیستم ته د خپلو مجهولونو په نسبت متجانس ویل کېږي چې ټول شامل مجهولونه یې یو شان درجه ولري.

مثلاً $\begin{cases} ax^2+by^2+cxy=d \\ a'x^2+b'y^2+c'xy=d' \end{cases}$ سیستم د x او y په نسبت متجانس او دویمه درجه دی.

د متجانس سیستم د حل لپاره، $m=\frac{y}{x}$ فرض کېږي او په دوو معادلو کې $y=mx$ وضع کوو، دواړه معادلې د x له جنسه کېږي چې پر یوې او بلې له تقسیم څخه یې x حذف او m ترلاسه کېږي، وروسته بیا x او y مشخصوو.

134 **مثال)** $\begin{cases} x^2+y^2-xy=3 \\ y^2-x^2=3 \end{cases}$ سیستم حل کړئ.

135 **مثال)** په $\frac{\sqrt{ab}}{|a+b|}<\frac{1}{2m}$ شرط او له حل کولو پرته ثبوت کړئ چې $\begin{cases} ax^2+by^2=x-y \\ ax+by=m \end{cases}$ سیستم حقیقي جذرونه لري.

136 **مثال**) x او y د (II) $\begin{cases} x+y=P+qxy & \text{(I)} \\ 2x=S+tx^2 \\ 2y=S+ty^2 \end{cases}$ سیستم له معادلو څخه حذف کړئ او له x او y څخه خپلواکې رابطې ترلاسه کړئ.

7. د a,b,c ضریبونو ځانګړې پایلې او اړوند ټکي یې

$7-1$) که په دویمه درجه معادله کې $a+b+c=0, ax^2+bx+c=0$ شي (د ضریبونو مجموعه صفر شي) د معادلې یو جذر $x_1=1$ او بل جذر یې $x_2=\frac{c}{a}$ دی.

$$ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$$

ثبوت

$$a+b+c=0 \Rightarrow b=-a-c$$
$$ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{b=-a-c} ax^2+(-a-c)x+c=0 \Rightarrow ax^2-ax-cx+c=0$$
$$\Rightarrow (ax^2-ax)-(cx-c)=0$$
$$\Rightarrow ax(x-1)-c(x-1)=0$$
$$\Rightarrow (x-1)(ax-c)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \Rightarrow x=1 \\ ax-c=0 \Rightarrow ax=c \Rightarrow x=\frac{c}{a} \end{cases}$$

مثال) لاندې دویمه درجه معادلې حل کړئ.

137) $x^2-3x+2=0$

138) $4x^2-9x+5=0$

139) $19x^2-20x+1=0$

140) $(m-1)x^2-2mx+m+1=0$

$7-2$) که په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې $b=a+c$ (د a او c ضریبونو مجموعه له b سره مساوي شي) یو جذرې $x_1=-1$ او بل یې $x_2=-\frac{c}{a}$ دی.

$$if \quad ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-\frac{c}{a} \end{cases}$$

ثبوت

$$ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{b=a+c} ax^2+(a+c)x+c=0 \Rightarrow ax^2+ax+cx+c=0$$
$$\Rightarrow ax(x+1)+c(x+1)=0$$

$$\Rightarrow (x+1)(ax+c)=0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ ax+c=0 \Rightarrow ax=-c \Rightarrow x=-\dfrac{c}{a} \end{cases}$$

مثال) لاندې دويمه درجه معادلې حل کړئ.

141) $2x^2+5x+3=0$ 142) $4x^2-9x-13=0$

143) $-7x^2+2x+9=0$ 144) $(\cos^2\alpha)x^2+x+\sin^2\alpha=0$

145) $(\cos^4\alpha)x^2+\cos 2\alpha\cdot x-\sin^4\alpha=0$

3 – 7) که د $ax^2+bx+c=0$, دويمه درجه معادلې يو جـذر k ځلـه لـه بـل جـذر څخـه سـتر وي لاندې مساوات تل صدق کوي:

$$\frac{b^2}{ac}=\frac{(k+1)^2}{k}$$

ثبوت

فرضوو x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه دي او $x_2=kx_1$ وي:

$$\left.\begin{cases} x_2=kx_1 \\ x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \end{cases}\right\rangle x_1+(kx_1)=-\frac{b}{a} \Rightarrow x_1(1+k)=-\frac{b}{a} \Rightarrow x_1=\frac{-b}{a(k+1)}$$

$$x_2=kx_1 \Rightarrow x_2=\frac{-bk}{a(k+1)}$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a} \Rightarrow \left(\frac{-b}{a(k+1)}\right)\left(\frac{-bk}{a(k+1)}\right)=\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{b^2k}{a^2(k+1)^2}=c$$

$$\Rightarrow \frac{b^2k}{a(k+1)^2}=c$$

$$\Rightarrow b^2k=ac(k+1)^2$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{ac}=\frac{(k+1)^2}{k}$$

146 **مثال)** په $x^2-(m+1)x+2(m-2)=0$ معادله کې که $x_2=4x_1$ وي، m ترلاسه کړئ.

147 **مثال)** m داسې وټاکئ چې د $x^2-12x+3m+2=0$ ، معـادلې يـو جـذر د دويـم جـذر پنځـه چنده وي.

148 **مثال)** د m کومو قيمتونو ته د $x^2-3mx-1=0$ معادلې لومړی جذر د بل څلور چنده دی.

4 – 7) که په $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله کې د x^2 ضريب يعنې a صفر لوري تـه ميـل

وکړي، په دې صورت کې د يوه جذر مطلقه قيمت ∞ او بل جذر $\left(-\frac{c}{a}\right)$ لوري ته ميل کوي.

$$if\ \ ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{a\to 0} \begin{cases} |x_1| \to \infty \\ x_2 \to -\frac{c}{b} \end{cases}$$

ثبوت

لومړۍ طريقه:

$$ax^2+bx+c=0$$

$$if\ x=\frac{1}{y} \Rightarrow a\left(\frac{1}{y}\right)^2+b\left(\frac{1}{y}\right)+c=0 \Rightarrow \frac{a}{y^2}+\frac{b}{y}+c=0 \Rightarrow a+by+cy^2=0$$

$$if\ \ a\to 0 \Rightarrow by+cy^2 \to 0 \Rightarrow y(b+cy) \to 0 \Rightarrow \begin{cases} y\to 0 \\ b+cy \to 0 \Rightarrow cy \to -b \Rightarrow y \to -\frac{b}{c} \end{cases}$$

$$x=\frac{1}{y}$$

$$if\ \ y\to 0 \Rightarrow x_1 \to \pm\infty \Rightarrow |x_1| \to \infty$$

$$if\ \ y \to -\frac{b}{c} \Rightarrow x_2 \to \frac{1}{-\frac{b}{c}} \Rightarrow x_2 \to -\frac{c}{b}$$

دويمه طريقه:

$$1)\ \lim_{a\to 0} \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{-b-\sqrt{b^2-4ac}}$$

$$= \lim \frac{4ac}{2a\left(-b-\sqrt{b^2-ac}\right)} = -\frac{c}{b}$$

$$2)\ \lim_{a\to 0} \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2b}{0} = -\infty$$

∞ علامه د b د علامې له مخې ټاکل کېږي.

149 **مثال)** $(m^2-1)x^2+(m^2-5m+4)x+m+10=0$ دويمه درجه معادله فرض کړئ، m کوم عدد ته ميل وکړي تر څو د پاسنۍ معادلې يوازې يو عدد ∞ ته متمايل شي.

150 **مثال)** د a کومو قيمتونو ته د $0=(a^4-1)\ x^2-(a-1)x+a+1$ معادلې يو جذر ∞ ته ميل کوي؟

5 − 7) که په $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله کې د x^2 ضریب یعنې a او د x ضریب یعنې b دواړه صفر لوري ته تقرب وکړي، دواړه x_1 او x_2 جذرونه ∞ ته تقرب کوي.

$$if\ \ ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{a\to 0,b\to 0} \begin{cases} |x_1|\to\infty \\ |x_2|\to\infty \end{cases}$$

ثبوت

$$if\ \ ax^2+bx+c=0 \xrightarrow{a\to 0} \begin{cases} |x_1|\to\infty \\ x_2\to -\dfrac{c}{b} \end{cases}$$

$$if\ \ b\to 0 \Rightarrow x_2\to -\frac{c}{0} \Rightarrow x_2\to -\infty \Rightarrow |x_2|\to\infty$$

151 **مثال)** $(m^2-1)x^2+(m^2-5m+4)x+m+10=0$ دویمه درجه معادله فرض کړئ، m کوم عدد ته تقرب وکړي تر څو د معادلې دواړه جذرونه ∞ ته تقرب وکړي.

6 − 7) که په دویمه درجه معادله کې د دوو جذرونو ترمنځ ځانګړې رابطه موجوده وي مثلاً یو جذر یې د بل جذر مربع یا مکعب او یا جذر وي یا یو جذر یې د بل جذر n برابره وي یا n واحده له دویم جذر څخه ډېر او یا لږ وي یا....

معمولاً د دا شان مسئلو د حل لپاره، د جذرونو ترمنځ رابطه په فرض شوې معادله کې لیکو، نو د راکړل شوې معادلې سره به درې نورې رابطې ولرو، له دریو رابطو څخه د x_1 او x_2 جذرونو په حذفولو سره د پام وړ شرط ترلاسه کېږي.

152 **مثال)** د c,b,a ترمنځ کومه رابطه موجوده وي څو د $ax^2+bx+c=0$, معادلې یو جذر د دویم جذر له n ځله سره مساوي شي؟

153 **مثال)** د m کومو قیمتونو ته د $x^2-mx+16=0$ معادلې یو جذر د دویم جذر مکعب دی؟

154 **مثال)** له k څخه خپلواکه رابطه د $(k-3)x^2+(4k+5)x+2-k=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ ترلاسه کړئ.

155 **مثال)** که په $x^2-x-m^2=0$ دویمه درجه معادله کې x_1 او x_2 جذرونه او ${x_1}^2+x_1x_2=5$ وي m ترلاسه کړئ.

156 **مثال)** په $x^2-3x+m+1=0$ معادله کې که ${x_1}^2+x_1x_2=3$ وي m ترلاسه کړئ.

157 **مثال)** د m کومو قیمتونو ته د $x^2-4mx+27=0$ معادلې یو جذر د بل جذر مربع ده.

158 **مثال)** که $ax^2+2bx+c=0$ معادله دوه یو د بل معکوس جذرونه ولري، د ضریبونو ترمنځ یې اړیکه ترلاسه کړئ؟

159 **مثال)** د m قیمت داسې وټاکئ چې د $mx^2-2(m-2)x+m-3=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ $4(x_1+x_2)=7x_1x_2$ رابطه صدق وکړي. $(m\neq 0)$

160 **مثال**) د m مقدار داسې وټاکئ چې د $mx^2-2(m-1)x+m=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ $x_1+2x_2=3$ رابطه موجوده وي.

161 **مثال**) m داسې وټاکئ چې د $9x^2-18mx-8m+16=0$ معادلې د جذرونو نسبت 2 وي.

162 **مثال**) a حقيقي عدد داسې ترلاسه کړئ چې د $4x^2-15x+4a^3=0$ معادلې يو جذر د دويم جذر مربع وي.

163 **مثال**) د m قيمت داسې وټاکئ چې د $x^2-(3m+1)x+2m^2+m=0$ يو له جذرونو څخه څلور واحده له دويم جذر څخه يې ستر وي.

164 **مثال**) په $x^2-ax+4=0$، معادله کې د a قيمت داسې وټاکئ چې د جذرونو ترمنځ يې $x_1^{\ 2}=2x_2$ رابطه موجوده وي.

165 **مثال**) a داسې محاسبه کړئ چې د $(14a-1)x^2-2ax+1=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ $3x_1x_2=2x_1-x_2$ رابطه موجوده وي.

166 **مثال**) a داسې وټاکئ چې د $x^2-ax+6=0$ معادلې د جذرونو ترمنځ لاندې رابطه موجوده وي:

$$9x_1x_2^{\ 2}+3x_1^{\ 3}+9x_2x_1^{\ 2}+3x_2^{\ 3}=1029$$

167 **مثال**) د m قيمت ترلاسه کړئ په هغه صورت کې چې د $3x^2-mx+2=0$ معادلې د جذرونو د مربع تفاضل له $\frac{35}{9}$ سره مساي شي.

168 **مثال**) k داسې وټاکئ چې د $8x^2-(k-1)x+k-7=0$ معادلې جذرونه:

لومړی) يو له بله سره مساوي وي.

دويم) يو له بله سره متناظر وي.

درېيم) يو د بل معکوس وي.

څلورم) د معادلې د جذرونو ترمنځ له k څخه خپلواکه رابطه ترلاسه کړئ.

169 **مثال**) m داسې وټاکئ چې د $x^2+(m-2)x-(m+3)=0$ معادلې د جذرونو د مربع مجموعه د k له فرض شوي عدد سره مساوي شي. د k تر ټولو کوچنی قيمت وټاکئ او د k لپاره د معادلې جذرونه ترلاسه کړئ.

170 **مثال**) په $(a-1)x^2+(a+1)x+2=0$ دويمه درجه معادله کې a داسې وټاکئ چې د معادلې د جذرونو مجموعه د جذرونو د ضرب له حاصل سره مساوي شي.

171 **مثال**) د p او q ترمنځ بايد کومه رابطه موجوده وي، ترڅو د $x^2+px+q=0$ معادلې د جذرونو نسبت له m سره مساي شي؟

172 **مثال**) هغه شرط ترلاسه کړئ چې د $x^2+px+q=0$ دويمه درجه معادلې يو جذر k ځله د $x^2+rx+s=0$ معادلې له يوه جذر څخه ستر وي.

173 **مثال**) $x^2-(2m+1)x+m+1=0$ دويمه درجه معادله راکړل شوې. د m قيمت داسې وټاکئ چې:

1) د معادلې یو جذر مساوي په m وي.

2) د معادلې د دوو جذرونو معکوس مساوي په $\frac{34}{21}$ وي.

$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{19}{3}$ (3

$x_1-x_2=3$ (4

$x_1^3+x_2^3=9$ (5

6) د یوه جذر پنځه چنده د بل جذر له شپږ چنده سره مساوي وي.

8. د هغې دویمه درجه معادلې جوړول چې دواړه جذرونه یې معلوم وي

هغه دویمه درجه معادله چې x_1 او x_2 یې جذرونه وي، ته په پام سره له لاندې فورمول $\begin{cases} S=x_1+x_2 \\ P=x_1x_2 \end{cases}$

او رابطې څخه ترلاسه کېږي:

$$x^2-Sx+P=0$$

ثبوت

$$ax^2+bx+c=0\xrightarrow{\text{طرفین پر } a \text{ تقسیموو}}x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0\Rightarrow x^2-\left(-\frac{b}{a}\right)x+\frac{c}{a}=0$$

$$\Rightarrow x^2-Sx+P=0$$

مثال) هغه دویمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه یې په لاندې توګه تعریف شوي وي.

174) $x_1=2\quad,\quad x_2=3$

175) $x_1=m-\sqrt{m^2+3}\quad,\quad x_2=m+\sqrt{m^2+3}$

176) $x_1=2+\sqrt{4-a}\quad,\quad x_2=2-\sqrt{4-a}$

177) $x_1=\sqrt{5}-\sqrt{5-\sqrt{3}}\quad,\quad x_2=\sqrt{5}+\sqrt{5-\sqrt{3}}$

178) $x_1=\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}\quad,\quad x_2=\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$

179 **مثال)** د a حدود داسې وټاکئ چې $\begin{cases} x+y=4a \\ xy=8a \end{cases}$ سیستم ځواب ولري.

180 **مثال)** هغه دویمه درجه معادله جوړه کړئ چې د جذرونو ترمنځ یې $\begin{cases} (x_1+1)(x_2+1)=4 \\ \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2 \end{cases}$

رابطه موجوده وي.

181 **مثال)** هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې د جذرونو ترمنځ يې $\begin{cases} x_1x_2{}^2 + x_2x_1{}^2 = 6 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$ رابطه موجوده وي.

9. د هغې دويمه درجه معادلې جوړول چې يوازې يو جذر يې معلوم وي

د دويمه درجه معادلې د جوړولو لپاره چې يوازې يو جذر يې معلوم وي، هغه جذر له x سره مساوي کوو، وروسته دواړه خواوې د 2 په توان رفع کوو ترڅو معادله ترلاسه شي.

182 **مثال)** ناطق ضريب لرونکې دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې يو جذر يې $\sqrt{3}-2$ وي.

183 **مثال)** ناطق ضريب لرونکې دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې له جذرونوڅخه يو يې $(3-\sqrt{5})$ وي.

184 **مثال)** که د ناطق ضريب لرونکې دويمه درجه معادلې يو جذر $\sqrt{7-\sqrt{48}}$ وي معادله ترلاسه کړئ.

10. د هغه دوو اعدادو پيداکول چې د ضرب او جمعې حاصل يې معلوم وي

که دغه دوه اعداد x_1 او x_2 ونوموو، څرنګه چې $S = x_1 + x_2$ او $P = x_1x_2$ معلوم دي، نو دويمه درجه معادله د $x^2 - Sx + P = 0$ پر بنسټ جوړوو او له حل څخه يې x_1 او x_2 ترلاسه کوو.

185 **مثال)** د دوو اعدادو د ضرب حاصل (-1) او د جمعې حاصل يې (4) دی دغه اعداد ترلاسه کړئ.

11. له يوې فرضي معادلې څخه د ځانګړو شرايطو له مخې د نوې دويمه درجه معادلې جوړول

غواړو نوې دويمه درجه معادله جوړه کړو چې جذرونه يې د پخوانۍ دويمه درجه معادلې له جذرونو سره ځانګړې اړيکه ولري.

له لاندې دوو طريقو څخه ګټه پورته کوو:

I) د متناظرو افادو کارول

II) د فرض شوې رابطې او غوښتل شوې رابطې د جذرونو ترمنځ د رابطې رامنځته کول.

بايد پام مو وي چې په ځينو مسايلو کې لومړۍ طريقه او په ځينو کې يې دويمه طريقه اسانه وي

186 **مثال)** $x^2 - 2x - 3 = 0$ دويمه درجه معادله فرضوو، هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې

الف) د لومړۍ معادلې د جذرونو نيمايي وي.

ب) د پاسنۍ معادلې له جذرونو څخه دوه واحده ډېر وي.

ج) د پاسنۍ معادلې د جذرونو مربع وي.

187 **مثال)** هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې د $x^2 - 3x + 2 = 0$ معادلې د جذرونو مکعب وي.

188 **مثال)** هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې هريو جذر يې د $x^2 - 2x - 1 = 0$ معادلې د 4,

هر یوه جذر له درې چنده څخه 4 واحده کم وي.

189 **مثال)** هغه دویمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه یې د $mx^2-2x+1=0$ معادلې د جذرونو له تناظر څخه 5 واحده ډېر وي.

190 **مثال)** که x_1 او x_2 د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادلې جذرونه وي، هغه دویمه درجه معادله ولیکئ چې جذرونه یې $\dfrac{1}{ax_1+b}$ او $\dfrac{1}{ax_2+b}$ وي.

191 **مثال)** هغه دویمه درجه معادله ولیکئ چې هر یو جذر یې د $x^2-mx=0$ معادلې د جذرونو له درې چنده څخه 4 واحده لږ وي.

192 **مثال)** دوې $\begin{cases} x^2+px+q=0 & (\mathrm{I}) \\ x^2-p^2x+pq=0 & (\mathrm{II}) \end{cases}$ معادلې فرضوو، د p او q قیمتونه په هغه شرط ترلاسه کړئ چې د (II) معادلې هر یو جذر د (I) معادلې له جذرونو څخه یو واحد ډېر وي.

193 **مثال)** L مستقیم خط او A او B دوې نقطې د دې خط پر دواړو خواوو او په اړونده صفحه کې یې فرضوو، هغه دایره چې له A او B تیرېږي، له L خط څخه CD وتر بېلوي، د CD وتر تر ټولو کم طول څومره دی؟

په هغه حالت کې چې CD وتر تر ټولو لږ اوږدوالی ولري، څرنګه یې باید رسم کړو؟

194 **مثال)** درې عددونه چې یو هندسي تصاعد جوړوي، مجموعه یې د a مثبت عدد په اندازه ده، د دې دریو اعدادو تر ټولو لوړ او تر ټولو ټیټ د ضرب حاصل څومره دی؟

195 **مثال)** a ضلع لرونکې مربع فرضوو، د دې مربع د ننه یو مستطیل داسې فرضوو چې د مستطیل راسونه د مربع په څلورو ضلعو پراته وي او اضلاع یې د مربع له قطرونو سره موازي وي، د دې مستطیل حد اقل مساحت به څومره وي؟

196 **مثال)** د $ax^2+bx+c=0$ معادلې جذرونه x_1 او x_2 او د $a'x^2+b'x+c'=0$ معادلې جذرونه x_1' او x_2' نیسو، د معادلې له حل څخه پرته، دوې دویمه درجه معادلې ولیکئ چې د یوې معادلې جذرونه یې x_1+x_1' او x_2+x_2' او د بلې یوې یې x_1+x_2' او x_2+x_1' وي.

197 **مثال)** هغه دویمه درجه معادله جوړه کړئ چې د جذرونو ترمنځ یې $\begin{cases} x'^3\,x''^3=9 \\ x'^2+x''^2=5 \end{cases}$ رابطه موجوده وي.

12 په ځانګړو حالاتو کې د نويو دويمه درجه معادلو جوړول

1) که وغواړو داسې دويمه درجه معادله جوړه کړو چې جذرونـه يـې د $ax^2+bx+c=0$ معـادلې د جذرونو متناظر وي، اړينه ده b په $-b$ واړوو.

$$ay^2-by+c=0$$

ثبوت

$$y=-x\Rightarrow x=-y$$

$$ax^2+bx+c=0\xrightarrow{x=-y}a(-y)^2+b(-y)+c=0\Rightarrow ay^2-by+c=0$$

2) که وغواړو داسې دويمه درجه معادله جوړه کړو چې جذرونـه يـې د $ax^2+bx+c=0$ معـادلې د جذرونو معکوس وي، اړينه ده چې د a او c ځايونه بدل کړو:

$$cy^2+by+a=0$$

ثبوت

$$y=\frac{1}{x}\Rightarrow x=\frac{1}{y}$$

$$ax^2+bx+c=0\xrightarrow{x=\frac{1}{y}}a\left(\frac{1}{y}\right)^2+b\left(\frac{1}{y}\right)+c=0\Rightarrow\frac{a}{y^2}+\frac{b}{y}+c=0\Rightarrow cy^2+by+a=0$$

3) که وغواړو داسې دويمه درجه معادله جوړه کړو چې جذرونه يـې د $ax^2+bx+c=0$ معـادلې n چنده وي، نو اړينه ده چې د x ضريب له n سره او د c ثبوت عدد ضريب له n^2 سره ضرب کړو.

$$ay^2+b(n)y+c(n^2)=0$$

ثبوت

$$y=nx\Rightarrow x=\frac{1}{n}y$$

$$ax^2+bx+c=0\xrightarrow{x=\frac{1}{n}y}a\left(\frac{y}{n}\right)^2+b\left(\frac{y}{n}\right)+c=0\Rightarrow\frac{ay^2}{n^2}+\frac{by}{n}+c=0\Rightarrow ay^2+bny+cn^2=0$$

4) هغه دويمه درجه معادله چې جذرونه يې د $ax^2+bx+c=0$ معادلې له جذرونو څخه m واحده ډېر وي په لاندې توګه ده:

$$ay^2+(b-2am)y+am^2-bm+c=0$$

ثبوت

$$y=m+x\Rightarrow x=y-m$$

$$ax^2+bx+c=0\xrightarrow{x=y-m}a(y-m)^2+b(y-m)+c=0$$

$$\Rightarrow ay^2-2amy+am^2+by-bm+c=0$$

$$\Rightarrow ay^2+(b-2am)y+am^2-bm+c=0$$

5) هغه دويمه درجه معادله چې هر جذر يـې د $ax^2+bx+c=0$ معـادلې د جـذرونو مربـع وي، پـه

لاندې توګه ده:

$$a^2y^2+\left(2ac-b^2\right)y+c^2=0$$

ثبوت

$$y=x^2\Rightarrow x=\pm\sqrt{y}$$

$$ax^2+bx+c=0\xrightarrow{x=\pm\sqrt{y}}a\left(\pm\sqrt{y}\right)^2+b\left(\pm\sqrt{y}\right)+c=0\Rightarrow ay\pm b\sqrt{y}+c=0$$

$$\Rightarrow ay+c=\mp b\sqrt{y}$$

$$\Rightarrow (ay+c)^2=\left(\mp b\sqrt{y}\right)^2$$

$$\Rightarrow a^2y^2+2acy+c^2=b^2y$$

$$\Rightarrow a^2y^2+2acy+c^2-b^2y=0$$

$$\Rightarrow a^2y^2+\left(2ac-b^2\right)y+c^2=0$$

198 **مثال**) که x_1 او x_2 د $x^2+3x+k=0$ معادلې جذرونه وي، داسې دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې x_1+2x_2 او x_2+2x_1 وي.

199 **مثال**) $x^2-3x-1=0$ معادله فرضوو، که x_1 او x_2 د معادلې حقيقي جذرونه وي، نوې دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې $2x_1+3x_2-4$ او $2x_2+3x_1-4$ وي.

200 **مثال**) که x_1 او x_2 د $x^2-2x-9=0$ معادلې جذرونه وي، هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې x_1+2x_2 او x_2+2x_1 وي.

201 **مثال**) که x_1 او x_2 د $x^2+x-1=0$ معادلې جذرونه وي، هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې $\frac{1}{x_1+1}$ او $\frac{1}{x_2+1}$ وي.

202 **مثال**) که x_1 او x_2 د $3x^2-3x-2=0$ معادلې جذرونه وي، هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې $x_1{}^2+x_1x_2$ او $x_2{}^2+x_1x_2$ وي.

203 **مثال**) که د $(a+b)x^2-6x+b=0$ معادلې جذرونه د $2x^2+3x-1=0$ معادلې د جذرونو معکوس وي، a او b ترلاسه کړئ.

204 **مثال**) که د $x^2-mx+m-4=0$ معادلې هر يو جذر د $x^2-(k+2)x-k=0$ معادلې د هر يوه جذر نيمايي وي، k و m ترلاسه کړئ.

205 **مثال**) a او b داسې ترلاسه کړئ چې د $2x^2-(a+1)x+1=0$ معادلې جذرونه د $y^2-by+b-1=0$ معادلې د جذرونو معکوس وي.

206 **مثال**) که د $mx^2-(m-1)x+n=0$، معادلې هر يو جذر د $5x^2+3x-1=0$ معادلې د هر يوه جذر معکوس وي، د m او n قيمتونه ترلاسه کړئ.

207 **مثال**) که x_1 او x_2 د $x^2-mx+1=0$ معادلې جذرونه وي داسې دويمه درجه معادله جوړه

کړئ چې جذرونه يې $\alpha = x_1 + \dfrac{1}{x_1}$ او $\beta = x_2 + \dfrac{1}{x_2}$ وي.

208 **مثال)** که α او β د $x^2 - px + q = 0$ معادلې جذرونه وي، داسې دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې $\dfrac{\alpha}{\beta^2}$ ، $\dfrac{\beta}{\alpha^2}$ وي.

209 **مثال)** $x^2 - mx - m^2 = 0$ دويمه درجه معادله فرض کړئ که x_1 او x_2 يې جذرونه وي، هغه دويمه درجه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې $\dfrac{x_1}{x_2}$ ، $\dfrac{x_2}{x_1}$ وي.

210 **مثال)** که α او β د $x^2 - x - 3 = 0$ معادلې جذرونه وي د $(2-\alpha)^{-2} + (\beta - 2)^{-2} + (\alpha - 2)^{-2}$ حاصل ترلاسه کړئ.

211 **مثال)** که α او β د $ax^2 + bx + c = 0$ دويمه درجه معادلې جذرونه وي:

لومړی) هغه معادله جوړه کړئ چې جذرونه يې α^{-3} او β^{-3} وي.

دويمه) د $\alpha\beta^2 = 1$ په فرضولو سره ثبوت کړئ چې $a^3 + c^3 + abc = 0$ ده.

212 **مثال)** که په $x^2 + ax + b = 0$ معادله کې يو جذر د دويم جذر مربع وي ثبوت کړئ چې $b^2 - 3ab^2 + a^3b - b^3 = 0$ ده.

213 **مثال)** که په $ax^2 + bx + c = 0$ معادله کې يو جذر د دويم جذر د معکوس مربع وي $a^3 + c^3$ ترلاسه کړئ.

214 **مثال)** د m کومو قيمتونو ته $(m-8)x^2 - 4mx + 4m - 5 = 0$ معادله دوه يو د بل معکوس جذرونه لري.

215 **مثال)** که د $x^2 + px + q = 0$ معادلې هر يو جذر د $ax^2 + bx + c = 0$ معادلې د هر يوه جذر مربع وي، p د c, b, a له جنسه ترلاسه کړئ.

13. د دوو $\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ a'x^2 + b'x + c' = 0 \end{cases}$ معادلو ترمنځ د دوو ګډو جذرونو د لرلو شرط

که $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}$ وي په دې صورت کې پاسنۍ دوې دويمه درجه معادلې دوه ګډ جذرونه لري.

ثبوت

$$\begin{matrix} -a' \times \\ a \times \end{matrix}\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ a'x^2 + b'x + c' = 0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} -a'ax^2 - a'bx - a'c = 0 \\ aa'x^2 + ab'x + ac' = 0 \end{cases}$$

د پاسني سيستم د دوو رابطو له جمع کولو څخه پايله ترلاسه کوو چې:

$$(ab' - a'b)x + ac' - a'c = 0 \Rightarrow (ab' - a'b)x = a'c - ac' \Rightarrow x = \frac{a'c - ac'}{ab' - a'b}$$

پاسنی جذر په دواړو معادلو کې صدق کوي، په لومړۍ معادله کې یې وضع کوو:

$$a\left(\frac{a'c-ac'}{ab'-a'b}\right)^2+b\left(\frac{a'c-ac'}{ab'-a'b}\right)+c=0$$

$$\Rightarrow a\left(a'c-ac'\right)^2+b\left(a'c-ac'\right)\left(ab'-a'b\right)+c\left(ab'-a'b\right)^2=0$$

$$\Rightarrow a\left(a'c-ac'\right)^2+\left(ab'-a'b\right)\left[b\left(a'c-ac'\right)+c\left(ab'-a'b\right)\right]=0$$

$$\Rightarrow a\left(a'c-ac'\right)^2+\left(ab'-a'b\right)\left[ba'c-bac'+cab'-ca'b\right]=0$$

$$\Rightarrow a\left(a'c-ac'\right)^2+a\left(ab'-a'b\right)\left(b'c-bc'\right)=0$$

$$\Rightarrow a\left(a'c-ac'\right)^2=-a\left(ab'-a'b\right)\left(b'c-bc'\right)$$

$$\Rightarrow \left(a'c-ac'\right)^2=\left(ab'-a'b\right)\left(bc'-cb'\right)$$

وروستۍ رابطه هغه مهال موجوده ده چې $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ وي.

216 **مثال)** د a او b کومو قیمتونو ته $\begin{cases}2x^2-(a+3)x+b=0\\4x^2-(2b+4)x+3a-2=0\end{cases}$ دوې معـادلې دوه مسـاوي جذرونه لري؟

217 **مثال)** د a او b کومو قیمتونو ته $\begin{cases}ax^2+2x+b=0\\2x^2+x-1=0\end{cases}$ دوې معادلې دوه ګډ جذرونه لري؟

یادونه)

که پاسنۍ دوې معادلې یو ګډ جذر ولري، کولی شو دغه جـذر د دوو معـادلو تـرمنځ د دویمـه درجـه برخې په حذفولو سره لاسته راوړو: ښکاره ده چې دغه جذر په پاسنۍ هر یوه معادله کې صدق کوي.
په تولیزه توګه کولی شو په داسې توګه عمل وکړو:

فرضاً وغواړو $\begin{cases}ax^2+bx+c=0\\a'x^2+b'x+c'=0\end{cases}$ $(a,a'\neq 0)$ دوې معادلې یو ګډ جذر ولري. که دغه ګډ جذر λ وي په دواړو معادلو کې صدق کوي. سیستم نسبت دوو λ او λ^2 مجهول ته حل کوو:

$$\left.\begin{cases}a\lambda^2+b\lambda+c=0\\a'\lambda+b'\lambda+c'=0\end{cases}\right\rangle\begin{matrix}a'\times\\-a\times\end{matrix}\left.\begin{cases}aa'\lambda^2+ba'\lambda+a'c=0\\-aa'\lambda^2-ab'\lambda-ac'=0\end{cases}\right\rangle$$

$$\lambda\left(ba'-ab'\right)+a'c-ac'=0\Rightarrow\lambda\left(ba'-ab'\right)=ac'-a'c$$

$$\Rightarrow\lambda=\frac{ac'-a'c}{ba'-ab'}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{ca' - ac'}{ab' - ba'}$$

$$\Rightarrow \lambda^2 = \frac{bc' - cb'}{ab' - ba'}$$

$$if \quad \lambda^2 = \frac{bc' - cb'}{ab' - ba'} \Rightarrow \left(\frac{ca' - ac'}{ab' - ba'}\right)^2 = \frac{bc' - cb'}{ab' - ba'}$$

$$\Rightarrow (ca' - ac')^2 (ab' - ba') = (bc' - cb')(ab' - ba')^2$$

$$\Rightarrow (ca' - ac')^2 = (bc' - cb')(ab' - ba')$$

$$\Rightarrow (ca' - ac')^2 - (bc' - cb')(ab' - ba') = 0$$

$R = (ca' - ac')^2 - (bc' - cb')(ab' - ba') = 0$ افاده د دوو پاسنيو معادلو پايله نوموي او د دوو معادلو د ګډ جذر د موجوديت شرط $R = 0$ دی.

218 **مثال)** د m کومو قیمتونو ته $\begin{cases} 2mx^2 - 5x + 1 = 0 \\ mx^2 + 3x - 5 = 0 \end{cases}$ دوې معادلې ګډ جذر لري؟

219 **مثال)** که $a \neq 1$ وي د a کومو قیمتونو ته $\begin{cases} x^2 + ax + 1 = 0 \\ x^2 + x + a = 0 \end{cases}$ دوې معادلې يو ګډ جذر لري.

220 **مثال)** که $a > 0$ وي او $\begin{cases} x^2 + 2x + a = 0 \\ x^2 - x - 2a = 0 \end{cases}$ دوې معادلې يو ګډ جذر ولري، دغه جذر کوم دی؟

221 **مثال)** د a کومو قیمتونو ته $\begin{cases} x^2 + ax - 3 = 0 \\ x^2 - 3x + a = 0 \end{cases}$ دوې معادلې يو ګډ جذر لري.

222 **مثال)** $\begin{cases} x^2 + ax + bc = 0 \\ x^2 + bx + ac = 0 \end{cases}$ معادلې په یوه جذر او يوازې يو جذر کې مشترک دي، هغه دويمه درجه معادلې جوړې کړئ چې جذرونه يې مشترک نه وي.

223 **مثال)** لاندې سيستم د n مجهولونو $x_n, \ldots\ldots x_2, x_1$ سره په $a \neq 0$ شرط راکړل شوی.

$$\begin{cases} ax_1^{\,2} + bx_1 + c = x_2 \\ ax_2^{\,2} + bx_2 + c = x_3 \\ \quad\vdots \\ ax^2_{n-1} + bx_{n-1} + c = x_n \\ ax_n^{\,2} + bx_n + c = x_1 \end{cases}$$

دغه سیستم په کوم شرط ځواب نلري؟

په کوم شرط يوازې يو ځواب لري او په کوم شرط له يوه څخه زيات ځوابونه لري؟

14. د $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادلې حل او بحث

که پاسنۍ معادله دوه x_1 او x_2 جذرونه ولري او $(x_2>x_1)$ وي، د $\frac{c}{a}$ لپاره لاندې درې حالتونه په پام کې نيسو او د بېلابېلو مطرح شوو حالتونو په ذريعه، د دويمې درجې معادلې په حل او بحث پيل کوو:

$$1)\ if\ \ \frac{c}{a}<0$$

په دې صورت کې دويمه درجه معادله دوه حقيقي مختلف العلامه جذرونه لري $(x_1<0<x_2)$:

$$\text{I})\ -\frac{b}{a}>0\Rightarrow|x_2|>|x_1|$$

$$\text{II})\ -\frac{b}{a}=0\Rightarrow b=0\Rightarrow ax^2+c=0\Rightarrow ax^2=-c\Rightarrow x^2=-\frac{c}{a}\Rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$\text{III})\ -\frac{b}{a}<0\Rightarrow|x_1|>|x_2|$$

په (I) حالت کې د ستر جذر مطلقه قيمت د جذر له مطلقه قيمت څخه کوچنی دی.

په (II) حالت کې معادله دوه متناظر جذرونه لري.

په (III) حالت کې د کوچنی جذر مطلقه قيمت د ستر جذر له مطلق قيمت څخه لوی دی.

$$2)\ if\ \ \frac{c}{a}=0\Rightarrow c=0\Rightarrow ax^2+bx=0\Rightarrow x(ax+b)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ x=-\dfrac{b}{a}\end{cases}$$

په دې صورت کې دويمه درجه معادله تل يو له صفر سره مساوي جذر لري.

$$3)\ \ if\ \ \frac{c}{a}>0$$

په دې صورت کې حتماً د معادلې Δ يا Δ' محاسبه کوو:

$$\text{I})\ \ if\ (\Delta)\vee(\Delta')>0\Rightarrow\begin{cases}-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow x_2>x_1>0\\ -\dfrac{b}{a}<0\Rightarrow x_1<x_2<0\end{cases}$$

$$\text{II})\ \ if\ (\Delta)\vee(\Delta')=0\begin{cases}-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow x_1=x_2>0\\ -\dfrac{b}{a}<0\Rightarrow x_1=x_2<0\end{cases}$$

$$\text{III})\ if\ \ (\Delta)\vee(\Delta')<0$$

په (I) حالت کې چې Δ یا Δ' له صفر څخه لوی ده، که $-\frac{b}{a}>0$ وي، معادله دوه مثبت جذرونه لري او که $-\frac{b}{a}<0$ وي، معادله دوه منفي جذرونه لري.

په (II) حالت کې چې Δ یا Δ' مساوي په صفر ده، که $-\frac{b}{a}>0$ وي، معادله یو مثبت مضاعف جذر لري او که $-\frac{b}{a}<0$ وي، معادله یو منفي مضاعف جذر لري.

په (III) حالت کې چې Δ یا Δ' له صفر څخه کوچنۍ ده، معادله حقیقي جذر نلري.

لاندې ټکو ته پام وکړئ:

4) د دې لپاره چې د یوه معادلې جذر د بلې معادلې د جذر معکوس وي $\frac{c}{a}=1$ شرط اړین دی.

$$if\ \ \frac{c}{a}=1 \Rightarrow x_1x_2=1 \Rightarrow x_1=\frac{1}{x_2}$$

5) د دې لپاره چې د یوې معادلې جذر د بلې معادلې د جذر معکوس او (متناظر) وي $\frac{c}{a}=-1$ شرط اړین دی.

$$if\ \ \frac{c}{a}=-1 \Rightarrow x_1x_2=-1 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{x_2}$$

224 **مثال)** $(1-2x)^2=2x+m^2$ معادله د m بېلابېلو قیمتونو ته څو جذرونه لري؟

225 **مثال)** د m کومو قیمتونو ته $3x^2-5mx+m^2-4=0$ معادله دوه مختلف العلامه جذرونه لري؟

226 **مثال)** د a کومو قیمتونو ته $x^2-2ax+a+6=0$ معادله دوه منفي جذرونه لري؟

227 **مثال)** د a کومو قیمتونو ته $x^2-2ax+a=0$ معادله دوه مثبت جذرونه لري؟

228 **مثال)** که $ax^2+2x+a^2=0$ معادله دوه مختلف العلامه جذرونه ولري د a حدود ترلاسه کړئ.

229 **مثال)** د $-100x^2+x+57=0$ معادلې له حل کولو پرته د معادلې د جذرونو په موجودیت او علامه یې بحث وکړئ.

230 **مثال)** د $5x^2+35x+2=0$ معادلې له حل کولو پرته، د جذرونو په موجودیت اوعلامه یې بحث وکړئ.

231 **مثال)** د t قیمت داسې وټاکئ چې $x^2+4x+t+2=0$ معادله

لومړی) دوه معکوس جذرونه ولري.

دویم) دوه متناظر جذرونه ولري.

دریم) یو مضاعف جذر ولري.

څلورم) یو صفر جذر ولري.

پنځم) دوه منفي جذرونه ولري.

232 **مثال**) که n طبیعي عدد وي، په کوم شرط n^2+n+37 ، n^2+3n+9 دویمه درجه درې حده‌گان (ترینومونه) دواړه په هم مهاله توګه پر 49 د تقسیم وړتیا لري؟

233 **مثال**) تر ټولو کوچنی m طبیعي عدد ترلاسه کړئ چې د هغه لپاره $0.3<\left\{\sqrt{m}\right\}<\frac{1}{3}$. ولرو.

234 **مثال**) د x کومو ناطقو اعدادو ته $\log_2\left(x^2-4x-1\right)$ افاده له صحیح عدد سره مساوي ده؟ که $5+2^m$ ناطق عدد وي، x هم ناطق عدد دی او بالعکس یې.

235 **مثال**) که β,α د $x^2+3x-4m+8=0$ معادلې جذرونه وي، د m کومو قیمتونو ته $A(\alpha,\beta)$ نقطه په دویمه یا څلورمه ناحیه کې راځي؟

236 **مثال**) که $ax^2+b|x|+c=0$ معادله څلور حقیقي جذرونه ولري، د جذرونو د ضرب حاصل یې ترلاسه کړئ.

237 **مثال**) د a کومو قیمتونو ته $x^2-2x+\log_{\frac{1}{2}}a=0$ معادله حقیقي جذرونه لري؟

238 **مثال**) د m کومو قیمتونو ته $\frac{x(x-1)-(m+1)}{(x-1)(m-1)}$ معادله مضاعف جذر لري؟

239 **مثال**) د m کومو قیمتونو ته $\frac{x^2-bx}{ax-c}=\frac{m-1}{m+1}$ معادله دوه متناظر جذرونه لري؟

240 **مثال**) $x^2-4x+3|x-2|+4=0$ معادله څو جذرونه لري؟

15. د دویمه درجه افادې د علامې ټاکل

دویمه درجه ترینوم په عمومي توګه په $p=ax^2+bx+c$ شکل ښیو. لومړی p افاده په لاندې توګه مربع کوو:

$$p=ax^2+bx+c\Rightarrow p=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$$

$$\Rightarrow p=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)$$

$$\Rightarrow p=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

د p د علامې د ټاکلو لپاره $\Delta=b^2-4ac$ که مثبت، منفي یا صفر وي لاندې حالتونه به ولرو:

I) که $\Delta<0$ وي:

په $p=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ افاده کې $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ افاده تل مثبت ده او د

p علامه د ټولو حقيقي قيمتونو لپاره د a له علامې سره يوشان ده.

x	$-\infty$ $+\infty$
p	تل له a سره هم علامه ده

يادونه) كه $\begin{cases}\Delta < 0 \\ a > 0\end{cases}$ وي په دې صورت كې ترينوم د ټولو حقيقي قيمتونو لپاره مثبت او $p = ax^2 + bx + c > 0$ ده.

يادونه) كه $\begin{cases}\Delta < 0 \\ a < 0\end{cases}$ وي په دې صورت كې ترينوم د ټولو حقيقي اعدادو لپاره منفي او $p = ax^2 + bx + c < 0$ ده.

II) كه $\Delta = 0$ وي:

كه په $P = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$ افاده كې $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ شي په دې صورت كې $p = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ چې $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ پكې د $x = -\frac{b}{2a}$ لپاره مساوي په صفر او د x پاتې حقيقي قيمتونو ته مثبت دی، په پايله كې p تل له a سره هم علامه ده.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$P = ax^2 + bx + c$	له a سره هم علامه	0	له a سره هم علامه

يادونه) كه $\begin{cases}\Delta = 0 \\ a > 0\end{cases}$ وي په دې صورت كې درې حده (ترينوم) د $x = -\frac{b}{2a}$ لپاره مساوي په صفر دی او د x پاتې حقيقي قيمتونو ته مثبت دی.

يادونه) كه $\begin{cases}\Delta = 0 \\ a < 0\end{cases}$ وي په دې صورت كې درې حده (ترينوم) د $x = -\frac{b}{2a}$ لپاره مساوي په صفر دی او د x پاتې حقيقي قيمتونو ته منفي دی.

III) كه $\Delta > 0$ وي:

كه په $P = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$ افاده كې $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ وي، په دې حالت كې د P مزدوج مطابقت پر اساس په لاندې توګه تجزيه كوو:

$$P=a\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

$$\Rightarrow p=a\left(x+\frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

د افادې د علامې د ټاکلو لپاره P مساوي په صفر وضع کوو:

$$P=a\left(x+\frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\\[2mm] x_2=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\end{cases}$$

1) په $\Delta>0$, $a>0$ حالت کې(د $x_1>x_2$ په فرضولو سره)

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
a		+		+		+	
$x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}$		−		−	0	+	
$x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}$		−	0	+		+	
P		+	0	−	0	+	

2) په $a<0, \Delta>0$ حالت کې (د $x_1>x_2$ په فرضولو سره)

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
a		−		−		−	
$x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}$		−		−	0	+	
$x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}$		−	0	+		+	
P		−	0	+	0	−	

مطلب دا چې:

که $\Delta>0$ وي معادله دوه حقیقي جذرونه لري (که $x_1>x_2$ وي)، د دویمه درجه درې حده افادې د علامې د ټاکلو لپاره د لاندې جدول پر اساس عمل کوو:

x	$-\infty$	x_2		x_1	$+\infty$
$P=ax^2+bx+c$	له a سره هم علامه	0	د a مخالف العلامه	0	له a سره هم علامه ده

مثال) د لاندې دويمه درجه ترينوم علامې وټاکئ.

241) $P=x^2-3x+2$

242) $P=-3x^2+4x-1$

243) $P=4x^2+4x+1$

244) $P=-x^2-2x-1$

245) $P=x^2+x+1$

246) $P=-x^2+2x-4$

247 **مثال**) که $f(x)=ax^2+bx+c$ او $4ac-b^2>0$ وي، ثبوت کړئ چې $af(x)>0$.

248 **مثال**) که د هر x لپاره $f(x)=ax^2+2bx+c\geq 0$ وي ثبوت کړئ چې:

1) $ac-b^2\geq 0$ 2) $a\geq 0$ 3) $c\geq 0$

16. يو مجهوله دويمه درجه نامساوات

16-1) سريزه

د هر يو مجهوله دويمه درجه نامساوات عمومي شکل (کله چې ټول حدونه يې د نامساوات يوې خوا ته ولېږدوو) په لاندې يو نه يو ډول دی:

$ax^2+bx+c>0$

$ax^2+bx+c<0$

$ax^2+bx+c\geq 0$

$ax^2+bx+c\leq 0$

چې پکې $a\neq 0$ او a، b حقيقي اعداد دي.

د پاسنيو هر يو نامساواتو د حل موخه د هغه ټولو حقيقي اعدادو د سيټ ترلاسه کول دي چې د هغه لپاره نامساوات صدق کوي.

مثلاً د $ax^2+bx+c\leq 0$ نامساوات د حل لپاره لومړی د $P=ax^2+bx+c$ افادې علامه ټاکو، په جدول کې د P علامې له ټاکلو وروسته، منفي برخه او يا صفر د نامساوات د حل سيټ دی.

1 يادونه)

$$if\quad x^2\leq a^2\xrightarrow{\text{جذر}}|x|\leq a\Rightarrow -a\leq x\leq a$$

ثبوت

x	$-\infty$		$-a$		a		$+\infty$
$x^2-a^2\leq 0$		+	0	−	0	+	

$x^2\leq a^2\Rightarrow x^2-a^2\leq 0$

$x^2-a^2=0\Rightarrow x^2=a^2\Rightarrow x=\pm a$

$D=[-a,a]$

2 یادونه)

$$if\ \ x^2 \geq a^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

249 **مثال)** لاندې نامساوات حل کړئ.

249) $x^2+21>10x$ 250) $(x-1)^2 \leq 2x(x-1)$ 251) $x^2-x-12 \geq 0$

252) $x^2 \leq 8x$ 253) $x^2 \geq 36$ 254) $x^2<25$

255) $-x^2+x-2<0$ 256) $x^3-3x^2+3>x$ 257) $x^5+2 \leq 2x^3+x^2$

258) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+4x-2} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-3}$ 259) $x^4-11x^2+18<0$

260 **مثال)** که β او α د $x^2+3x-4m+8=0$ معادلې جذرونه وي، د m کومو قیمتونو ته $m(\alpha,\beta)$ نقطه په لومړۍ یا درېیمه ناحیه کې دي؟

261 **مثال)** که $n \in N$، وي $2n^2-27n+25<0$ نامساوات څو ځوابونه لري؟

262 **مثال)** د a حدود داسې وټاکئ چې د x ټولو قیمتونو لپاره $\frac{ax^2+2x+a-2}{2x^2+3x+2}>0$ ولرو.

263 **مثال)** ثبوت کړئ چې $(m-1)x^2-3mx+1-m=0$ معادله د m هر حقیقي قیمت ته دوه متفاوت جذرونه لري.

264 **مثال)** د k کومو حقیقي قیمتونو ته،$x^2+(k+2)x+k+2=0$ معادله دوه حقیقي متفاوت جذرونه لري؟

265 **مثال)** که د m ټولو قیمتونو ته $4x^2-2mx+4m^2 \geq 0$ وي، په دې صورت کې د m حدود ترلاسه کړئ.

266 **مثال)** که a او b او c د مثلث اضلاع وي، ثبوت کړئ چې $A=b^2x^2+(b^2+c^2-a^2)x+c^2$ افاده تل مثبت ده.

267 **مثال)** که a او b او c درې حقیقي اعداد وي، ثبوت کړئ د لاندې معادلې جذرونه تل حقیقي دي.

$$(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$$

268 **مثال)** ثبوت کړئ چې $(x-1)(x-3)+m(x-2)(x-4)=0$ معادله د m ټولو قیمتونو ته دوه حقیقي جذرونه لري.

269 **مثال)** ثبوت کړئ چې د $a\,(x^2-1)=(b-c)\,x$ معادلې جذرونه تل حقیقي دي.

270 **مثال)** ثبوت کړئ چې د$(a+b)x^2-(a+b+c)x+\frac{c}{2}=0,\ (a,b,c \in R)$ معادلې جذرونه تل حقیقي دي.

271 **مثال)** وښیئ چې $x^2-2ax+3a^2+b^2=0$ معادله حقیقي جذر نلري.

272 **مثال)** ثبوت کړئ چې لاندې معادله حقيقي جذرونه لري.

$(a-b+1)x^2+2x+b-a+1=0$

273 **مثال)** ثبوت کړئ چې $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}=\frac{1}{c^2}$ معادله حقيقي جذرونه لري.

274 **مثال)** د a کومو مثبتو اعدادو لپاره $Ln\,(1+x)\geq x-ax^2$ نامساوات د x ټولو مثبتو او حقيقي قيمتونو ته تل موجود دی؟

275 **مثال)** c,b,a حقيقي اعداد دي او پوهېږو د هر $x\in[-1,1]$ لپاره لرو:

$\left|ax^2+bx+c\right|\leq 1$

ثبوت کړئ چې، د هماغه x د قيمتونو لپاره به ولرو:

$\left|cx^2+bx+a\right|\leq 2$

276 **مثال)** m داسې ترلاسه کړئ چې $\log_a 5+\log_{\frac{1}{3}}\left(\sqrt{ax^2+2x+6}+1\right)\log_a\left(ax^2+2x+7\right)\leq 0$ نامساوات يو ځواب ولري.

277 **مثال)** دهغه صحيح اعدادو شمېر چې په $n^2+5n-6<0$ نامساوات کې صدق کوي څومره دی؟

2 – 16) د يو مجهوله دويمه درجه نامساواتو سيستم

که دوه يا څو نامساوات موجود وي او د دې نامساواتو له حل څخه موخه د ځوابونه هغه سيټ ترلاسه کول وي چې نامساوات ته صدق وکړي، د دې سيستم د حل لپاره لومړی هر نامساوات بېل بېل حلوو او د هر نامساوات د ځواب سيټ ترلاسه کوو، وروسته بيا د ترلاسه شوو ځوابونو تقاطع د نامساواتو د سيستم د ځوابونو سيټ ګڼل کېږي.

مثال د لاندې نامساواتو سيستم حل کړئ.

278) $\begin{cases}5x^2-7x>0\\ x^2-11x+30<0\end{cases}$

279) $\begin{cases}x^3-11x^2+10x>0\\ x^3-12x^2+32x>0\end{cases}$

280 **مثال)** د m حدود داسې وټاکئ چې $A\left(m^2-1,-2m^2+7m-3\right)$ نقطه د مختصاتو د سيستم په دويمه ناحيه کې راشي.

281 **مثال)** m داسې وټاکئ چې $(m-3)x^3-(2m+1)x+m-1<0$ نامساوات د x ټولو قيمتونو ته صدق وکړي.

282 **مثال)** د m حدود داسې وټاکئ ترڅو $A=mx^2-2(m-2)x+1$ تل مثبت وي.

283 **مثال)** که r,q,p,c,b,a مثبت حقيقي اعداد وي او د هر حقيقي x لپاره $ax^2+2bx+c\geq 0$, $px^2+2qx+r\geq 0$ وي. ثبوت کړئ چې $aPx^2+2bqx+cr\geq 0$ دی.

284 **مثال)** $A=(5-a)x^2+2(a-1)x+2-2a$ افاده تل منفي ده، د a حدود ترلاسه کړئ.

285 **مثال)** د $f(x)$ دويم درجه ترينومونو ترمنځ تر ټولو ستر واحد درجه لرونکی ضريب پيدا کړئ،

چې د هغه لپاره $|f(x)|$ حد اکثر مقدار په $[-1,1]$ انټروال کې تر ټولو ټيټ ممکنه مقدار وي.

286 **مثال**) د x کومو ناطق قيمتونو ته $\sqrt{8x^2-2x-3}$ افاده ناطق قيمت لري؟

17. د $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادلې له جذرونو سره د يو عدد (P) پرتله

فرضوو $f(x)=ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادله دوه x_2, x_1 حقيقي او متفاوت جذرونه لري.

د $f(x)$ علامه د دوو جذرونو ترمنځ قيمتونو لپاره د a له علامې سره مخالفه ده.

که p د دوو جذرونو ترمنځ يو عدد وي د $f(p)$ قيمت د a د علامې مخالف دی، نو ځکه $a.f(p)<0$ کېږي.

برعکس که $a.f(p)<0$ وي، په دې صورت کې p د معادلې د دوو جذرونو ترمنځ ده او معادله تل دوه جذرونه لري او p له هېڅ يوه جذر سره مساوي نه ده.

که $a.f(p)>0$ وي په دې صورت کې p له دوو جذرونو څخه بهر ده.

$$-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}\left(-\frac{b}{a}\right)=\frac{1}{2}(x_1+x_2)\,,\ \ x_2>x_1$$

$$-\infty<x_1<\frac{1}{2}(x_1+x_2)<x_2<+\infty \Rightarrow -\infty<x_1<-\frac{b}{2a}<x_2<+\infty$$

$$if\ \ \ p+\frac{b}{2a}>0 \Rightarrow p>-\frac{b}{2a} \Rightarrow p\in(x_2,\,+\infty)$$

p له دوو جذرونو څخه بهر او له دواړو جذرونو څخه ستره ده.

$$if\ \ p+\frac{b}{2a}<0 \Rightarrow p<-\frac{b}{2a} \Rightarrow p\in(-\infty,x_1)$$

p له دوو جذرونو څخه بهر او له دواړو جذرونو څخه کوچنۍ ده.

په لنډه توګه لرو چې:

که $f(x)=ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه دوه مجهوله معادله چې $\Delta>0$ دی او معادله تل دوه متفاوت جذرونه لري او p له جذرونو څخه بېل او حقيقي عدد وي، په دې صورت کې $(x_2>x_1)$

I) که $a\cdot f(p)<0$ وي په دې صورت کې p د دوو جذرونو ترمنځ ده: $(x_1<p<x_2)$

II) که $a\cdot f(p)>0$ وي په هغه صورت کې p له دوو جذرونو څخه بهر ده:

p له دوو جذرونو څخه بهر او ترې ستره ده $(x_1<x_2<p)$ $\quad if\ \ p+\frac{b}{2a}>0$

p له دوو جذرونو څخه بهر او ترې کوچنۍ ده $(p<x_1<x_2)$ $\quad if\ \ p+\frac{b}{2a}<0$

287 **مثال**) د m حدود داسې وټاکئ چې 1 عدد د $mx^2-2x-1=0$ معادلې د دوو جذرونو ترمنځ يو عدد وي.

18. د $ax^2+bx+c=0$ دويمه درجه معادلې له جذرونو سره د دوو p,q اعدادو پرتله

فرضوو $f(x)=ax^2+bx+c=0$ معادله دوه x_2,x_1 حقيقي او متفاوت جذرونه لري چې $x_2>x_1$ دي.

که q,p دوه فرض شوي حقيقي اعداد وي او فرض کړو $(p<q)$ وي، له q,p اعدادو سره د معادلې د جذرونو پرتله کولو لپاره، له يوه عدد سره د دوو جذرونو د پرتله کولو په شان عمل کوو.

I) $\left\{\begin{matrix} a\ f(p)>0 \\ a\ f(q)<0 \end{matrix}\right\rangle p<x_1<q<x_2$ — p له دوو جذرونو بهر او q د دوو جذرونو ترمنځ ده

II) $\left\{\begin{matrix} a\ f(p)<0 \\ a\ f(q)>0 \end{matrix}\right\rangle x_1<p<x_2<q$ — p د دوو جذرونو ترمنځ او q له دوو جذرونو بهر ده

يادونه) د دې لپاره چې د $f(x)=ax^2+bx+c=0$ معادلې يو جذر د دوو p,q اعدادو ترمنځ وي، اړينه او کافي ده چې:

$$a^2 f(p)f(q)<0\Rightarrow f(p)f(q)<0$$

III) $\left\{\begin{matrix} a\ f(p)<0 \\ a\ f(q)<0 \end{matrix}\right\rangle x_1<p<q<x_2$ — p او q د دوو جذرونو ترمنځ دي

IIII) $\left\{\begin{matrix} a\ f(p)>0 \\ a\ f(q)>0 \end{matrix}\right\rangle$ — p او q له دواړو جذرونو لوی يا کوچنی دي

$$if\ \ p<-\frac{b}{2a} => p<q<x_1<x_2$$

$$if\ \ p>-\frac{b}{2a}\Rightarrow x_1<x_2<p<q$$

$$if\ \ p<-\frac{b}{2a}<q\Rightarrow p<x_1<x_2<q$$

288. **مثال)** د m کومو قيمتونو ته د $x^2-(m-1)x+2=0$ معادلې يو جذر د $-1,2$ دوو اعدادو ترمنځ واقع دی؟

289. **مثال)** د m کومو قيمتونو ته د $(2m-1)x^2-2x+m-3=0$ معادلې يو جذر د $-1,1$ دوو اعدادو ترمنځ واقع دي؟

290. **مثال)** ثبوت کړئ چې د $a>c$ او $b>d$ لپاره تل لرو چې $(a+b+c+d)^2>8(ad+bc)$.

291. مثال) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x+b}=0$ معادله فرضوو او پوهېږو چې b,a مثبت اعداد دي. ثبوت کړئ چې دغه معادله تل دوه حقيقي جذرونه لري چې يو يې د $\frac{a}{3}$ او $\frac{2a}{3}$ او دويم يې د $-\frac{2b}{3}$ او $-\frac{b}{3}$ ترمنځ واقع دی.

292. **مثال)** د x_1 $ax^2+bx+c=0$ معادلې يو جذر او د x_2 $-ax^2+bx+c=0$ معادلې يو جـذر او x_3 د $\frac{a}{2}x^2+bx+c=0$ معادلې يو جذر دی ثبوت کړئ چې $x_2\le x_3\le x_1$ يا $x_1\le x_3\le x_2$ دي.

19. د P,S په کارولو سره د دويمه درجه درې حده (ترينوم) تجزيه

I) که $ax^2+bx+c=0$ معادله دوه x_2,x_1 متفاوت جذرنه ولري، په دې صورت کې:

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)=0$$

ثبوت

فرضـوو چـې $\Delta=b^2-4ac>0$ وي پـه دې صـورت کـې $ax^2+bx+c=0$ معادلـه دوه x_1 او x_2 متفاوت جذرونه لري چې:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1x_2=\frac{c}{a}$$

$$\begin{aligned}
ax^2+bx+c&=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)\\
&=a\left[x^2-\left(-\frac{b}{a}\right)x+\frac{c}{a}\right]\\
&=a\left[x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2\right]\\
&=a\left[x^2-xx_1-xx_2+x_1x_2\right]\\
&=a\left[(x^2-xx_1)-(xx_2-x_1x_2)\right]\\
&=a\left[x(x-x_1)-x_2(x-x_1)\right]\\
&=a\left[(x-x_1)(x-x_2)\right]\\
&=a(x-x_1)(x-x_2)
\end{aligned}$$

II) که $ax^2+bx+c=0$ معادله يو x_1 دوه ګونی جذر ولري په دې صورت کې:

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$$

ثبوت

که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي پاسنۍ معادله يو x_1 ته ورته دوه ګونی جذر لري.

$$b^2-4ac=0\Rightarrow b^2=4ac\Rightarrow c=\frac{b^2}{4a},\ x_1=\frac{b}{2a}$$ دوه ګونی جذر

$$\begin{aligned}
ax^2+bx+c&=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)\\
&=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)
\end{aligned}$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$=a\left(x-\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2$$

$$=a\left(x-x_1\right)^2$$

يادونه) د دې لپاره چې يو درېيمه درجه درې حده په صحيح ضريب لرونکو څو افادو تجزيه شي، اړينه ده چې د معادلې مبين کامل مربع وي.

مثال) لاندې افادې تجزيه کړئ.

293) $A=4x^2-16x+15$ 294) $B=9x^2-6x+1$

295 **مثال)** د a مقدار داسې وټاکئ چې وکولی شو $(x-a)(x-10)+1$ افاده په $(x+b)(x+c)$ توګه وليکو.

(c,b ثبوت اعداد دی).

20. هغه معادلې چې په دويمه درجه معادلو د اوښتلو وړتيا لري

20 – 1) دوه مجذوري (مربع لرونکې) معادلې

د هرې دوه مجذوري معادلې عمومي شکل په $ax^4+bx^2+c=0$ توګه دی. د پاسنۍ معادلې د حل لپاره x^2 له y سره مساوي وضع کوو $(x^2=y)$ معمولاً y ته **(مرستيال مجهول)** وايي.

د $x^2=y$ په فرضولو سره پاسنۍ معادله په $ay^2+by+c=0$ معادله اوړي چې هغه ته **(حل کېدونکې معادله)** وايي.

د دې معادلې حل او بحث په لاندې توګه دی:

1) $\Delta<0$: معادله حقيقي جذر نلري.

2) $\Delta=0$: معادله دوه دوه ګوني جذرونه لري چې د يو بل معکوس دي.

3) $\Delta>0$:

$$if\ \ \frac{c}{a}>0,-\frac{b}{a}>0$$

پاسنۍ معادله د $y=x^2$ لپاره دوه مثبت جذرونه لري، نو د x لپاره څلور ځوابونه لري چې دوه پر دوه $-\beta,-\alpha,\alpha,\beta$ د يو بل متناظر دي.

$$if\ \ \frac{c}{a}>0\ ,-\frac{b}{a}<0$$

پاسنۍ معادله د $y=x^2$ لپاره دوه منفي جذرونه لري، په پايله کې x حقيقي جذر نلري.

$$if\ \ \frac{c}{a}<0$$

پاسنۍ معادله د $y=x^2$ لپاره دوه مختلف العلامه جذرونه لري، په پايله کې x دوه متناظر جذرونه لري.

1 **يادونه**) په هغه حالت کې چې $-\frac{b}{a}>0,\ \frac{c}{a}>0,\ \Delta>0$ وي معادله څلور څوابونه $-\beta,-\alpha,\beta,\alpha$ لري چې دوه پر دوه د يو بل متناظر دي:

هغه شرط چې په دې حالت کې د معادلې جذرونه هندسي تصاعد جوړ کړي دا دی چې:

$9b^2=100ac$

ثبوت

$$:-\beta,-\alpha,\alpha,\beta\Rightarrow -2\alpha=\alpha-\beta$$

$$\Rightarrow\beta=3\alpha$$

$$p=(-\beta)(-\alpha)(\alpha)(\beta)=\frac{c}{a}\Rightarrow\alpha^2\beta^2=\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow\alpha^2(3\alpha)^2=\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow 9\alpha^4=\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow\alpha^4=\frac{1}{9}\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow\alpha^2=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{c}{a}}$$

α د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق کوي.

$$ax^4+bx^2+c=0\xrightarrow{x=\alpha}a\alpha^4+b\alpha^2=0\Rightarrow a\left(\alpha^2\right)^2+b\alpha^2+c=0$$

$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2+b\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{c}{a}}\right)+c=0$$

$$\Rightarrow\frac{a}{9}\left(\frac{c}{a}\right)+\frac{b}{3}\sqrt{\frac{c}{a}}+c=0$$

$$\Rightarrow\frac{c}{9}+c=-\frac{b}{3}\sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow\frac{10c}{9}=-\frac{b}{3}\sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow\frac{100c^2}{81}=\frac{b^2}{9}\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{100c}{9}=\frac{b^2}{9}$$

$$\Rightarrow 9b^2=100\,ac$$

2 يادونه) هره هغه معادله چې په $n\in N, ax^{2n}+bx^n+c=0$ شکل وي، د $y=x^n$ په فرضولو سره د حل کېدو وړتيا لري، ځکه د y پر اساس پر دويمه درجه معادله په تبديلېدلو سره په $ay^2+by+c=0$ اوړي.

مثال) لاندې معادلات حل کړئ، بحث پرې وکړئ او ځواب يې ترلاسه کړئ.

296) $x^4-6x^2+9=0$

297) $x^4-5x^2+4=0$

298) $x^4+5x^2+4=0$

299) $x^4+3x^2-4=0$

300) $2x^4-13x^2-45=0$

301) $16x^8-17x^4+1=0$

302) $x^4-13x^2+36=0$

303) $x^6-19x^3-216=0$

304) $(x+1)^4-13(x+1)^2+36=0$

305) $(x+1)^6+20=9(x+1)^3$

306) $(x^2-4x+5)^2-(x-1)(x-3)=4$

307 **مثال)** د m کومو قيمتونو ته $x^4-mx^2+2m=0$ معادله څلور حقيقي او متفاوت جذرونه لري؟

308 **مثال)** $x^4+2x^2=m^2+1$ معادله څو حقيقي جذرونه لري ؟

309 **مثال)** که د $x^4-10x^2+9(m-1)=0$ معادلې جذرونه هندسي تصاعد جوړ کړي د m قيمت ترلاسه کړئ.

310 **مثال)** c منحني $y^4-3xy+2=0$ معادله (د دويمې مربعې ناصف) په څو نقطو کې قطع کوي.

311 **مثال)** ثبوت کړئ چې که د $x^4+px^2+q=0$ معادلې جذرونه يو عددي تصاعد جوړکړي په دې صورت کې $\sqrt{q}=\frac{3}{10}p$ دی.

2 – 20) معکوسې معادلې

1) مثبې معکوسې معادلې

هغه معادلې ته مثبت معکوس وايو چې که α يې يو جذر وي نو $\frac{1}{\alpha}$ يې دويم جذر وي. په بل عبارت مثبته معکوسه معادله هغه ده چې پر x د $\frac{1}{x}$ په اړولو سره خپله معادله هم واوړي.

مثلاً $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ معادله مثبته معکوسه معادله ده.

که مثبته معکوسه معادله تاق درجه ولري، حتماً 1 يا $1-$ جذر لري، ځکه دغه دوه عددونه يوازې هغه عددونه دي چې له خپل معکوس سره مساوي دي. په دې اساس د مثبتې معکوسې معادلې کيڼ لوری هغه مهال تاق درجه لري چې پر $x-1$ يا $x+1$ د تقسيم وړتيا ولري چې پر معادلې له تقسيم وروسته

جفت درجه ترلاسه کوو.
له دې سريزې څخه ښکاري چې د معکوسې معـادلې د حـل پـه بحـث کـې، اړينـه ده د جفتـو معکوسـو معادلو په حل پيل وکړو.

2) منفي معکوسې معادلې

هغه معادلې ته منفي معکوسه معادله ويل کېږي چې که α يې يو جـذر وي نـو $-\frac{1}{\alpha}$ يـې دويـم جـذر دی. په بل عبارت منفي معکوسه معادله هغه معادله ده چې پر $-\frac{1}{x}$ د x له اړولو سره خپله هم واوړي.
مثلاً $ax^4+bx^3+cx^2-bx+a=0$ معادله منفي معکوسه معادله ده. منفي معکوسه معادلـه نشـې کېدلی چې تاق درجه وي، مثلاً کـه $ax^3+bx^2+cx+d=0$ معادلـه منفـي معکوسـه معادلـه وي، لـرو چې:

$$(\text{I})\ ax^3+bx^2+cx+d=0$$

$$(\text{II})\ \ x\Rightarrow -\frac{1}{x}\Rightarrow a\left(-\frac{1}{x}\right)^3+b\left(-\frac{1}{x}\right)^2+c\left(-\frac{1}{x}\right)+d=0 => -\frac{a}{x^3}+\frac{b}{x^2}+\frac{c}{x}+d=0$$

$$\Rightarrow dx^3-cx^2+bx-a=0$$

د دې لپاره چې $(\text{I}),(\text{II})$ معادلې معادل وي، بايد ولرو چې:

$$\frac{a}{d}=-\frac{d}{a}\Rightarrow a^2=-d^2\Rightarrow \quad \text{غير ممکن دی}$$

له دې سريزې سره پوهېږو چې د معکوسو معادلو د حل په مبحث کې د جفتو معکوسو معادلو حل بايد پيل کړو:

3) معکوسې جفت معادلې

لاندې معادلې چې $2n$ درجه دي په پام کې نيسو:

$$(\text{I})ax^{2n}+bx^{2n-1}+cx^{2n-2}+\ldots+fx^n+\ldots+mx^2+nx+p=0$$

د دې لپاره چې دغه معادلې مثبتې معکوسې وي، بايد پر $\frac{1}{x}$ د x له تبـديل سره بـدلون ونـه مـومي لـه دې تبديل سره لاندې معادلې ته رسېږو:

$$(\text{II})\ px^{2n}+nx^{2n-1}+mx^{2n-2}+\ldots+fx^n+\ldots+cx^2+bx+a=0$$

د دې لپاره چې $(\text{I}),(\text{II})$ معادلې معادل وي، بايد متناسب ضريبونه ولرو، يعنې:

$$\frac{a}{p}=\frac{b}{n}=\frac{c}{m}=\ldots=\frac{f}{f}=\ldots=\frac{m}{c}=\frac{n}{b}=\frac{p}{a}\Rightarrow a=p,b=n\ ,\ c=m,\ldots..$$

- ❖ ددې لپاره چې معادله مثبته معکوسه وي، بايـد د مسـاوي واټـن لرونکـو حـدونو ضريبونـه لـه دواړو خواوو سره مساوي وي.
- ❖ په منفي معکوسه معادله کې، کله چې تر ټولو ستر توان د 4 مضرب وي، د جفت توانونـو ضريبونـه

له دواړو خواوو له يوه بل سره مساوي دي او د تاق توانوو ضريبونه له دواړو خواوو د يوه بل معکوس دي.

❖ کله چې تر ټولو ستر توان د 4 مضرب نه وي، يعنې پر 4 له تقسيم څخه يې 2 باقيمانده پاتې شي، د جفت توان لرونکي ضريبونه له دواړو خواوو د يوه بل معکوس دي او د تاق توان لرونکي ضريبونه له دواړو خواوو مساوي دي.

❖ د مثبتو معکوسو معادلو په حل کې له $\left(x+\frac{1}{x}\right)$ څخه او د منفي معکوس معادلو په حل کې له $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ څخه د مرستندويه مجهول په توګه ګټه اخيستل کېږي.

❖ د دې معادلو د حل لپاره که n جفت وي $(n=2k)$ په دې صورت کې دواړې خواوې په k تقسيموو، د مناسب مرستيال مجهول په ټاکلو سره معادله حل کوو (که د حل وړتيا ولري).

د دې معادلو د حل لپاره که n تاق وي $x=-1$ د دې معادلې يو جذر دی چې پر $x+1$ باندې يې له تقسيم وروسته جفت درجه لرونکې معکوسه معادله ترلاسه کېږي که د حل وړتيا ولري، ټول جذرونه يې مشخصولی شو.

مثال) لاندې معادلات حل کړئ.

312) $2x^4-13x^3+24x^2-13x+2=0$

313) $3(x^3-1)-13x(x-1)=0$

314) $x^4-3x^3-6x^2+3x+1=0$

315) $(2x^2-3x+1)(2x^2+5x+1)=9x^2$

316) $(6-x)^4+(8-x)^4=16$

317) $3\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-7\left(x+\frac{1}{x}\right)=0$

318) $(x+2)^4+(x+5)^4=17$

319) $(x+1)^3-(x-2)^3=63$

320) $2x^4-5x^3+5x-2=0$

321) $2x^4-x^3-6x^2-x+2=0$

322) $6x^6-5x^5-32x^4-10x^3-32x^2-5x+6=0$

323) $x^5-3x^4-11x^3+11x^2+3x-1=0$

324) $\frac{4x}{x^2+x+3}+\frac{5x}{x^2-5x+3}=-\frac{3}{2}$

325 **مثال)** فرض کړئ b,a دوه هغه حقيقي اعداد وي چې $x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0$ معادله لږ تر لږه يو حقيقي جذر ورته ولري. دټولو (a,b) جوړو لپاره د a^2+b^2 افادې $\min$ قيمت ترلاسه کړئ.

21. د دويمه درجه رابطې ګراف

$21-1$) سريزه

د دوو متغيرونو ترمنځ اړيکه چې وکولی شو يو يې د هغه بل د دويمه درجه پولينوم په توګه وښيو؛ دويمه درجه رابطه نومېږي.

هغه دويمه درجه رابطه چې پکې y لومړۍ درجه او x دويمه درجه وي، کولی شو په

$y=a(x-x_0)^2+y_0$ توګه واړوو چې په هغه کې $x_0, a\neq 0$ او y_0 حقيقي اعداد دي.
د دې رابطې هندسي ګراف هغه شکل دی چې پارابولا ورته وايی.

2 − 21) په عمومي حالت کې د پارابولا معادله

په عمومي توګه پارابولا معادله په $y=a(x-x_0)^2+y_0$ توګه ده، چې په هغه کې $a\neq 0$ دی.
د پارابولا ګراف د نقطو په ذريعه رسموو.
$A(x_0, y_0)$ نقطې ته د پارابولا **راس** وايي.
$x=x_0$ خط ته دپارابولا **د تناظر خط** وايي.
که $a>0$ وي، $A(x_0, y_0)$ نقطه د پارابولا اصغري نقطه ده او که $a<0$ وي $A(x_0, y_0)$ نقطه د پارابولا معادلې اعظمي ده.

326 **مثال)** د $y=2(x-1)^2+2$ پارابولا ګراف رسم کړئ.

327 **مثال)** د $y=x^2+2x+1$ پارابولا ګراف رسم کړئ.

328 **مثال)** د $y=x^2-2x-3$ پارابولا ګراف رسم کړئ.

3 − 21) د $y=ax^2+bx+c$ معادلې راس او د تناظر خط

د پارابولا راس $A\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ نقطه او د تناظر خط یې $x=-\frac{b}{2a}$ دی چې په لاندې توګه د محاسبې وړ دي.

$$y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c \Rightarrow y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c$$

$$\Rightarrow y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)+c-\frac{b^2}{4a}$$

$$\Rightarrow y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

لاندې سيستم ته په کتو سره:

$$\begin{cases} y=a(x-x_0)^2+y_0 \\ y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a} \end{cases} \Big\rangle\, a(x-x_0)^2+y_0 \equiv a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

329 **مثال)** په لاندې پارابول کې $n, m, y=x^2+mx+n$ کوم قيمت غوره کړي تر څو $x=-1$ خط د پارابول د تناظر خط شي.

330 **مثال)** $y=-\frac{5}{2}$ خط د $y=\frac{1}{2}x^2-3x+a$ پارابول د تناظر محور په خپله د پارابولا پرمخ قطع

کوي، د a مقدار ترلاسه کړئ.

331 **مثال)** د m کومو قیمتونو ته $S(m,m-2)$ نقطه د $y=x^2-2x$ پارابول راس دی؟

332 **مثال)** که د $y=ax^2+2ax-3$ پارابول راس د لومړۍ او درېیمې ناحیې پر ناصف پروت وي د a مقدار ترلاسه کړئ.

4–21) د $ax^2+bx+c=0$ دویمه درجې معادلې د جذرونو او د پارابول د ګراف ترمنځ اړیکه

I) که $\Delta>0$ وي معادله دوه حقیقي متفاوت جذرونه لري او $y=ax^2+bx+c$ پارابول طولي محور په دوو نقطو کې قطع کوي چې ددې نقطو طول د معادلې جذرونه دي.

II) که $\Delta=0$ وي معادله یو مضاعف جذر لري او $y=ax^2+bx+c$ پارابول له طولي محور سره په یوه نقطه کې مماس دی، چې د تماس نقطې طول د معادلې مضاعف جذر دی.

III) که $\Delta<0$ وي معادله حقیقي جذر نلري او $y=ax^2+bx+c$ پارابول طولي محور نه قطع کوي.

22. په دویمه درجه درې حده کې اکسترمم

I) د دویمه درجه درې حده د تعریف ناحیه او د قیمتونو ناحیه

$f(x)=ax^2+bx+c$ دویمه درجه افادې په پام کې نیسو، ښکاره ده چې x کولی شي هر حقیقي قیمت غوره کړي، $(x\in R)$ تابع د د قیمتونو د ناحیې د ترلاسه کولو لپاره کولی شو له بېلابېلو طریقو کار واخلو.

لومړۍ طریقه:

$$f(x)=ax^2+bx+c\Rightarrow ax^2+bx+c-f(x)=0$$

پاسني معادلات د $f(x)$ پارامتري والي ته په پام سره دویمه درجه دي اوهغه مهال حقیقي جذرلري چې:

$$\Delta\geq 0\Rightarrow b^2-4ac\geq 0$$
$$\Rightarrow b^2-4(a)(c-f(x))\geq 0$$
$$\Rightarrow b^2-4ac+4af(x)\geq 0$$
$$\Rightarrow 4af(x)\geq 4ac-b^2$$

$$if\ a>0\Rightarrow f(x)\geq\frac{4ac-b^2}{4a}$$

$$if\ a<0\Rightarrow f(x)\leq\frac{4ac-b^2}{4a}$$

د دې پایلې هندسي تعبیر روښانه دی، د $y=ax^2+bx+c$ پارابول په $a<0$ حالت کې نسبي max لري او په $a>0$ کې نسبي min لري چې له $x=-\frac{b}{2a}$ څخه ترلاسه کېږي.

په پارابول کې د تابع نسبي max, او min پر مطلق max او min منطبق دي. (په دې شرط چې د

پارابول محور له عرضي محور سره موازي وي).

دویمه طریقه:

$$if\ f(x)=ax^2+bx+c\Rightarrow a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}\right]$$

$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$$

$$if\ a>0\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2\geq 0\Rightarrow f(x)\geq\frac{4ac-b^2}{4a}$$

دغه حداقل مقدار له، $x=-\frac{b}{2a}$ څخه ترلاسه کېږي.

$$if\ a<0\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2\leq 0\Rightarrow f(x)\leq\frac{4ac-b^2}{4a}$$

او دغه حداکثر مقدار، له $x=-\frac{b}{2a}$ ترلاسه کېږي.

II) **د** $f(x)=\sqrt[n]{ax^2+bx+c}$ **د اکسترمم محاسبه د تعریف د ناحیې او د قیمتو د ناحیې له مخې یې**

د تابع د قیمت د ناحیې له ترلاسه کولو څخه یې اکسترمم مقدار ترلاسه کېږي.

کله چې n تاق عدد وي x کولی شي هر حقیقي قیمت وي، $x\in R$.

کله چې n جفت عدد وي د دامنې د ترلاسه کولو لپاره باید د تر جذر لاندې دویمه درجه افادې علامه وټاکل شي.

مثال) د لاندې تابعګانو د مقدارونو حد اکثر او حد اقل ترلاسه کړئ.

333) $f(x)=\sqrt[3]{-x^2+2x+4}$

334) $f(x)=\sqrt{-x^2+x+1}$

335 **مثال)** د $y=(x-5)(x-1)(x-6)(x-2)+9$ افادې حد اقل مقدار ترلاسه کړئ.

336 **مثال)** د $y=\frac{\tan 3x}{\tan^3 x},\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$ نسبي $\min, \max$ ترلاسه کړئ.

337 **مثال)** د z,y,x حقیقي اعدادو لپاره پوهېږو چې $\begin{cases}x+y+z=2\\ xy+xz+yz=1\end{cases}$ دی، حداقل او حد اکثر قیمت چې هر یو له دغه دریو اعدادو څخه کولی شي ځانته یې غوره کړي ترلاسه یې کړئ.

338 **مثال)** A نقطه د $y=x^2$ پارابول پرمخ ټاکو او له دوو $O(0,0)$ او $B(a,a^2)$ نقطو سره یې نښلوو A نقطه څرنګه وټاکو چې د OA او AB پارابولونه قطعه د مساحتونو مجموعه حد اقل ممکن مقدار وي.

339 **مثال)** د $y=\sqrt{\dfrac{(x-2)^2+4}{x^2+4}}$ تابع حد اکثر او حد اقل مقدار ترلاسه کړئ.

340 **مثال)** $\dfrac{1}{12}=\dfrac{1}{x^2+2x}-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ معادله حل کړئ.

341 **مثال)** که $ab^2+1=0\ ,abc\neq 0$ وي لاندې معادله حل کړئ.

342 **مثال)** که α او β د $x^2+px+q=0$ معادلې جذرونه وي، وښيئ چې q, p د لاندې معادلې جذرونه دي:

$$x^2+(\alpha+\beta-\alpha\beta)-\alpha\beta(\alpha+\beta)=0$$

ځوابونه

1 ځواب)

$$2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 8$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{8}{2}$$
$$\Rightarrow x^2 = 4$$
$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x = \pm 2$$

2 ځواب)

$$-9x^2 + 27 = 0 \Rightarrow -9x^2 = -27$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{-27}{-9}$$
$$\Rightarrow x^2 = 3$$
$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

3 ځواب)

$$4x^2 + 16 = 0 \Rightarrow 4x^2 = -16$$
$$\Rightarrow x^2 = -\frac{16}{4}$$
$$\Rightarrow x^2 = -4$$
$$\Rightarrow x \neq \pm\sqrt{-4}$$

تر جذر لاندې منفي عدد د حقیقي اعدادو په حوزه کې نه دی تعریف شوی، یعنې معادله حقیقي ځواب نلري. ددې علت دا دی چې $a = 4$ او $c = 16$ مختلف العلامه نه دي.

4 ځواب)

$$3x^2 - 5 = 70 \Rightarrow 3x^2 = 75$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{75}{3}$$
$$\Rightarrow x^2 = 25$$
$$\Rightarrow x = \pm 5$$

5 ځواب)

$$(x+1)^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x + 1) - 2x - 2 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 - 1 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x = \pm 1$$

6 ځواب)

پاسنۍ دویمه درجه معادله هغه مهال دوه متناظر جذرونه لري چې $b=0$ وي، a او c مختلف العلامه وي.

$$if\ \ b=0 \Rightarrow (m^2-9)=0$$
$$\Rightarrow m^2=9$$
$$\Rightarrow m=\pm 3$$

د $m=3$ لپاره، a او c ضریبونه هم علامه کېږي، نو $m=3$ د منلو وړ نه دی.

د $m=-3$ لپاره، a او c ضریبونه مختلف العلامه کېږي، نو $m=-3$ د منلو وړ نه دی.

7 ځواب)

$$if\ \ b=0 \Rightarrow m^2-1=0 \Rightarrow m^2=1 \Rightarrow m=\pm 1$$

$$if\ \ m=1 \Rightarrow \begin{cases} a=m^2+1 \Rightarrow a=2 \\ c=m^2+3m-2 \Rightarrow c=2 \end{cases}$$

c او a متحدالعلامه دي نو $m=1$ د منلو وړ نه دی.

$$if\ \ m=-1 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ c=-4 \end{cases}$$

c او a مختلف العلامه دي نو $m=-1$ د منلو وړ دی.

د $m=-1$ لپاره پاسنۍ معادله دوه متناظر جذرونه لري.

8 ځواب)

$$3x^2+18x=0 \Rightarrow x(3x+18)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 3x^2+18=0 \Rightarrow 3x=-18 \Rightarrow x=-\dfrac{18}{3}=-6 \end{cases}$$

9 ځواب)

$$-2x^2+16x=0 \Rightarrow x(-2x+16)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ -2x+16=0 \Rightarrow -2x=-16 \Rightarrow x=\dfrac{-16}{-2}=8 \end{cases}$$

10 ځواب)

$$4x^2-8x=0 \Rightarrow 4x(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} 4x=0 \Rightarrow x=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

11 ځواب)

$$(x+2)(x+3)=6 \Rightarrow x^2+5x+6=6 \Rightarrow x^2+5x=0 \Rightarrow x(x+5)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$

12 ځواب)

$$(2x-1)^2-(x-1)^2=0\Rightarrow(4x^2-4x+1)-(x^2-2x+1)=0$$
$$\Rightarrow 4x^2-4x+1-x^2+2x-1=0$$
$$\Rightarrow 3x^2-2x=0$$
$$\Rightarrow x(3x-2)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=0\\3x-2=0\Rightarrow 3x=2\Rightarrow x=\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

ځواب) 13

$$3x^2=0\Rightarrow x^2=0\xrightarrow{\text{جذر}}x=0$$ مضاعف جذر

ځواب) 14

$$-\sqrt{5}x^2=0\Rightarrow x^2=0\xrightarrow{\text{جذر}}x=0$$ مضاعف جذر

ځواب) 15

شرط$:b=c=0$

$$\left.\begin{array}{l}if\;\; b=0\Rightarrow m+n-5=0\Rightarrow m+n=5\\ if\;\; c=0\Rightarrow m-n+7=0\Rightarrow m-n=-7\end{array}\right\rangle\begin{cases}m=-1\\n=6\end{cases}$$

ځواب) 16

$$x^2+6x+9=0\xrightarrow{\text{لومړی مطابقت}}(x+3)^2=0\xrightarrow{\text{جذر}}x+3=0\Rightarrow x=-3$$ مضاعف جذر

څرنګه چې له دواړو خواوو مو جذر ونیو، نو پاسنۍ معادله دوه ساده، $x=-3$ جذرونه یا یو مضاعف $x=-3$ جذر لري.

ځواب) 17 مضاعف جذر

$$25x^2+60x+36=0\xrightarrow{\text{لومړی مطابقت}}(5x+6)^2=0\xrightarrow{\text{جذر}}5x+6=0\Rightarrow 5x=-6\Rightarrow x=-\frac{6}{5}$$

ځواب) 18

$$x^2-8x+16=0\xrightarrow{\text{دويم مطابقت}}(x-4)^2=0\xrightarrow{\text{جذر}}x-4=0\Rightarrow x=0$$ مضاعف جذر

ځواب) 19

مضاعف جذر

$$9x^2-24x+16=0\xrightarrow{\text{دويم مطابقت}}(3x-4)^2=0\xrightarrow{\text{جذر}}3x-4=0\Rightarrow 3x=4\Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

ځواب) 20

$$x^2+5x+6=0\Rightarrow(x+2)(x+3)=0\Rightarrow\begin{cases}x+2=0\Rightarrow x=-2\\x+3=0\Rightarrow x=-3\end{cases}$$

21 ځواب)

$$x^2-3x-4=0\Rightarrow(x+1)(x-4)=0\Rightarrow\begin{cases}x+1=0\Rightarrow x=-1\\x-4=0\Rightarrow x=4\end{cases}$$

22 ځواب)

$$3x^2-x-2=0\Rightarrow 3\left(x^2-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}\right)=0\Rightarrow\begin{cases}3\neq 0\\x^2-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}=0\end{cases}$$

$$x^2-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}=0\Rightarrow x^2-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}$$

ددې لپاره چې د معادلې کيڼ لوری کامل مربع شي، د x ضريب يعنې $\left(-\frac{1}{3}\right)$ پر 2 تقسيموو، وروسته يې د 2 په توان رفع کوو او حاصل يې د مساواتو دواړو لورو ته زياتوو.

$$\left(-\frac{1}{3}\right)\div 2=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}\Rightarrow\left(-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$$

$$x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}=\frac{2}{3}+\frac{1}{36}\Rightarrow\left(x-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{25}{36}\xrightarrow{\text{جذر}}x-\frac{1}{6}=\pm\sqrt{\frac{25}{36}}$$

$$\Rightarrow x-\frac{1}{6}=\pm\frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{6}\pm\frac{5}{6}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{6}+\frac{5}{6}=\frac{6}{6}\Rightarrow x=1\\x=\frac{1}{6}-\frac{5}{6}=\frac{-4}{6}\Rightarrow x=-\frac{2}{3}\end{cases}$$

23 ځواب)

$$x^2-3x-4=0\Rightarrow 1\left(x^2-3x-4\right)=0\Rightarrow\begin{cases}1\neq 0\\x^2-3x-4=0\end{cases}$$

$$x^2-3x-4=0\Rightarrow x^2-3x=4$$

$$(-3)\div 2=(-3)\times\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}\Rightarrow\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$$

$$x^2-3x+\frac{9}{4}=4+\frac{9}{4}\Rightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}\xrightarrow{\text{جذر}}x-\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$\Rightarrow x-\frac{3}{2}=\pm\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{3}{2}=\pm\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{8}{2}=4\Rightarrow x=4\\ x=\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=\frac{-2}{2}=-1\Rightarrow x=-1\end{cases}$$

24 ځواب)

$$x^2+6x-187=0\Rightarrow x^2+6x=187$$

$$\Rightarrow x^2+6x+9=187+9$$

$$\Rightarrow (x+3)^2=196$$

$$\Rightarrow (x+3)^2=196$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x+3=\pm 14\Rightarrow\begin{cases}x+3=14\Rightarrow x=11\\ x+3=-14\Rightarrow x=-17\end{cases}$$

25 ځواب)

$$3x^2+4x-15=0\Rightarrow 3\left(x^2+\frac{4}{3}x-\frac{15}{3}\right)=0\Rightarrow\begin{cases}3\neq 0\\ x^2+\frac{4}{3}x-5=0\end{cases}$$

$$x^2+\frac{4}{3}x=5\Rightarrow x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=5+\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{49}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x+\frac{2}{3}=\pm\frac{7}{3}\Rightarrow\begin{cases}x+\frac{2}{3}=\frac{7}{3}\Rightarrow x=\frac{7}{3}-\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{5}{3}\\ x+\frac{2}{3}=-\frac{7}{3}\Rightarrow x=-\frac{7}{3}-\frac{2}{3}=-\frac{9}{3}=-3\end{cases}$$

26 ځواب)

$$x^2-\frac{x}{6}=\frac{7}{6}\Rightarrow x^2-\frac{x}{6}+\frac{1}{144}=\frac{7}{6}+\frac{1}{144}$$

$$\Rightarrow\left(x-\frac{1}{12}\right)^2=\frac{169}{144}$$

$$\Rightarrow x-\frac{1}{2}=\pm\frac{13}{12}\Rightarrow\begin{cases}x-\frac{1}{12}=\frac{13}{12}\Rightarrow x=\frac{13}{12}+\frac{1}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}\Rightarrow x=\frac{7}{6}\\ x-\frac{1}{2}=-\frac{13}{12}\Rightarrow x=-\frac{13}{12}+\frac{1}{12}=\frac{-12}{12}=-1\Rightarrow x=-1\end{cases}$$

27 ځواب)

$$x^2-12x+35=0 \Rightarrow x^2-12x=-35$$
$$\Rightarrow x^2-12x+36=-35+36$$
$$\Rightarrow (x-6)^2=1$$
$$\xrightarrow{\text{جذر}} x-6=\pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x-6=1 \Rightarrow x=7 \\ x-6=-1 \Rightarrow x=5 \end{cases}$$

28 ځواب)

$$2x^2-5x-12=0 \Rightarrow 2\left(x^2-\frac{5}{2}x-6\right)=0$$
$$\Rightarrow x^2-\frac{5}{2}x-6=0$$
$$\Rightarrow x^2-\frac{5}{2}x=6$$
$$\Rightarrow x^2-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=6+\frac{25}{16}$$
$$\Rightarrow \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{96+25}{16}$$
$$\Rightarrow \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{121}{16}$$
$$\xrightarrow{\text{جذر}} x-\frac{5}{4}=\pm\frac{11}{4} \Rightarrow \begin{cases} x-\frac{5}{4}=\frac{11}{4} \Rightarrow x=\frac{11}{4}+\frac{5}{4}=\frac{16}{4} \Rightarrow x=4 \\ x-\frac{5}{4}=-\frac{11}{4} \Rightarrow x=-\frac{11}{4}+\frac{5}{4}=-\frac{6}{4} \Rightarrow x=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

29 ځواب)

$$5x^2+6x-8=0 \Rightarrow 5\left(x^2+\frac{6}{5}x-\frac{8}{5}\right)=0$$
$$\Rightarrow x^2+\frac{6}{5}x-\frac{8}{5}=0$$
$$\Rightarrow x^2+\frac{6}{5}x=\frac{8}{5}$$
$$\Rightarrow x^2+\frac{6}{5}x+\frac{36}{100}=\frac{8}{5}+\frac{36}{100}$$
$$\Rightarrow \left(x+\frac{6}{10}\right)^2=\frac{160+36}{100}$$

$$\Rightarrow\left(x+\frac{6}{10}\right)^2=\frac{196}{100}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x+\frac{6}{10}=\pm\frac{14}{10}\Rightarrow\begin{cases}x+\frac{6}{10}=\frac{14}{10}\Rightarrow x=\frac{14}{10}-\frac{6}{10}=\frac{8}{10}\Rightarrow x=\frac{4}{5}\\ x+\frac{6}{10}=-\frac{14}{10}\Rightarrow x=-\frac{14}{10}-\frac{6}{10}=\frac{-20}{10}\Rightarrow x=-2\end{cases}$$

30 **ځواب)**

$$x^2-6x+9=0\Rightarrow x^2-6x=-9$$

$$\Rightarrow x^2-6x+9=-9+9$$

$$\Rightarrow (x-3)^2=0$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x-3=0$$

$\Rightarrow x=3$ مضاعف جذر

31 **ځواب)**

$$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4(1)(-2)=1+8=9\Rightarrow\Delta=9>0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(1)\pm\sqrt{9}}{2(1)}=\frac{-1\pm3}{2}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{-1+3}{2}=1\\ x_2=\frac{-1-3}{2}=-2\end{cases}$$

32 **ځواب)**

$$\Delta=b^2-4ac=(7)^2-4(-3)(-4)=49-48=1\Rightarrow\Delta=1>0$$

$\Delta>0$ دی او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(7)\pm\sqrt{1}}{2(-3)}=\frac{-7\pm1}{-6}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{-7+1}{-6}=\frac{-6}{-6}=1\Rightarrow x_1=1\\ x_2=\frac{-7-1}{-6}=\frac{-8}{-6}=\frac{4}{3}\Rightarrow x_2=\frac{4}{3}\end{cases}$$

33 **ځواب)**

$$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4(5)(-8)=9+160=169>0\Rightarrow\Delta=169>0$$

$\Delta>0$ دی او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)^2\pm\sqrt{169}}{2(5)}=\frac{3\pm13}{10}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{3+13}{10}=\frac{16}{10}=\frac{8}{5}\Rightarrow x_1=\frac{8}{5}\\ x_2=\frac{3-13}{10}=\frac{-10}{10}=-1\Rightarrow x_2=-1\end{cases}$$

34 ځواب)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

$\Delta = 0$ دی او معادله يو مضاعف جذر لري:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(2)}{2(1)} \Rightarrow x_1 = x_2 = -1$$ مضاعف جذر

35 ځواب)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4(25)(9) = 900 - 900 = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

$\Delta = 0$ دی او يو مضاعف جذر لري:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-30)}{2(25)} \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{30}{50} \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{3}{5}$$ مضاعف جذر

36 ځواب)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(2)(4) = 1 - 32 = -31 \Rightarrow \Delta = -31 < 0$$

$\Delta < 0$ دی او معادله حقيقي جذر نلري.

37 ځواب)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(-7)(-2) = 9 - 56 = -47 \Rightarrow \Delta = -47 < 0$$

$\Delta < 0$ دی او معادله حقيقي جذر نلري.

38 ځواب)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(7)(-2) = 25 + 56 = 81 \Rightarrow \Delta = 81 > 0$$

$\Delta > 0$ دی او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{81}}{2(7)} = \frac{5 \pm 9}{14} => \begin{cases} x = \frac{5+9}{14} = 1 \\ x = \frac{5-9}{14} = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7} \end{cases}$$

39 ځواب)

$$(5x-3)(x-5) = (2x+5)^2 + 90 \Rightarrow (5x^2 - 25x - 3x + 15) = 4x^2 + 20x + 25 + 90$$
$$\Rightarrow 5x^2 - 25x - 3x + 15 - 4x^2 - 20x - 25 - 90 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 - 48x - 100 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-48)^2 - 4(1)(-100) = 2704 \Rightarrow \Delta = 2704 > 0$$

$\Delta > 0$ دی او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-48) \pm \sqrt{2704}}{2(1)} = \frac{48 \pm 52}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{48+52}{2} = \frac{100}{2} = 50 \\ x = \frac{48-52}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

40 ځواب)

دواړه خواوې له $x-3\neq 0$ سره ضربوو.

$$x+\frac{1}{x-3}=5\Rightarrow x(x-3)+1=5(x-3)$$
$$\Rightarrow x^2-3x+1=5x-15$$
$$\Rightarrow x^2-3x+1-5x+15=0$$
$$\Rightarrow x^2-8x+16=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=(-8)^2-4(1)(16)=64-64=0\Rightarrow\Delta=0$$

$\Delta=0$ دی او معادله یو مضاعف جذر لري.

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{(-8)}{2(1)}=\frac{8}{2}=4$$ مضاعف جذر

41 ځواب)

$$\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x+4}=1\Rightarrow\frac{x(x+4)+x(x+1)}{(x+1)(x+4)}=1$$
$$\Rightarrow\frac{x^2+4x+x^2+x}{x^2+5x+4}=1$$
$$\Rightarrow 2x^2+5x=x^2+5x+4$$
$$\Rightarrow 2x^2+5x-x^2-5x-4=0$$
$$\Rightarrow x^2-4=0$$
$$\Rightarrow x^2=4$$
$$\Rightarrow x=\pm 2$$

42 ځواب)

$$\frac{5x-1}{x+1}=\frac{3x}{2}\Rightarrow 2(5x-1)=3x(x+1)$$
$$\Rightarrow 10x-2=3x^2+3x$$
$$\Rightarrow 3x^2+3x-10x+2=0$$
$$\Rightarrow 3x^2-7x+2=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4(3)(2)=49-24=25\Rightarrow\Delta=25>0$$

$\Delta>0$ ده او معادله دوه حققي جذرونه لري.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-7)\pm\sqrt{25}}{2(3)}=\frac{7\pm 5}{6}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{7+5}{2}=\frac{12}{6}=2\\ x=\frac{7-5}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\end{cases}$$

43 ځواب)

$$\frac{3x-1}{4x+7}=1-\frac{6}{x+7}\Rightarrow\frac{3x-1}{4x+7}=\frac{(x+7)-6}{x+7}$$
$$\Rightarrow\frac{3x-1}{4x+7}=\frac{x+1}{x+7}$$
$$\Rightarrow(3x-1)(x+7)=(x+1)(4x+7)$$
$$\Rightarrow 3x^2+21x-x-7=4x^2+7x+4x+7$$
$$\Rightarrow 4x^2+11x+7-3x^2-20x+7=0$$
$$\Rightarrow x^2-9x+14=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=(-9)^2-4(1)(14)=81-56=25\Rightarrow\Delta=25>0$$

$\Delta>0$ ده او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-9)\pm\sqrt{25}}{2(1)}=\frac{9\pm5}{2}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{9+5}{2}=\frac{14}{2}=7\\ x_2=\frac{9-5}{2}=\frac{4}{2}=2\end{cases}$$

44 ځواب)

$$\frac{x-5}{x-7}+\frac{x-7}{x-5}+2=0\Rightarrow\frac{(x-5)(x-5)+(x-7)(x-7)+2(x-7)(x-5)}{(x-7)(x-5)}=0$$
$$\Rightarrow(x^2-10x+25)+(x^2-14x+49)+2(x^2-12x+35)=0$$
$$\Rightarrow 4x^2-48x+144=0$$
$$\Rightarrow 4(x^2-12x+36)=0$$
$$\Rightarrow x^2-12x+36=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=(-12)^2-4(1)(36)=144-144=0\Rightarrow\Delta=0$$

$\Delta=0$ ده او معادله دوه مضاعف جذرونه لري.

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{(-12)}{2(1)}=6$$ مضاعف جذر

45 ځواب)

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=\left[-(a+b^2)\right]^2-4(b)(ab)$$
$$=(a+b^2)^2-4ab^2$$
$$=(a^2+2ab^2+b^4-4ab^2)$$
$$=a^2-2ab^2+b^4$$

$$=\left(a-b^2\right)^2>0$$

$\Delta>0$ ده او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-\left[-(a+b)^2\right]\pm\sqrt{\left(a-b^2\right)^2}}{2(b)}=\frac{\left(a+b^2\right)\pm\left(a-b^2\right)}{2b}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{a+b^2+a-b^2}{2b}=\dfrac{2a}{2b}=\dfrac{a}{b}\Rightarrow x_1=\dfrac{a}{b}\\ x_2=\dfrac{a+b^2-a+b^2}{2b}=\dfrac{2b^2}{2b}=b\Rightarrow x_2=b\end{cases}$$

46 **ځواب)**

يادونه)

ددې لپاره چې دويمه درجه افاده كامل مربع وي، معادله بايد مضاعف جذر ولري، يعنې $\Delta=0$

$$\Delta=b^2-4ac=0\Rightarrow\left[-2(m+2)\right]^2-4(1)\left(12+m^2\right)=0$$

$$4(m+2)^2-4m^2-48=0\Rightarrow 4m^2+16m+16-4m^2-48=0$$

$$\Rightarrow 16m-32=0$$

$$\Rightarrow 16m=32$$

$$\Rightarrow m=\frac{32}{16}$$

$$\Rightarrow m=2$$

47 **ځواب)**

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}\Rightarrow 1=-\frac{a}{2(a+b)}\Rightarrow 2(a+b)=-a\Rightarrow 2a+2b=-a\Rightarrow 3a+2b=0$$

$$if\ \ x=1\Rightarrow(a+b)(1)^2+a(1)+1=0\Rightarrow a+b+a+1=0\Rightarrow 2a+b=-1$$

$$-2\times\begin{cases}3a+2b=0\\2a+b=-1\end{cases}\Bigg\rangle\begin{cases}3a+2b=0\\-4a-2b=2\end{cases}$$

د پاسنيو مساواتو دواړې خواوې له يوې بلې سره جمع كوو:

$$-a=2\Rightarrow a=-2$$

$$\Rightarrow b=3$$

$$\Rightarrow a+b=(-2)+(3)$$

$$\Rightarrow a+b=1$$

48 **ځواب)**

د مضاعف جذر شرط : $\Delta=0\Rightarrow b^2-4ac=0\Rightarrow b^2-4a=0$

مضاعف جذر : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 1 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2a = -b \Rightarrow b = -2a$

$$\begin{cases} b^2 - 4a = 0 \\ b = -2a \end{cases} (-2a)^2 - 4a = 0 \Rightarrow 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow 4a(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow b = 0 \\ a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$ (د نه منلو وړ)

دې ته په پام سره چې د x^2 ضریب د صفر خلاف $(a \neq 0)$ دی، نو د منلو وړ ځوابونه $(a = 1, b = -2)$ دي.

49 ځواب)

$$(a-b+c)x^2 + 2cx - (a-b-c) = 0$$

د دوو جذرونو شرط دا دی چې له پاسنۍ معادلې څخه ترلاسه شوې دويمه درجه معادلې Δ تل له صفر څخه ستره وي:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{2}{x-b} = 1 \Rightarrow \frac{(x-b) + 2(x-a)}{(x-a)(x-b)} = 1$$

$$\Rightarrow x - b + 2(x-a) = (x-a)(x-b)$$

$$\Rightarrow x - b + 2x - 2a = x^2 - bx - ax + ab$$

$$\Rightarrow x^2 - bx - ax - 3x + b + 2a + ab = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (a+b+3)x + (ab+b+2a) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= [(a+b+3)]^2 - 4(ab+b+2a)$$

$$= a^2 + b^2 + 9 + 2ab + 6a + 6b - 4ab - 4b - 8a$$

$$= a^2 + b^2 + 9 - 2ab - 2a + 2b$$

$$= a^2 + b^2 + 1 - 2ab - 2a + 2b + 8$$

$$= (a-b-1)^2 + 8 > 0$$

د معادلې مبين(Δ) تل مثبت دی، نو ځکه پاسنۍ معادله تل دوه جذرونه لري.

50 ځواب)

اړينه ده چې وښيو د معادلې مبين کامل مربع دی:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (2c)^2 - 4(a-b+c)(a-b-c)$$

$$= 4c^2 - 4(a-b+c)(a-b-c)$$
$$= 4\left[c^2 - (a-b+c)(a-b-c)\right]$$
$$= 4\left[c^2 + (a-b)^2 - c\right]$$
$$= 4(a-b)^2$$

51 ځواب)

د دې لپاره چې دویمه درجه افاده کامل مربع وي، باید مضاعف جذر ولري، یعنې:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow [m(m-1)]^2 - 4(1)(36) = 0$$
$$\Rightarrow [m(m-1)]^2 = 144 \xrightarrow{\text{جذر}} m(m-1) = \pm 12$$
$$if\ \ m(m-1) = 12 \Rightarrow m^2 - m - 12 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -3 \end{cases}$$
$$if\ \ m(m-1) = -12 \Rightarrow m^2 - m + 12 = 0 \xrightarrow{\Delta<0}$$ معادله حقیقي جذر نلري.

پام وکړئ:

$$if\ \ m = 4 \Rightarrow x^2 + m(m-1)x + 36 = x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2$$
$$if\ \ m = -3 \Rightarrow x^2 + m(m-1)x + 36 = x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2$$

52 ځواب)

$ax^2 + bx + c = 0$ حقیقي جذر لري نو:

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \ge 0$$
$$ax^2 + 2bx + c + m(ax+b) = 0$$
$$ax^2 + 2bx + c + \max + mb = 0 \Rightarrow ax^2 + x(2b+ma) + (mb+c) = 0$$

د دې لپاره چې پاسنۍ معادله حقیقي جذر ولري باید $\Delta \ge 0$ وي.

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \ge 0$$
$$\Rightarrow (2b+ma)^2 - 4a(mb+c) \ge 0$$
$$\Rightarrow 4b^2 + 4mab + m^2a^2 - 4mab - 4ac \ge 0$$
$$\Rightarrow 4b^2 - 4ac + m^2a^2 \ge 0$$
$$b^2 - 4ac \ge 0 \Rightarrow 4b^2 - 4ac \ge 0 \Rightarrow 4b^2 - 4ac + m^2a^2 \ge 0 \Rightarrow \Delta \ge 0$$

د دویمې معادلې Δ له صفر څخه ستره او مساوي ده او حقیقي جذر نلري.

53 ځواب)

که $x^2 + ax + b = 0$ دوه متفاوت جذرونه ولري $\Delta > 0$:

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(b) > 0 \Rightarrow a^2 - 4b > 0\ \ (\text{I})$$

د دې لپاره چې دویمه درجه معادله دوه حقیقي متفاوت جذرونه ولري، شرط دا دی چې $\Delta' > 0$ وي.

$$\Delta' > 0 \Rightarrow b'^2 - ac > 0 \Rightarrow (a+m)^2 - (3)(ma+b) > 0$$

$$\Rightarrow a^2 + m^2 + 2ma - 3ma - 3b > 0 \Rightarrow m^2 - am + a^2 - 3b > 0$$

نامساوات تل په لاندې شرط صدق کوي $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (-a)^2 - 4(1)(a^2 - 3b) < 0 \Rightarrow a^2 - 4a^2 + 12b < 0 \\ a = 1 > 0 \qquad\qquad \Rightarrow -3a^2 + 12b < 0 \end{cases} \Bigg\rangle -3\underbrace{(a^2 - 4b)}_{\text{مثبت}} < 0$$

(I) ته په کتو سره نامساوات تل صدق کوي، نو د m ټولو قیمتونو ته دویمه معادله دوه حقیقي جذرونه لري.

54 ځواب)

ددې لپاره چې معادله مضاعف جذر ولری، شرط دا دی چې باید $\Delta = 0$ وي.

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow [-(5a+2)]^2 - 4(5a-1)(3a-2) = 0$$

$$\Rightarrow (5a+2)^2 - 4(5a-1)(3a-2) = 0$$

$$\Rightarrow (25a^2 + 20a + 4) - 4(15a^2 - 10a - 3a + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (25a^2 + 20a + 4) - 60a^2 + 52a - 8 = 0$$

$$\Rightarrow -35a^2 + 72a - 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (72)^2 - 4(-35)(-4) = 5184 - 560 = 4624$$

$$a = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-72 \pm \sqrt{4624}}{2(-35)} = \frac{-72 \pm 68}{-70} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-72+68}{-70} = \dfrac{-4}{-70} = \dfrac{2}{35} \\ a = \dfrac{-72-68}{-70} = \dfrac{-140}{-70} = 2 \end{cases}$$

55 ځواب)

فرضوو:

$$x^2 - x - 5 = k \Rightarrow x^2 - x - 5 - k = 0$$

د حقیقي ځواب شرط:

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \ge (-1)^2 - 4(1)(-5-k) \ge 0 \Rightarrow 1 + 20 + 4k \ge 0 \Rightarrow 4k \ge -21 \Rightarrow k \ge -\frac{21}{4}$$

$$y^2 + 3y + 3 = k \Rightarrow y^2 + 3y + 3 - k = 0$$

د ځواب د موجودیت شرط:

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \ge\Rightarrow (3)^2 - 4(1)(3-k) \ge 0 \Rightarrow 9 - 12 + 4k \ge 0 \Rightarrow 4k \ge 3 \Rightarrow k \ge \frac{3}{4}$$

$$-z^2 - 5z - 5 = k \Rightarrow z^2 + 5z + 5 + k = 0$$

د ځواب د موجودیت شرط:

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow b^2-4ac\ge 0 => (5)^2-4(1)(5+k)\ge 0 \Rightarrow 25-20-4k\ge 0\Rightarrow 5\ge 4k \Rightarrow k\le \frac{5}{4}$$

څرنګه چې x او y او z صحیح اعداد ګڼل کېږي، باید k هم صحیح عدد وي، یعنې $k=1$ وي چې په درې واړو پاسنیو شرطونو کې صدق کوي:

$$if\ \ k=1\Rightarrow\begin{cases}x^2-x-5=1\Rightarrow x^2-x-6=0\Rightarrow x_1=3\ \ , \qquad x_2=-2\\ y^2+3y+3=1\Rightarrow y^2+3y+2=0\Rightarrow y_1=-1\ ,\ y_2=-2\ ,\ z_2=-3\\ -z^2-5z-5=1\Rightarrow z^2+5z+6=0\Rightarrow z_1=-2\end{cases}$$

د درې واړو x او y او z لپاره د درې واړو افادو حاصل مساوي په (1) دی.

56 **ځواب)**

$$\frac{x}{x^2-5x+7}=k\xrightarrow{k\in z}kx^2-5kx+7k=x\Rightarrow kx^2-(5k+1)x+7k=0\ (\mathrm{I})$$

د دوو حقیقي جذرونو د لرلو شرط:

$$\Delta\ge 0\Rightarrow[-(5k+1)]^2-4(k)(7k)\ge 0\Rightarrow -3k^2+10k+1\ge 0$$

د $-3k^2+10k+1\ge 0$ نامساوات علامه ټاکو:

$$-3k^2+10k+1=0$$
$$\Delta=b^2-4ac=(10)^2-4(-3)(1)=100+12=112$$

$$k=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(10)\pm\sqrt{112}}{2(-3)}\Rightarrow\begin{cases}k_1=\dfrac{-10+\sqrt{112}}{-6}=\dfrac{-10+2\sqrt{28}}{-6}=\dfrac{5-\sqrt{28}}{3}\\ k_2=\dfrac{-10-\sqrt{112}}{-6}=\dfrac{-10-2\sqrt{28}}{-6}=\dfrac{5+\sqrt{28}}{3}\end{cases}$$

د ځواب سیټ : $\frac{5-\sqrt{28}}{3}\le k\le\frac{5+\sqrt{28}}{3}\Rightarrow -0.09\le k\le 3.43\xrightarrow{k\in z}k=\{0,1,2,3\}$

$$(\mathrm{I}):kx^2-(5k+1)x+7k=0$$
$$if\ \ k=0\Rightarrow x=0$$
$$if\ \ k=1\Rightarrow x^2-6x+7=0\Rightarrow x=3\pm\sqrt{2}$$
$$if\ k=2\Rightarrow 2x^2-11x+14=0\Rightarrow x=\frac{7}{4},\ x=2$$
$$if\ k=3\Rightarrow 3x^2-16x+21=0\Rightarrow x=-3, x=-\frac{7}{3}$$

د x قیمتونو سیټ چې د هغو لپاره $\frac{x}{x^2-5x+7}$ افاده په عدد اوړي عبارت دي له:

$$\left\{0,3+\sqrt{2},3-\sqrt{2},\frac{7}{2},2,-3,-\frac{7}{3}\right\}$$

57 **ځواب)**
د مخکيني دليل څخه ګټه اخلو:
فرضوو چې $b^2-4ac=d^2$ و $(d\in N)$ وي، څرنګه چې a او b او c تاق اعداد دي، پر دې اساس d تاق عدد دی.

$$d=2k+1\Rightarrow d^2=4k^2+4k+1$$
$$\Rightarrow d^2=4k(k+1)+1$$
$$\Rightarrow d^2=4k(k+1)+1$$

څرنګه چې يو له دوو k يا $k+1$ څخه جفت عدد دی، پر دې اساس d^2 چې پر 8 تقسيم شي واحد باقيمانده ترې ترلاسه کېږي. له بل پلوه ac تاق عدد دی.
لرو: $ac=2m+1$

$$ac=2m+1\Rightarrow -4ac=-8m-4$$
$$\Rightarrow -4ac=-8(m+1)+4$$

يعنې $-4ac$ پر 8 له تقسيم څخه 4 باقی مانده پاتېږي او څرنګه چې b^2 د يوه تاق عدد مجذور دی او پر 8 له تقسيم څخه واحد باقيمانده ترې ترلاسه کېږي؛ پر دې اساس b^2-4a يعنې d^2 پر 8 له تقسيم څخه بايد 5 باقيمانده ورکړي، د حاصل تناقص، د حکم سموالی ثبوتوي.
58 **ځواب)** پرته له دې چې د مسئلې عاموالي ته زيان ورسېږي، کولی شو، $a<b<c$ فرض کړو، په دې صورت کې لرو چې:
لومړۍ طريقه) پاسنۍ معادله ساده کوو، ترڅو يوه دويمه درجه معادله ترلاسه کړو، وروسته يې $\Delta>0$ څېړو:

$$f(x)=\left[x^2+(-a-b)x+ab\right]+\left[x^2+(-b-c)x+bc\right]+\left[x^2+(-c-a)x+ac\right]=0$$
$$f(x)=3x^2-2(a+b+c)x+(ab+bc+ac)=0$$
$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=\left[-2(a+b+c)^2\right]-4(3)(ab+bc+ac)$$
$$=4(a+b+c)^2-12(ab+bc+ac)$$

پام مو وي چې په دې طريقه کې نشو کولی چې ترلاسه کړو $\Delta=4(a+b+c)^2-2(ab+bc+ac)$ مثبت ده که منفي، پر دې اساس دغه طريقه، مناسبه طريقه نده.
دويمه طريقه) د بولتزانو قضيې کارونه:

$$f(a)\cdot f(b)=[(a-b)(a-c)]\cdot[(b-c)(b-a)]$$
$$=-(a-b)(a-b)(a-c)(b-c)$$
$$=(a-b)^2(c-a)(b-c)\xrightarrow{a<b<c} f(a)\cdot f(b)=(a-b)^2(c-a)(b-c)<0$$

د $x_1<x_2$ ، په فرضولو سره، د معادلې له جذرونو څخه يو، يعنې x_1 د b او a تر منځ دی، يعنې:

$$a<x_1<b \qquad (\mathrm{I})$$

$$f(b)\cdot f(c)=[(b-c)(b-a)]\cdot[(c-a)(c-b)]$$
$$=-(b-c)(b-c)(b-a)(c-a)$$
$$=(b-c)^2(a-b)(c-a)\xrightarrow{a<b<c} f(b)\cdot f(c)=(b-c)^2(a-b)(c-a)<0$$

دويم جذر(x_2) د c او b ترمنځ دی يعنې:

$$b<x_2<c \qquad (\mathrm{II})$$
$$(\mathrm{I}),(\mathrm{II})\Rightarrow a<x_1<b<x_2<c$$

پر دې اساس x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې حقيقي جذرونه دي.

59 **ځواب)** له مخکيني دليل څخه کار اخلو:

$$\begin{cases}x^2+ax+b=0\\x^2+a'x+b'=0\end{cases}$$

که له پاسنيو معادلو څخه يوه يې هم حقيقي جذر ونلري، بايد ولرو چې:

$$\Delta<0\Rightarrow b^2-4ac<0\Rightarrow a^2-4b<0$$
$$\Delta'<0\Rightarrow b^2-4ac<0\Rightarrow a'^2-4b'<0$$
$$a^2+a'^2-4(b+b')<0\xrightarrow{\text{فرض}\ :b+b'=\frac{1}{2}aa'} a^2+a'^2-4\left(\frac{1}{2}aa'\right)<0$$
$$\Rightarrow(a^2+a'^2-2aa')<0\Rightarrow(a-a')^2<0$$

وروستي نامساوات امکان نلري، پر دې اساس لږ تر لږه له پاسنيو دوو معادلو څخه يوه يې حقيقي جذرونه لري.

60 **ځواب)** کسر د $x=2$ لپاره نه دی تعريف شوی او دې ته په کتو سره چې مخرج دويمه درجه افاده ده او د دغه دويمه درجه افادې يوازينی جذر $x=2$ دی، يعنې $x=2$ د مخرج د افادې مضاعف جذر دی، پر دې اساس د معادل کسر مخرج $(x-2)^2$ دی.

$$x^2+ax+b=(x-2)^2\Rightarrow x^2+ax+b=x^2-4x+4\Rightarrow\begin{cases}a=-4\\b=4\end{cases}$$

61 **ځواب)**

$$b=2b'\Rightarrow b'=\frac{b}{2}=\frac{4}{2}\Rightarrow b'=2$$
$$\Delta'=b'^2-ac=(2)^2-(1)(3)=4-3=1\Rightarrow\Delta'=1>0$$

$\Delta' > 0$ دی او معادله دوه حقيقي جذرونه لري:

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-2 \pm \sqrt{1}}{1} = \frac{-2 \pm 1}{1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 - 1 = -3 \Rightarrow x_1 = -3 \\ x_2 = -2 + 1 = -1 \Rightarrow x_2 = -1 \end{cases}$$

ځواب) 62

$$b = 2b' \Rightarrow b' = \frac{b}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow b' = 1$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = (1)^2 - (1)(1) = -1 - 1 = 0 \Rightarrow \Delta' = 0$$

$\Delta' = 0$ دی او معادله یو مضاعف جذر لري:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -\frac{1}{1} = -1 \Rightarrow x_1 = x_2 = -1$$

ځواب) 63

$$b = 2b' \Rightarrow b' = \frac{b}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow b' = 3$$

$$\Delta = b'^2 - ac \Rightarrow \Delta' = (3)^2 - (1)(37)$$

$$\Rightarrow \Delta' = 9 - 37$$

$$\Rightarrow \Delta' = -28$$

$$\Rightarrow \Delta' < 0$$

$\Delta' < 0$ ده او معادله حقيقي جذر نلري.

ځواب) 64

$$\Delta' = b'^2 - ac = (3)^2 - (9)(1) = 9 - 9 = 0 \Rightarrow \Delta' = 0$$

$\Delta' = 0$ ده او معادله یو مضاعف جذر لري.

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

ځواب) 65

$$\Delta' = b'^2 - ac = \left(-\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}\right) = 3 - 2 = 1 \Rightarrow \Delta' = 1 \Rightarrow \Delta' > 0$$

$\Delta' > 0$ ده او معادله دوه حقيقي جذرونه لري.

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-\left(-\sqrt{3}\right) \pm \sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \pm 1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} \\ x = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

66 **ځواب)**

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-m)^2 - (m-2n)(m+2n) = m^2 - (m^2 - 4n^2) = 4n^2 > 0 \Rightarrow \Delta' > 0$$

$\Delta' > 0$ ده او معادله دوه حقيقي جذرونه لري:

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-m) \pm \sqrt{4n^2}}{(m-2n)} = \frac{m \pm |2n|}{m-2n}$$

$$if\ n > 0 \Rightarrow |2n| = +(2n)$$

$$\Rightarrow x = \frac{m \pm 2n}{m-2n}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{m+2n}{m-2n} \\ x_2 = \dfrac{m-2n}{m-2n} \Rightarrow x_2 = 1 \end{cases}$$

67 **ځواب)** د معادلې حقيقي جذرونو د موجوديت او نه موجوديت لپاره اړينه ده چې د معادلې Δ يا Δ' ترلاسه کړو:

$$b = 2b' \Rightarrow b' = \frac{b}{2} = \frac{-2(m-1)}{2} = -(m-1) \Rightarrow b' = -(m-1) \Rightarrow b' = (1-m)$$

$$\begin{aligned} \Delta' &= b'^2 - ac \\ &= (1-m)^2 - (m)(m+1) \\ &= 1 + m^2 - 2m - m^2 - m \\ &= m^2 - m^2 - 3m + 1 \\ &= -3m + 1 \end{aligned}$$

$$1)\ if\ \Delta' > 0 \Rightarrow -3m + 1 > 0 \Rightarrow -3m > -1 \Rightarrow m < \frac{1}{3}$$

د $m < \frac{1}{3}$ لپاره دوه متفاوت حقيقي جذرونه لري.

$$2)\ if\ \Delta' = 0 \Rightarrow -3m + 1 = 0 \Rightarrow -3m = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

د $m = \frac{1}{3}$ لپاره معادله يو مضاعف جذر لري.

$$3)\ if\ \Delta' < 0 \Rightarrow -3m + 1 < 0 \Rightarrow -3m < -1 \Rightarrow m > \frac{1}{3}$$

د $m > \frac{1}{3}$ لپاره معادله حقيقي جذر نلري.

68 ځواب)

شرط : $\Delta' = 0 \Rightarrow b'^2 - ac = 0 \Rightarrow (3m+1)^2 - (m+3)(m+3) = 0$

$$\Rightarrow (3m+1)^2 - (m+3)^2 = 0$$
$$\Rightarrow (9m^2+6m+1) - (m^2+6m+9) = 0$$
$$\Rightarrow 9m^2+6m+1-m^2-6m-9 = 0$$
$$\Rightarrow 8m^2 - 8 = 0$$
$$\Rightarrow 8m^2 = 8$$
$$\Rightarrow m = \pm 1$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -\frac{3m+1}{m+3} \xrightarrow{if\ m=1} x_1 = x_2 = -\frac{3+1}{4} = -1$$
$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -\frac{-3m+1}{m+3} \xrightarrow{if\ m=-1} x_1 = x_2 = -\frac{-3+1}{2} = 1$$

69 ځواب)

که $x = 2$ د پاسنۍ معادلې له جذرونو څخه وي، باید په معادله کې صدق وکړي:

$$(m+1)(2)^2 - 2m(2) + m - 5 = 0 \Rightarrow 4m+4-4m+m-5 = 0 \Rightarrow m-1 = 0 \Rightarrow m = 1$$
$$(m+1)x^2 - 2mx + m - 5 = 0 \xrightarrow{if\ m=1} 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-2) = 1 + 8 = 9$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1(-1) \pm \sqrt{9}}{2(1)} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1-3}{2} = -1 \Rightarrow x_1 = -1 \end{cases}$$

70 ځواب)

د دې شرط چې پاسنۍ معادله ځواب ولري، دا دی چې، $\Delta' \geq 0$ وي.

$$if\ \ \Delta' \geq 0 \Rightarrow b'^2 - ac \geq 0$$
$$\Rightarrow (-2b)^2 - (1)(4b^2 - a^2) \geq 0$$
$$\Rightarrow 4b^2 - 4b^2 + a^2 \geq 0$$
$$\Rightarrow a^2 \geq 0$$
$$\Rightarrow \Delta' = a^2 \geq 0$$

دغه نامساوات تل صدق کوي؛ پر دې اساس معادله د a او b ټولو قیمتونو ته ځواب لري.

$$\Delta' = a^2$$
$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-2b) \pm \sqrt{a^2}}{1} = 2b \pm |a| \xrightarrow{a>0} x = 2b \pm a \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2b + a \\ x_2 = 2b - a \end{cases}$$

71 ځواب)

$$A = n^2 + \left(n^2 + 2n + 1\right) + \left(n^2 + 4n + 4\right) + \left(n^2 + 6n + 9\right)$$
$$= 4n^2 + 12n + 14$$
$$= 2\left(2n^2 + 6n + 7\right)$$

A عدد تل پر 2 د تقسیم وړ دی، پر دې اساس باید $2n^2 + 6n + 7$ پر 5 د تقسیم وړ وي:

$$2n^2 + 6n + 7 = 5k \Rightarrow 2n^2 + 6n + \left(7 - 5k\right) = 0$$
$$\Delta' = b'^2 - ac$$
$$= (3)^2 - (2)(7 - 5k)$$
$$= 9 - 14 + 10k$$
$$= 10k - 5$$
$$n = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} \Rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{5(2k-1)}}{2}$$

n عدد هغه مهال طبیعي دی چې ولرو:

$$2k - 1 = 5(2t+1)^2 \Rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{25(2t+1)^2}}{2} = \frac{-3 \pm 5(2t+1)}{2} \Rightarrow n = 5t + 1$$

یعنې A افاده هغه مهال پر 10 د تقسیم وړ ده چې n عدد پر 5 ، له تقسیم وروسته واحد باقیمانده ولري.

72 ځواب)

$$x_1 = {x_2}^2 \Rightarrow x_1 x_2 = {x_2}^2 x_2$$
$$\Rightarrow x_1 x_2 = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow p = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow 8 = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow 2^3 = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow x_2 = 2$$

$x_2 = 2$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق هم کوي:

$$\text{if } \; x_2 = 2 \Rightarrow (2)^2 + k(2) + 8 = 0$$
$$\Rightarrow 4 + 2k + 8 = 0$$
$$\Rightarrow 2k + 12 = 0$$
$$\Rightarrow 2k = -12$$
$$\Rightarrow k = -6$$

73 ځواب)

$x_1+3x_2=7 \Rightarrow (x_1+x_2)+2x_2=7$

$\Rightarrow 5+2x_2=7$

$\Rightarrow 2x_2=2$

$\Rightarrow x_2=1$

$if \quad x_2=1 \Rightarrow (1)^2-5(1)+k-1=0$

$\Rightarrow 1-5+k-1=0$

$\Rightarrow k=5$

74 ځواب)

د مضاعف جذر شرط: $x_1=x_2 \Rightarrow x_1+x_1+x_1x_1=-1$

$\Rightarrow 2x_1+x_1^{\ 2}=-1$

$\Rightarrow x_1^{\ 2}+2x_1+1=0$

$\Rightarrow (x_1+1)^2=0$

$\Rightarrow x_1+1=0$

$\Rightarrow x_1=-1$ مضاعف جذر

75 ځواب)

که $x=a$ د دغې معادلې جذر وي، نو په معادله کې باید صدق هم وکړي:

$if\ x=a \Rightarrow (a)^2-4(a)+1=0$

$\Rightarrow a^2-4a+1=0$

$\Rightarrow a^2=4a-1$

$$k=\frac{a^2}{a^2-8a+2}$$

$$=\frac{(4a-1)}{(4a-1)-8a+2}$$

$$=\frac{4a-1}{-4a+1}$$

$$=\frac{4a-1}{-(4a-1)}$$

$$=-1$$

76 ځواب)

د دوو متوالي جذرونو شرط: $b^2-4ac=a^2 \Rightarrow b^2-4(1)(c)=(1)^2$

$\Rightarrow b^2-4c=1$

77 ځواب)

$$x_1-x_2=2 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{a}=2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2a$$
$$\Rightarrow \Delta = 4a^2$$
$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 4a^2$$
$$\Rightarrow (3)^2 - 4(1+m)(1-m) = 4(1+m)^2$$
$$\Rightarrow 9 - 4(1-m^2) = 4(1+m)^2$$
$$\Rightarrow 4(1+m)^2 + 4(1-m)^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow 4(1+2m+m^2) + 4 - 4m^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow 4 + 8m + 4m^2 + 4 - 4m^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow -1 + 8m = 0$$
$$\Rightarrow 8m = 1$$
$$\Rightarrow m = \frac{1}{8}$$

78 ځواب)

$$if \;\; x^2 - cx + d = 0 \Rightarrow p = \alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = d \,,\, S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-c)}{1} = c$$

α د $x^2 - ax + b = 0$ معادلې مضاعف جذر دی:

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-a)}{2(1)} = \frac{a}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2\alpha \;,\; S = \alpha + \beta \Rightarrow c = \alpha + \beta$$

$$\left.\begin{cases} a = 2\alpha \\ c = \alpha + \beta \end{cases}\right\rangle ac = 2\alpha(\alpha + \beta) \Rightarrow ac = 2(\alpha^2 + \alpha\beta)$$

په $x^2 - ax + b = 0$ دویمه درجه معادله کې د دوو جذرونو د ضرب حاصل $\alpha \cdot \alpha = \frac{c}{a} = b$ دی.

$$\alpha \times \alpha = b \Rightarrow \alpha^2 = b \Rightarrow ac = 2(b + d)$$

79 ځواب)

$$x_1 = \left(\frac{1}{x_2}\right)^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{x_2^{\;2}}$$
$$\Rightarrow x_1 x_2^{\;2} = 1$$
$$\Rightarrow (x_1 x_2)\, x_2 = 1$$
$$\Rightarrow \left(\frac{c}{a}\right) x_2 = 1$$
$$\Rightarrow x_2 = \frac{a}{c}$$

$x_2=\dfrac{a}{c}$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق هم کوي:

$$a\left(\frac{a}{c}\right)^2+b\left(\frac{a}{c}\right)+c=0\Rightarrow\frac{a^3}{c^2}+\frac{ab}{c}+c=0$$
$$\Rightarrow a^3+abc+c^3=0$$
$$\Rightarrow a^3+c^3+abc=0$$

80 **ځواب)** د مضاعف جذر درلودلو شرط دا دی چې:

$$x'=x''\Rightarrow x'^2+x'+x'=3$$
$$\Rightarrow x'^2+2x'-3=0\Rightarrow\begin{cases}x'=1\\x'=-3\end{cases}$$

81 **ځواب)**

$$\tan\alpha+\tan\beta=-p\ ,\ \tan\alpha\cdot\tan\beta=q$$
$$\tan^2\lambda=\frac{\sin^2\lambda}{\cos^2\lambda}$$
$$=\frac{1-\cos^2\lambda}{\cos^2\lambda}$$
$$=\frac{1-\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta}{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta}$$
$$=\frac{1}{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta}-\frac{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta}{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta}$$
$$=\frac{1}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{\cos^2\beta}-1$$
$$=\left(1+\tan^2\alpha\right)\left(1+\tan^2\beta\right)-1$$
$$=1+\tan^2\beta+\tan^2\alpha+\tan^2\alpha\ \tan^2\beta-1$$
$$=\tan^2\beta+\tan^2\alpha+\tan^2\alpha\cdot\tan^2\beta$$
$$=\left(\tan^2\beta+\tan^2\alpha+2\tan\alpha\cdot\tan\beta\right)-2\tan\alpha\cdot\tan\alpha\cdot\tan\beta+\tan^2\beta\times\tan^2\beta$$
$$=\left(\tan\alpha+\tan\beta\right)^2-2\tan\alpha\cdot\tan\beta+\tan^2\alpha\cdot\tan^2\beta$$
$$=p^2+q^2-2q$$

82 **ځواب)**

$$\left|x'-x''\right|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\Rightarrow 2=\frac{\sqrt{1-4m}}{1}$$

$$\Rightarrow 2=\sqrt{1-4m}$$
$$\Rightarrow 4=1-4m$$
$$\Rightarrow 4m=-3$$
$$\Rightarrow m=-\frac{3}{4}$$

83 ځواب)

$$S_{10}=x_1^{10}+x_2^{10}=k$$
$$S_{30}=x_1^{30}+x_2^{30}$$
$$=\left(x_1^{10}\right)^3+\left(x_2^{10}\right)^3$$
$$=\left(x_1^{10}+x_2^{10}\right)^3-3x_1^{10}x_2^{10}\left(x_1^{10}+x_2^{10}\right)$$
$$=k^3-3\left(x_1x_2\right)^{10}\times k$$
$$=k^3-3(-1)^{10}\times k$$
$$=k^3-3k$$

84 ځواب)

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(-4)^2-4\,(1)(1)$$
$$=16-4$$
$$=12$$

$$A=x_1^{2}-x_2^{2}$$
$$=\left(x_1-x_2\right)\left(x_1+x_2\right)$$
$$=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\cdot\left(-\frac{b}{a}\right)$$
$$A=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\cdot\left(-\frac{b}{a}\right)=\frac{\sqrt{12}}{1}\cdot\left(-\frac{(-4)}{1}\right)=4\sqrt{12}=4\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$$

85 ځواب)

$$B=\frac{1}{x_1^{3}}+\frac{1}{x_2^{3}}$$
$$=\frac{x_2^{3}+x_1^{3}}{x_1^{3}x_2^{3}}$$
$$=\frac{x_2^{3}+x_1^{3}}{\left(x_1x_2\right)^3}$$
$$=\frac{S^3-3PS}{P^3}$$
$$=\frac{(4)^3-3(1)(4)}{(1)^3}$$

$$= \frac{64-12}{1}$$
$$= 52$$

86 ځواب)

$$C = {x_1}^4 + {x_2}^4$$
$$= \left({x_1}^2 + {x_2}^2\right)^2 - 2{x_1}^2{x_2}^2$$
$$= \left(S^2 - 2P\right)^2 - 2P^2$$
$$= (16-2)^2 - 2(1)$$
$$= 194$$

87 ځواب)

$$D = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \Rightarrow D^2 = \left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}\right)^2$$
$$\Rightarrow D^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}$$
$$\Rightarrow D^2 = S + 2\sqrt{P}$$
$$\Rightarrow D = \pm\sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$
$$\Rightarrow D = \pm\sqrt{4 + 2\sqrt{1}}$$
$$\Rightarrow D = \pm\sqrt{4+2}$$
$$\Rightarrow D = \pm\sqrt{6} \quad ; \quad D > 0$$
$$\Rightarrow D = \sqrt{6}$$

88 ځواب)

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = -\frac{3}{2}$$
$$P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$
$${x_1}^2 + {x_2}^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{-\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{9}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

89 ځواب)

$$S = 4 \ , \quad P = 1$$
$$A = \left|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right| \Rightarrow A^2 = \left(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right)^2$$
$$\Rightarrow A^2 = (x_1 + x_2) - 2\sqrt{x_1 x_2}$$

$$\Rightarrow A^2 = S - 2\sqrt{P}$$

$$\Rightarrow A^2 = S - 2\sqrt{P}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{S - 2\sqrt{P}}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{4 - 2\sqrt{1}}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{4 - 2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{2}$$

90 ځواب)

$$S = 4 \quad , \quad P = 2$$

$$A = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} \Rightarrow A^2 = \left(\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}\right)^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 2\sqrt{\frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{x_2}{x_1}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{x_1{}^2 + x_2{}^2}{x_1x_2} + 2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{S^2 - 2P}{P} + 2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{16 - 4}{2} + 2$$

$$\Rightarrow A^2 = 8$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{8}$$

91 ځواب)

$$S = 2 \quad , \quad P = m$$

$$\frac{1}{x_1{}^3} + \frac{1}{x_2{}^3} = 2 \Rightarrow \frac{x_2{}^3 + x_1{}^3}{x_1{}^3 x_2{}^3} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x_1{}^3 + x_2{}^3}{(x_1x_2)} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{S^3 - 3SP}{P^3} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(2)^2 - 3(2)(m)}{(m)^3} = 2$$
$$\Rightarrow \frac{8-6m}{m^3} = 2$$
$$\Rightarrow 8-6m = 2m^3$$
$$\Rightarrow 2m^3 + 6m - 8 = 0$$

(په درېيمه درجه معادله کې څرنګه چې د ضريبونو مجموعه يې صفر ده، يو جذر يې $m=1$ دی او څرنګه چې $P>0$ دی معادله يوازې يو جذر لري)

92 ځواب)

$$x_1 - x_2 + x_1x_2 = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{a} + \frac{c}{a} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}+c}{a} = 0$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} + c = 0$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = -c$$

$$if \;\; x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm (-c)}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b \mp c}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{c-b}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-c-b}{2a} \end{cases}$$

93 ځواب)

$$mx_1^{\,2} + nx_2^{\,2} = \left(\frac{m+n}{2}\right)\left(x_1^{\,2} + x_2^{\,2}\right) + \left(\frac{m-n}{2}\right)\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)$$
$$= \left(\frac{m+n}{2}\right)\left(S^2 - 2P\right) + \left(\frac{m-n}{2}\right)(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$$
$$= \left(\frac{m+n}{2}\right)\left(S^2 - 2P\right) + \left(\frac{m-n}{2}\right)\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\cdot S$$
$$= \frac{1}{2}(m+n)\left(S^2 - 2P\right) + \frac{1}{2}(m-n)S\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$
$$= \frac{1}{2}(m+n)\left(S^2 - 2P\right) + \frac{1}{2}(m-n)S\sqrt{S^2 - 4P}$$

يادونه: $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{S^2 - 4P}$

94 ځواب)

$$\begin{cases}{x_1}^2+{x_2}^2-x_1x_2=7\\ 4+2(x_1+x_2)x+x_1x_2=20\end{cases}\Bigg\rangle\begin{cases}(S^2-2P)-P=7\\ 4+2S+P=20\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}S^2-3P=7\\ P=16-2S\end{cases}\quad(1)\Bigg\rangle$$

$$S^2-3(16-2S)=7\Rightarrow S^2+6S-55=0$$
$$\Rightarrow(S-5)(S+11)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}S=5\overset{(I)}{\Rightarrow}P=6\Rightarrow x^2-5x+5=0\\ S=-11\overset{(I)}{\Rightarrow}P=38\Rightarrow x^2+11x+38=0\end{cases}$$

$x^2+11x+38=0$ معادله حقیقي ځواب نلري نو په پایله کې ویلی شو چې $x^2-5x+6=0$ معادله غوښتل شوې معادله ده.

95 ځواب) څرنگه چې x_1 او x_2 د معادلې جذرونه دي، نو په معادله کې صدق کوي او لرو چې:

$$x_1^2+5x_1-1=0\Rightarrow x_1^2+5x_1=1$$
$$\Rightarrow x_1^2+6x_1+3=\left(x_1^2+5x_1\right)+x_1+3$$
$$\Rightarrow x_1^2+6x_1+3=1+x_1+3$$
$$\Rightarrow x_1^2+6x_1+3=x_1+4$$

$$x_1^2+5x_1-1=0\Rightarrow x_2^2+5x_2=1$$
$$\Rightarrow x_2^2+6x_2+3=\left(x_2^2+5x_2\right)+x_2+3$$
$$\Rightarrow x_2^2+6x_2+3=1+x_2+3$$
$$\Rightarrow x_2^2+6x_2+3=x_2+4$$

$$B=\frac{x_1^3x_2+x_1x_2^3}{\left(x_1^2+6x_1+3\right)\left(x_2^2+6x_2+3\right)}$$
$$=\frac{x_1x_2\left(x_1^2+x_2^2\right)}{(x_1+4)(x_2+4)}$$
$$=\frac{x_1x_2\left(x_1^2+x_2^2\right)}{16+4(x_1+x_2)+x_1x_2}$$
$$=\frac{P\left(S^2-2P\right)}{16+4S+P}$$
$$=\frac{(-1)(25+2)}{16+4(-5)+(-1)}$$
$$=\frac{27}{5}$$

96 ځواب)

$$A=\frac{a^2}{b+1}+\frac{b^2}{a+1}$$
$$=\frac{a^2(a+1)+b^2(b+1)}{(a+1)(b+1)}$$
$$=\frac{a^3+a^2+b^3+b^2}{1+(a+b)+ab}$$
$$=\frac{(a^3+b^3)+(a^2+b^2)}{1+(a+b)+ab}$$
$$=\frac{(S^3-3PS)+(S^2-2P)}{1+S+P}$$
$$=\frac{S^3+S^2-3PS-2P}{S+P+1}$$
$$=\frac{(5)^3+(5)^2-3(-1)(5)-2(-1)}{5+(-1)+1}$$
$$=\frac{167}{5}$$

97 ځواب)

ځرنګه چې x_1 او x_2 د معادلې جذرونه دي او په معادله کې صدق هم کوي:

$$x_1^2-4x_1-2=0\Rightarrow x_1^2-4x_1=2 \qquad x_2^2-4x_2-2=0\Rightarrow x_2^2-4x_2=2$$
$$x_1^3-4x_1^2+3=x_1(x_1^2-4x_1)+3 \qquad x_2^3-4x_2^2+3=x_2(x_2^2-4x_2)+3$$
$$=x_1\times 2+3 \qquad =x_2\times 2+3$$
$$=2x_1+3 \qquad =2x_2+3$$

$$A=\frac{x_1^4x_2+x_1x_2^4-3x_1x_2}{(x_1^3-4x_1^2+3)\,(x_2^3-4x_2^2+3)}$$
$$=\frac{x_1x_2(x_1^3+x_2^3)-3x_1x_2}{(2x_1+3)(2x_2+3)}$$
$$=\frac{x_1x_2(x_1^3+x_2^3)-3x_1x_2}{9+6(x_1+x_2)+4x_1x_2}$$
$$=\frac{P(S^3-3PS)-3P}{9+6S+4P}$$
$$=\frac{(-2)[(4)^3-3(-2)(4)]-3(-2)}{9+6(4)+4(-2)}$$

$$= \frac{-170}{25}$$

98 ځواب)

$$\left(\alpha^3 - 2\alpha^2\right)\left(\beta^3 - 2\beta^2\right) = \left[\alpha^2(\alpha - 2)\right] \times \left[\beta^2(\beta - 2)\right]$$
$$= \alpha^2\beta^2\left(4 - 2(\alpha + \beta) + \alpha\beta\right)$$
$$= (\alpha\beta)^2\left(\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4\right)$$
$$= (P)^2 \cdot \left(P - 2(S) + 4\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(\left(-\frac{1}{2}\right) - 2(2) + 4\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= -\frac{1}{8}$$

99 ځواب)

$$A = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2$$
$$= \left(x_1^{\ 2} - 6x_1 + 9\right)\left(x_2^{\ 2} - 6x_2 + 9\right)$$
$$= \left(x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2}\right) - 6(x_1 + x_2) + 18$$
$$= \left(S^2 - 2P\right) - 6P + 18$$
$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{3}{2}\right) - 6\left(\frac{-3}{2}\right) + 18$$
$$= \frac{129}{4}$$

100 ځواب)

که x_1 او x_2 د معادلې جذرونه وي نو لرو چې:

$$x_1^{\ 2} - x_2^{\ 2} = 16 \Rightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 16$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right)(S) = 16 \quad ; \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(m) = 4 - 4$$
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{4 - 4m}}{(1)} \times (2) = 16$$
$$\Rightarrow 2\sqrt{1 - m} = 8$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-m} = 4$$
$$\Rightarrow 1-m = 16$$
$$\Rightarrow m = -15$$

101 ځواب)

$$A = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \Rightarrow A^2 = \left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}\right)^2$$
$$\Rightarrow A^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}$$
$$\Rightarrow A^2 = S + 2\sqrt{P}$$
$$\Rightarrow A^2 = 19 + 2\sqrt{9}$$
$$\Rightarrow A^2 = 19 + 6$$
$$\Rightarrow A^2 = 25 \qquad ; \qquad A > 0$$
$$\Rightarrow A = 5$$

$$x_1^{\ 3} - x_2^{\ 3} = (x_1 - x_2)\left(x_1^{\ 2} + x_1 x_2 + x_2^{\ 2}\right)$$
$$= (x_1 - x_2)\left(x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} + x_1 x_2\right)$$
$$= \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right)\left(S^2 - 2P + P\right)$$
$$= \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \cdot \left(S^2 - P\right)$$
$$= \frac{\sqrt{(19)^2 - 4(1)(9)}}{1} \cdot \left[(19)^2 - (9)\right]$$
$$= \sqrt{325}(352)$$

102 ځواب)

$$\begin{cases} x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = 5 \Rightarrow S^2 - 2P = 5 \Rightarrow S^2 - 4 = 5 \Rightarrow S^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} S = 3 \Rightarrow P = 2 \\ S = -3 \Rightarrow P = 2 \end{cases} \\ x_1 x_2 = 2 => P = 2 \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow \begin{cases} if\ \ S = 3 \quad , P = 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \\ if\ \ S = -3\, , P = 2 \Rightarrow x^2 - (-3)x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

103 ځواب)

$$x_1 - x_2 = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = 4$$
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{1} = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2-4b}=4$$
$$\Rightarrow a^2-4b=16$$

$$x_1^{\ 3}-x_2^{\ 3}=208\Rightarrow (x_1-x_2)\left(x_1^{\ 2}+x_1x_2+x_2^{\ 2}\right)=208$$
$$\Rightarrow (x_1-x_2)\left(x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_1x_2\right)=208$$
$$\Rightarrow \left(\sqrt{a^2-4b}\right)\left(S^2-2P+P\right)=208$$
$$\Rightarrow \left(\sqrt{a^2-4b}\right)\left(S^2-P\right)=208$$
$$\Rightarrow \left(\sqrt{a^2-4b}\right)\left(a^2-b\right)=208$$

$$\begin{cases}\left(\sqrt{a^2-4b}\right)\left(a^2-b\right)=208\Rightarrow \sqrt{16}\left(a^2-b\right)=208\Rightarrow a^2-b=\dfrac{208}{4}\Rightarrow a^2-b=52\\ a^2-4b=16\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2-b=52\Rightarrow a^2=52+b\\ a^2-4b=16\Rightarrow (52+b)-4b=16\Rightarrow 52-3b=16\Rightarrow 3b=52-16\Rightarrow 3b=36\Rightarrow b=12\end{cases}$$

$$a^2=52+b\xrightarrow{b=12}a^2=52+12\Rightarrow a^2=64\Rightarrow a=\pm 8$$

104 **ځواب)**

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=S^2-2P$$
$$=(a)^2-2(a-1)$$
$$=a^2-2a+1$$
$$=(a-1)^2$$
$$=(a-1)^2$$
$$if\ \ a=1\Rightarrow \min\left(x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}\right)=0$$

د $a=1$ ، لپاره $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}$ افاده خپل حداقل مقدار يعنې (0) ته رسېږي.

105 **ځواب)**

$$x_1x_2^{\ -2}+x_2x_1^{\ -2}=\frac{x_1}{x_2^{\ 2}}+\frac{x_2}{x_1^{\ 2}}$$
$$=\frac{x_1^{\ 3}+x_2^{\ 3}}{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}}$$
$$=\frac{S^3-3PS}{P^2}$$
$$=\frac{(3)^3-3(1)(3)}{(1)^2}$$

$$=\frac{27-9}{1}$$
$$=18$$

106 ځواب)

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=\frac{5}{12}$$
$$\Rightarrow\frac{m}{36}=\frac{5}{12}$$
$$\Rightarrow m=\frac{36\times5}{12}$$
$$\Rightarrow m=15$$
$$if\ m=15\Rightarrow x^2-15x+36=0$$
$$\Rightarrow(x-3)(x-12)=0\Rightarrow\begin{cases}x=3\\x=12\end{cases}$$

107 ځواب)

$$\frac{x_1+3}{x_2+1}+\frac{x_2+3}{x_1+1}=\frac{(x_1+3)(x_1+1)+(x_2+3)(x_2+1)}{(x_2+1)(x_1+1)}$$
$$=\frac{\left(x_1^{\,2}+4x_1+3\right)+\left(x_2^{\,2}+4x_2+3\right)}{1+(x_2+x_1)+x_2x_1}$$
$$=\frac{\left(x_1^{\,2}+x_2^{\,2}\right)+4(x_1+x_2)+6}{1+(x_1+x_2)+x_1x_2}$$
$$=\frac{\left(S^2-2P\right)+4(S)+6}{1+(S)+(P)}$$
$$=\frac{S^2+4S-2P+6}{1+S+P}$$
$$=\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2+4\left(\frac{3}{2}\right)-2\left(-\frac{3}{2}\right)+6}{1+\left(\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)}$$
$$=\frac{\frac{9}{4}+6+3+6}{1+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}$$

$$=\frac{69}{4}$$

108 ځواب)

$$S=\frac{1-2a}{a},\ p=\frac{2-a}{a}$$

$$\frac{x_1-1}{x_1+1}+\frac{x_2-1}{x_2+1}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{(x_1-1)(x_2+1)+(x_1+1)(x_2-1)}{(x_1+1)(x_2+1)}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{x_1x_2+x_1-x_2-1+x_1x_2-x_1+x_2-1}{1+(x_1+x_2)+x_1x_2}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{2x_1x_2-2}{1+(x_1+x_2)+x_1x_2}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{2\left(\frac{2-a}{a}\right)-2}{1+\frac{1-2a}{a}+\frac{2-a}{a}}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{2-a}{a}\right)-4=\frac{a+1-2a+2-a}{a}$$

$$\Rightarrow\frac{8-4a-4a}{a}=\frac{-2a+3}{a}$$

$$\Rightarrow 8-8a=-2a+3$$

$$\Rightarrow -2a+8a=8-3$$

$$\Rightarrow 6a=5$$

$$\Rightarrow a=\frac{5}{6}$$

109 ځواب)

$$if\ x^2+ax+1=0\Rightarrow\begin{cases}S=m+n=-a\\P=mn=1\end{cases}\qquad if\ x^2+bx+1=0\Rightarrow\begin{cases}S=r+s=-b\\P=r\cdot S=1\end{cases}$$

$$A=(m-r)(n-r)(m+s)(n+s)$$

$$=\left[r^2-(m+n)r+mn\right]\left[s^2+(m+n)s+mn\right]$$

$$=\left[r^2-(-a)r+1\right]\left[s^2+(-a)s+1\right]$$

$$=(r^2+ar+1)(s^2-as+1)$$

$$=(r^2s^2-ar^2s+r^2+ars^2-a^2rs+ar+s^2-as+1)$$

$$=\left[(rs)^2-(rs)(ar)+(r^2+s^2)+(rs)(as)-a^2(rs)+ar-as+1\right]$$

$$=\left[(rs)^2-(rs)ar+(r+s)^2-2rs+(rs)(as)-a^2(rs)+ar-as+1\right]$$
$$=\left[(1)^2-(1)ar+(-b)^2-2(1)+(1)(as)-a^2(1)+ar-as+1\right]$$
$$=\left(1-ar+b^2-2+as-a^2+ar-as+1\right)$$
$$=b^2-a^2$$

110 ځواب)

$$\begin{cases}P+S-m=0\Rightarrow P+S=m\\ P-mS+10=0\Rightarrow P-mS=-10\end{cases}$$

$$m\times\begin{cases}P+S=m\\ P-mS=-10\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}mP+mS=m^2\\ P-mS=-10\end{cases}\Big\rangle P+mP=m^2-10$$

$$\Rightarrow P(1+m)=m^2-10\Rightarrow P=\frac{m^2-10}{1+m}$$

$$P+S=m\Rightarrow S=m-\frac{m^2-10}{1+m}$$

$$\Rightarrow S=\frac{m+m^2-m^2+10}{1+m}$$

$$\Rightarrow S=\frac{m+10}{1+m}$$

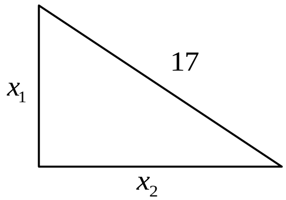
$$\Rightarrow S=\frac{m+10}{1+m}$$

$$\begin{cases}S=\dfrac{m+10}{1+m}\\ P=\dfrac{m^2-10}{1+m}\end{cases}\Bigg\rangle x^2-Sx+P=0\Rightarrow x^2-\frac{m+10}{1+m}x+\frac{m^2-10}{1+m}=0$$

$$\Rightarrow(1+m)x^2-(m+10)x+m^2-10=0$$

111 ځواب)

$$(17)^2={x_1}^2+{x_2}^2\Rightarrow\begin{cases}{x_1}^2+{x_2}^2=289\xrightarrow{({x_1}^2+{x_2}^2)=(x_1-x_2)^2+2x_1x_2}(x_1-x_2)^2+2x_1x_2=289\ (\mathrm{I})\\ x_1-x_2=7\end{cases}$$



$$(\mathrm{I}):(7)^2-2x_1x_2=289\Rightarrow -2x_1x_2=289-49$$
$$\Rightarrow -2x_1x_2=240$$
$$\Rightarrow x_1x_2=-120$$
$$\Rightarrow P=-120$$

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=289\Rightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=289$$
$$\Rightarrow (x_1+x_2)^2-2(-120)=289$$
$$\Rightarrow (x_1+x_2)^2=289-240$$
$$\Rightarrow (x_1+x_2)^2=49$$
$$\Rightarrow x_1+x_2=7$$
$$\Rightarrow S=7$$

$$\left.\begin{cases}S=7\\ P=-120\end{cases}\right\rangle x^2-Sx+P=0\Rightarrow x^2-7x-120=0\Rightarrow (x-15)(x+8)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x_1=15\\ x=-8\Rightarrow x=|-8|=8\end{cases}$$

د مثلث ضلع منفي کېدلی نشي، پر دې اساس هغه مثبت فرضوو.

ځواب) 112

$$\alpha^3+\beta^3+\alpha^3\beta^3=(S^3-3PS)+P^3$$
$$=(k)^3-3(-k)(k)+(-k)^3$$
$$=k^3+3k^2-k^3$$
$$=3k^2\geq 0\qquad\Rightarrow\qquad \alpha^3+\beta^3+\alpha^3\beta^3\geq 0$$

ځواب) 113

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$$
$$=[-(2-m)]^2-2[-(m+3)]$$
$$=(m-2)^2+2(m+3)$$
$$=(m^2-4m+4)+(2m+6)$$
$$=m^2-2m+10$$
$$=(m^2-2m+1)+9$$
$$=(m-1)^2+9$$
$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=(m-1)^2+9\xrightarrow{if\ m=1}\min\left(x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}\right)=9$$

114 ځواب)

$$x^2-m(n+1)x+m+n+1=0$$
$$x_1+x_2=m(n+1)\Rightarrow m(n+1)=x_1+x_2\ \text{(I)}$$
$$x_1x_2=m+n+1\qquad \text{(II)}$$

د (I) او (II) رابطې دواړه خواوې له يوه بل سره جمع کوو:

$$m(n+1)+x_1x_2=x_1+x_2+m+n+1\Rightarrow mn+m+x_1x_2-x_1-x_2-m-n-1=0$$
$$\Rightarrow(mn-n)+(x_1x_2-x_1-x_2+1)-1-1=0$$
$$\Rightarrow(mn-n)+[(x_1x_2-x_1)-(x_2-1)]-1-1=0$$
$$\Rightarrow n(m-1)+(x_1-1)(x_2-1)=2$$

درې ممکن حالتونه په پام کې نيسو (x_2,x_1,n,m طبيعي اعداد دي)

لومړی حالت: $\begin{cases}n(m-1)=1\Rightarrow n=1,\ m=2\Rightarrow mn\le 4\\(x_1-1)(x_2-1)=1\end{cases}$

دويم حالت: $\begin{cases}n(m-1)=0\Rightarrow m-1=0\Rightarrow m=1\\(x_1-1)(x_2-1)=2\Rightarrow x_1=2,x_2=3\end{cases}$

$$x_1x_2=m+n+1\Rightarrow 2\times3=1+n+1\Rightarrow n=4$$
$$m=1,\ n=4\Rightarrow mn\le 4$$

درېيم حالت: $\begin{cases}n(m-1)=2\Rightarrow\begin{cases}m_1=3,\ n_1=1\Rightarrow mn\le4\\m_2=2,\ n_2=2\Rightarrow mn\le4\end{cases}\\(x_1-1)(x_2-1)=0\end{cases}$

115 ځواب)

$$a^2+a+1=0\Rightarrow a\left(a+1+\frac{1}{a}\right)=0\Rightarrow\begin{cases}a\neq0\\a+1+\frac{1}{a}=0\Rightarrow a+\frac{1}{a}=-1\end{cases}$$

$$a^2+a+1=0\Rightarrow a^2=-a-1\Rightarrow\begin{cases}a^3=-a^2-a\\1=a^2-a\end{cases}\Big\rangle a^3=1,\ a\neq1$$

$$a^{1370}=(a^3)^{456}\cdot a^2=(1)^{456}\cdot a^2=a^2$$
$$a^{1370}+\frac{1}{a^{1370}}=a^2+\frac{1}{a^2}$$
$$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2a\times\frac{1}{a}$$
$$=(-1)^2-2$$

$$=1-2$$
$$=-1$$

116 ځواب)

لومړی $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ محاسبه کوو:

$$\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)^2=\left(x_1+x_2\right)+2\sqrt{x_1x_1}\Rightarrow\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)^2=a+2\sqrt{b}$$
$$\Rightarrow\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{a+2\sqrt{b}}$$
$$\left(\sqrt[4]{x_1}+\sqrt[4]{x_2}\right)^4=x_1+4\sqrt[4]{{x_1}^3x_2}+6\sqrt[4]{{x_1}^2{x_2}^3}+x_2$$
$$\Rightarrow\left(\sqrt[4]{x_1}+\sqrt[4]{x_2}\right)^4=x_1+x_2+4\sqrt[4]{x_1x_2}\left(\sqrt[4]{{x_1}^2}+\sqrt[4]{{x_2}^2}\right)+6\sqrt[4]{\left(x_1x_2\right)^2}$$
$$\Rightarrow\left(\sqrt[4]{x_1}+\sqrt[4]{x_2}\right)^4=\left(x_1+x_2\right)+4\sqrt[4]{x_1x_2}\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)+6\sqrt{x_1x_2}$$
$$\Rightarrow\left(\sqrt[4]{x_1}+\sqrt[4]{x_2}\right)^4=a+4\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt{a+2\sqrt{b}}+6\sqrt{b}$$
$$\Rightarrow\sqrt[4]{x_1}+\sqrt[4]{x_2}=\sqrt[4]{a+4\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt{a+2\sqrt{b}}+6\sqrt{b}}$$

117 ځواب)

$$x^2+px+q=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=-p\\ \alpha\cdot\beta=q\end{cases}$$
$$x^2+ax+b=0\Rightarrow\begin{cases}\gamma+\delta=-a\\ \gamma\cdot\delta=b\end{cases}$$
$$(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta)=[(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)][(\delta-\alpha)(\delta-\beta)]$$
$$=\left[\gamma^2-(\alpha+\beta)\gamma+\alpha\beta\right]\left[\delta^2-(\alpha+\beta)\delta+\alpha\beta\right]$$
$$=\left[\gamma^2-(-p)\gamma+q\right]\left[\delta^2-(-p)\delta+q\right]$$
$$=\left(\gamma^2+p\gamma+q\right)\left(\delta^2+p\delta+q\right)$$
$$=\gamma^2\delta^2+\gamma^2p\delta+\gamma^2q+p\gamma\delta^2+p^2\gamma q+prq+q\delta^2+qp\delta+q^2$$
$$=(\gamma\delta)^2+(\gamma\delta)(\gamma p)+\gamma^2q+(\gamma\delta)(q\delta)+p^2(\gamma\delta)+pq\gamma+q\delta^2+qp\delta+q^2$$
$$=b^2+b(\gamma p)+\gamma^2q+b(p\delta)+p^2(b)+pq\gamma+q\delta^2+qp\delta+q^2$$
$$=b^2+bp(\gamma+\delta)+pq(\gamma+\delta)+p^2b+q^2$$
$$=b^2+bp(-a)+pq(-a)+q\left[(\gamma+\delta)^2-2\gamma\delta\right]+p^2b+q^2$$
$$=b^2-bpa-pqa+qa^2-2qb+p^2b+q^2$$

118 ځواب)

یادونه: ${x_1}^n+{x_2}^n=S_n=qS_{n-1}-pS_{n-2}$

$$x_1^{\ n}+x_2^{\ n}=(x_1+x_2)(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})-x_1x_2(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})$$
$$=6(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})-(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2}) \qquad (\mathrm{I})$$
$$=5(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})+[(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})-(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})] \qquad (\mathrm{II})$$

(II) مساوات په دې معنا دي چې که $x_1^{\ n}+x_2^{\ n}$ پر 5 د تقسیم وړ وي په دې صورت کې $[(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})-(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})]$ هم پر 5 د تقسیم وړتیا لري. که په (II) کې n پر $n+1$ واړوو د ځینو شیانو په وضع کولو سره لرو چې:

په پاسني مساواتو کې n په $n-1$ اړوو:

$$x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1}=5(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})+[(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})-(x_1^{\ n-3}+x_2^{\ n-3})]$$
$$x_1^{\ n-3}+x_2^{\ n-3}=5(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})+(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})-(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})$$
$$x_1^{\ n-3}+x_2^{\ n-3}=5(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})-[(x_1^{\ n-1}+x_2^{\ n-1})-(x_1^{\ n-2}+x_2^{\ n-2})]$$

(II) ته په پام سره، دا په دې معنا ده چې $x_1^{\ n-3}+x_2^{\ n-3}$ هم پر 5 د تقسیم وړتیا لري، له دې ځایه پایله ترلاسه کوو چې د هر n دریو متوالي اعدادو لپاره، باید $x_1^{\ n}+x_2^{\ n}$ پر 5 د تقسیم وړتیا ولري، په داسې حال کې چې د $n=0$ او $n=2$ لپاره لرو:

$$x_1^{\ 0}+x_2^{\ 0}=2$$
$$x_1+x_2=6$$
$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$$
$$=34$$

او هېڅ یو یې پر 5 د تقسیم وړ نه دی.

ځواب) 119

$$S=x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}$$
$$=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$$
$$=(t-2)^2-2(t^2-1)$$
$$=(t^2-4t+4)-2t^2+2$$
$$=-t^2-4t+6$$
$$=-t^2-4t-4+4+6$$
$$=-(t^2+4t+4)+10$$
$$=-(t+2)^2+10\xrightarrow{if\ \ t=-2}\max(S)=10$$

ځواب) 120

$$A=(x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2})^2-2x_1^{\ 2}\,x_2^{\ 2^2}$$
$$=[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]^2-2(x_1x_2)$$

$$=\left[(-p)^2-2\left(-\frac{1}{2p^2}\right)^2\right]-2\left(-\frac{1}{2p^2}\right)^2$$

$$=\left(p^2+\frac{1}{p^2}\right)^2-\frac{1}{2p^4}$$

$$=p^4+\frac{1}{2p^4}+2\geq 2\sqrt{p^4\times\frac{1}{2p^4}}+2$$

$$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2$$

$$=2+\sqrt{2}$$

121 ځواب)

$$x^2+y^2=25\Rightarrow(x+y)^2-2xy=25$$
$$\Rightarrow(x+y)^2-2\times12=25$$
$$\Rightarrow(x+y)^2=49$$
$$\Rightarrow x+y=\pm7$$

$$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}\quad \text{يا}\quad \left.\begin{cases}x+y=7\\xy=12\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-3\\y=-4\end{cases}\quad \text{يا}\quad \left.\begin{cases}x+y=-7\\xy=12\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=-4\\y=-3\end{cases}$$

122 ځواب)

$$x^3+y^3=7\Rightarrow(x+y)^3-3xy(x+y)=7$$
$$\Rightarrow(1)^3-3xy(1)=7$$
$$\Rightarrow1-3xy=7$$
$$\Rightarrow xy=-2$$

$$\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}\quad \text{يا}\quad \left.\begin{cases}x+y=1\\xy=-2\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$$

123 ځواب)

$$x^3+y^3=35\Rightarrow(x+y)(x^2-xy+y^2)=35$$
$$\Rightarrow(x+y)(7)=35$$
$$\Rightarrow x+y=5$$

$$x^2+y^2-xy=7 \Rightarrow \left[(x+y)^2-2xy\right]-xy=7$$
$$\Rightarrow (5)^2-3xy=7$$
$$\Rightarrow xy=6$$

$$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases} \quad \text{يا} \quad \left.\begin{cases}x+y=5\\xy=6\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$$

124 ځواب)

$$3\times\left.\begin{cases}x^3+y^3=152\\x^2y+xy^2=120\end{cases}\right\rangle\left.\begin{cases}x^3+y^3=152\\3x^2y+3xy^2=360\end{cases}\right\rangle x^3+3x^2y+3xy+y^3=512$$
$$\Rightarrow (x+y)^3=512 \Rightarrow x+y=8$$
$$x^2y+xy^2=120 \Rightarrow xy(x+y)=120$$
$$\Rightarrow xy(8)=120$$
$$\Rightarrow xy=15$$

$$\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases} \quad \text{يا} \quad \left.\begin{cases}x+y=8\\xy=15\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=5\\y=3\end{cases}$$

125 ځواب)

$$\left.\begin{cases}x+y+xy=11\\xy(x+y)=30\end{cases}\right\rangle\left.\begin{cases}S+P=11\\SP=30\end{cases}\right\rangle\begin{cases}S=5\\P=6\end{cases} \quad \text{يا} \quad \begin{cases}S=6\\P=5\end{cases}$$

$$\left.\begin{cases}S=5\\P=6\end{cases}\right\rangle\left.\begin{cases}x+y=5\\xy=6\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases} \quad \text{يا} \quad \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$$

$$\left.\begin{cases}S=6\\P=5\end{cases}\right\rangle\left.\begin{cases}x+y=6\\xy=5\end{cases}\right\rangle\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases} \quad \text{يا} \quad \begin{cases}y=1\\x=5\end{cases}$$

126 ځواب)

$$\left.\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{xy}=12\\[2ex]\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\right\rangle\begin{cases}\dfrac{S^3-3PS}{P}=12\\[2ex]\dfrac{S}{P}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow P=3S\end{cases}$$

$$\frac{S^3-3PS}{P}=12 \Rightarrow S^3-3PS=12P$$
$$\Rightarrow S^3-3(3S)S=12(3S)$$

$$\Rightarrow S^3 - 9S^2 = 36S$$
$$\Rightarrow S(S^2 - 9S - 36) = 0\ , \quad S \neq 0$$
$$\Rightarrow S^2 - 9S - 36 = 0$$
$$\Rightarrow (S+3)(S-12) = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} S+3=0 \Rightarrow S=-3 \Rightarrow P=-9 \\ S-12=0 \Rightarrow S=12 \Rightarrow P=36 \end{cases}$$

$$(\mathrm{I}) \left.\begin{cases} S = x+y=-3 \\ P = xy = -9 \end{cases}\right\rangle t^2 - St + P = 0 \Rightarrow t^2 + 3t - 9 = 0 \Rightarrow t = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\left.\begin{cases} S = x+y=12 \\ P = xy = 36 \end{cases}\right\rangle t^2 - St + P = 0 \Rightarrow t^2 - 12t + 36 = 0 \Rightarrow t_1 = t_2 = 6 \Rightarrow x = y = 6$$

$$(\mathrm{I}) \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-3+3\sqrt{5}}{2} \\ y = \dfrac{-3-3\sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} x = \dfrac{-3-3\sqrt{5}}{2} \\ y = \dfrac{-3+3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

127 ځواب)

يادونه:

په متناظر سیستم کې که $x=\alpha$ او $y=\beta$ د سیستم د ځواب یوه ټولګه وي په دغه صورت کې $x=\beta$ او $y=\alpha$ د سیستم ځوابونه دي.

$$\left.\begin{cases} \dfrac{xy+xz+yz}{xyz} = 3 \\ \dfrac{x+y+z}{xyz} = 3 \\ xyz = 1 \end{cases}\right\rangle \left.\begin{cases} x+y+z=3 \\ xy+xz+yz=3 \\ xyz=1 \end{cases}\right\rangle t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \Rightarrow (t-1)^3 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow x = y = z = 1$$

يادونه: $if \left.\begin{cases} x+y+z=P \\ xy+xz+yz=q \\ xyz=r \end{cases}\right\rangle t^3 - Pt^2 + qt - r = 0$

128 ځواب)

x^n او y^n د $t^2 - at + b^n = 0$ معادلې جذرونه دي، مثلاً:

$$\left.\begin{cases} x^4 + y^4 = 8 \\ xy = 2 \end{cases}\right\rangle \left.\begin{cases} x^4 + y^4 = 8 \\ x^4 y^4 = 16 \end{cases}\right\rangle t^2 - 8t + 16 = 0 \Rightarrow t = 4$$

$$x^4=4\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$$
$$y^4=4\Rightarrow y=\pm\sqrt{2}$$

$\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ او $\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ د سیستم جذرونه دي.

ځواب) 129

$$x+2y=7\Rightarrow x=7-2y$$
$$x^2+y^2=13\Rightarrow(7-2y)^2=y^2=13$$
$$\Rightarrow\left(49-28y+4y^2\right)+y^2=13$$
$$\Rightarrow 5y^2-28y+36=0$$
$$\Rightarrow(y-2)(5y-18)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}y-2=0\Rightarrow y=2\Rightarrow x=3\\ 5y-18=0\Rightarrow y=\frac{18}{5}\Rightarrow x=7-2\left(\frac{18}{5}\right)=-\frac{1}{5}\Rightarrow x=-\frac{1}{5}\end{cases}$$

ځواب) 130

$$x-y=5\Rightarrow\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=5$$
$$\Rightarrow\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)(5)=5$$
$$\Rightarrow\sqrt{x}-\sqrt{y}=1$$
$$\left.\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=5\\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=1\end{cases}\right\rangle 2\sqrt{x}=6\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow\sqrt{y}=2$$
$$if\ \sqrt{x}=3\Rightarrow x=9$$
$$if\ \sqrt{y}=2\Rightarrow y=4$$

ځواب) 131

دواړې رابطې له یوه بل سره ضربوو: $x^4y^4=a^4b^4\Rightarrow x^2y^2=a^2b^2\quad(\mathrm{I})$

دواړې رابطې پر یوه بل تقسیموو: $\frac{xy^3}{x^3y}=\frac{a^4}{b^4}\Rightarrow\frac{y^2}{x^2}=\frac{a^4}{b^4}\Rightarrow y^2=\frac{a^4}{b^4x}x^4\ (\mathrm{II})$

$$(\mathrm{I})\Rightarrow x^2y^2=a^2b^2\xrightarrow{(\mathrm{II})}x^2\left(\frac{a^4}{b^4}x^2\right)=a^2b^2\Rightarrow x^4=\frac{b^6}{a^2}\Rightarrow x^2=\left|\frac{b^3}{a}\right|$$

ځواب) 132

$$xy=k\Rightarrow y=\frac{k}{x}$$
$$\Rightarrow ax^n+b\left(\frac{k}{x}\right)^n=c$$

$$\Rightarrow ax^n + \frac{bk^n}{a^n} = c$$
$$\Rightarrow ax^{2n} - cx^n + bk^n = 0$$

معادله حل کېدونکې ده.

ځواب) 133

$$xy = a \Rightarrow y = \frac{a}{x}$$
$$\Rightarrow 4x^2 + \left(\frac{a}{x}\right)^2 = 8$$
$$\Rightarrow 4x^4 - 8x^2 + a^2 = 0$$

د دې لپاره چې پاسنی سیستم ځواب ولري، باید پاسنۍ معادله ځواب ولري:

$$if\ \ x^2 = t \Rightarrow 4t^2 - 8t + a^2 = 0$$

د ځواب شرط: $\Delta' \geq 0 \Rightarrow \Delta' = 16 - 4a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 \leq 4 \Rightarrow |a| \leq 2$

ځواب) 134

سیستم د x او y په پرتله متجانس او دویمه درجه دی.

$$if\ \ y = mx \Rightarrow \begin{cases} x^2 + (mx)^2 - x(mx) = 3 \Rightarrow x^2 + m^2x^2 - mx^2 = 3 \\ (mx)^2 - x^2 = 3 \Rightarrow m^2x^2 - x^2 = 3 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} x^2(1 + m^2 - m) = 3 \\ x^2(m^2 - 1) = 3 \end{cases} \quad (\mathrm{I})$$

که دوې معادلې یو پربل تقسیم کړو:

$$\frac{x^2(1 + m^2 - m)}{x^2(m^2 - 1)} = \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{1 + m^2 - m}{m^2 - 1} = 1$$
$$\Rightarrow 1 + m^2 - m = m^2 - 1$$
$$\Rightarrow m = 2 \xrightarrow{y=mx} y = 2x$$

د m مقدار په (I) معادله کې وضع کوو، x او بیا y محاسبه کوو.

$$m = 2 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1\ ,\ \ y = \pm 2$$

نو $(1,2)$ او $(-1,-2)$ د سیستم ځوابونه دي.

ځواب) 135

$$if\ \ \frac{\sqrt{ab}}{|a+b|} < \frac{1}{2m} \Rightarrow \begin{cases} ab \geq 0 \\ a + b \neq 0\ ,\quad m > 0 \end{cases}$$

$1)\ if\ \ b = 0 \Rightarrow a \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} ax^2 = x - y \\ ax = m \end{cases} \Big\rangle$ دوې معادلې حقیقي ځوابونه لري.

$$2)\ if\ \ b\neq 0 \Rightarrow y=\frac{m-ax}{b} \Rightarrow ax^2+b\left(\frac{m-ax}{b}\right)^2 = x-\frac{m-ax}{b}$$

$$\Rightarrow ax^2+\frac{m^2-2ma\,x+a^2x^2}{b}=\frac{bx-m+ax}{b}$$

$$\Rightarrow abx^2+m^2-2ma\,x+a^2x^2-bx+m-ax=0$$

$$\Rightarrow a(a+b)x^2-(a+b+2ma)x+m^2+m=0$$

$$\Delta=[-(a+b+2ma)]^2-4[a(a+b)](m^2+m)$$

$$=(a+b+2ma)^2-4a(a+b)(m^2+m)$$

$$=(a+b)^2-4abm^2$$

$$if\ \frac{\sqrt{ab}}{|a+b|}<\frac{1}{2m}\Rightarrow 2m\sqrt{ab}<|a+b|$$

$$\Rightarrow 4m^2ab<(a+b)^2$$

$$\Rightarrow (a+b)^2-4m^3ab>0$$

$$\Rightarrow \Delta>0$$

سيستم حقيقي ځوابونه لري

136 (**ځواب**)

$$if\ \ t=0\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}2x=S\Rightarrow x=\frac{S}{2}\\ 2y=S\Rightarrow y=\frac{S}{2}\end{array}\right\rangle x=y=\frac{S}{2}$$

$$x+y=P+qxy\Rightarrow\left(\frac{S}{2}\right)+\left(\frac{S}{2}\right)=P+q\left(\frac{S}{2}\right)\left(\frac{S}{2}\right)$$

$$\Rightarrow S=P+\frac{qS^2}{4}$$

$$\Rightarrow 4S=4P+qS^2$$

$$\Rightarrow qS^2+4P-4S=0$$

$$\Rightarrow qS^2-4(S-P)=0$$

$$if\ \ t\neq 0\xrightarrow{\text{فرض}}x=y\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}(\mathrm{I}):x+x=P+qxx\Rightarrow 2x=P+qx^2\Rightarrow qx^2-2x+P=0\\ (\mathrm{II}):2x=S+tx^2\Rightarrow tx^2-2x+S=0\end{array}\right\rangle$$

$$\left\{\begin{array}{l}qx^2-2x+P=0\\ tx^2-2x+S=0\end{array}\right.$$

که دغه سیستم نسبت دوو x^2 او x مجهولونو ته حل او وروسته $x^2 = x$ وضع کړئ، لاندې مساوات بـه ترلاسه کړئ:

$$(Pt-qs)^2 = 4(q-t)(S-P)$$
$$if \ \ t \neq 0 \ \ , \ \ \ x \neq y$$

د فرض شوې سیستم دوو وروستیو معادلو ته، چې x او y یې جذرونه دي په پام سره:

$$tx^2 - 2x + S = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + y = \dfrac{2}{t} \\ xy = \dfrac{S}{t} \end{cases} (\mathrm{I}) \Big\rangle t + qS = 2$$

$$\text{پایله}: \begin{cases} t = 0 \Rightarrow qS^2 - 4(S-P) = 0 \\ t \neq 0 \Rightarrow (Pt + qS - 2)\left[(Pt - qS)^2 - 4(q-t)(S-P)\right] = 0 \end{cases}$$

137 **ځواب**)

$$(1) + (-3) + (2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2}{1} \Rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$$

138 **ځواب**)

$$(4) + (-9) + (5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{5}{4} \Rightarrow x_2 = \dfrac{5}{4} \end{cases}$$

139 **ځواب**)

$$(19) + (-20) + (1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{19} \Rightarrow x_2 = \dfrac{1}{19} \end{cases}$$

140 **ځواب**)

$$(m-1) + (-2m) + (m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m+1}{m-1} \end{cases}$$

141 **ځواب**)

$$5 = 2 + 3 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\dfrac{c}{a} = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

142 ځواب)

$$-9=(4)+(-13)\Rightarrow\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{-13}{4}=\frac{13}{4}\Rightarrow x_2=\frac{13}{4}\end{cases}$$

143 ځواب)

$$2=(-7)+9\Rightarrow\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{9}{-7}=\frac{9}{7}\Rightarrow x_2=\frac{9}{7}\end{cases}$$

144 ځواب)

$$1=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\Rightarrow\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\Rightarrow x_2=-\tan^2\alpha\end{cases}$$

145 ځواب)

$$\cos 2\alpha=\cos^4\alpha-\sin^4\alpha\Rightarrow\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{-\sin^4\alpha}{\cos^4\alpha}=\frac{\sin^4\alpha}{\cos^4\alpha}=\tan^4\alpha\end{cases}$$

146 ځواب)

$$if\ \ x_2=4x_1\Rightarrow k=4$$

$$\frac{b^2}{ac}=\frac{(k+1)^2}{k}\Rightarrow\frac{[-(m+1)]^2}{(1)[2(m-2)]}=\frac{(4+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow\frac{(m+1)^2}{2(m-2)}=\frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow 4(m+1)^2=50(m-2)$$

$$\Rightarrow 2(m+1)^2=25(m-2)$$

$$\Rightarrow 2(m^2+2m+1)=25m-50$$

$$\Rightarrow 2m^2+4m+2=25m-50$$

$$\Rightarrow 2m^2-21m+52=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=(-21)^2-4(2)(52)=441-416=25\Rightarrow\Delta=25>0$$

$$m=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-21)\pm\sqrt{25}}{2(2)}=\frac{21\pm5}{4}\Rightarrow\begin{cases}m_1=\frac{21+5}{4}=\frac{26}{4}=\frac{13}{2}\\ m_2=\frac{21-5}{4}=\frac{16}{4}=4\end{cases}$$

147 ځواب)

$$x_1 = 5x_2 \Rightarrow k = 5$$

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k} \Rightarrow \frac{(-12)^2}{(1)(3m+2)} = \frac{(5+1)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{144}{3m+2} = \frac{36}{5}$$

$$\Rightarrow 144 \times 5 = 36(3m+2)$$

$$\Rightarrow 3m + 2 = 20$$

$$\Rightarrow 3m = 18$$

$$\Rightarrow m = 6$$

148 ځواب)

لومړۍ طريقه:

$$x_1 = 4(-x_2) \Rightarrow x_1 = -4x_2 \Rightarrow k = -4$$

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k} \Rightarrow \frac{(-3m)^2}{(1)(-1)} = \frac{(-4+1)^2}{(-4)}$$

$$=> \frac{9m^2}{-1} = \frac{9}{-4}$$

$$=> -36m^2 = -9$$

$$=> m^2 = \frac{-9}{-36}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow m = \frac{\pm 1}{2}$$

دويمه طريقه:

$$x_1 = -4x_2 \Rightarrow x_1 x_2 = -4{x_2}^2$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = -4{x_2}^2$$

$$\Rightarrow -1 = -4{x_2}^2$$

$$\Rightarrow {x_2}^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x_2 = \pm\frac{1}{2}$$

$$x^2-3mx-1=0\xrightarrow{x_2=\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^2-3m\left(\frac{1}{2}\right)-1=0\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{3}{2}m-1=0$$

$$\Rightarrow 1-6m-4=0\Rightarrow m=-\frac{1}{2}$$

$$x^2-3mx-1=0\xrightarrow{x_2=\frac{1}{2}}m=\frac{1}{2}$$

ځواب) 149

$$if\ \ ax^2+bx+c=0\ ,a\to 0\Rightarrow\begin{cases}|x_1|\to\alpha\\ x_2\to-\dfrac{c}{b}\end{cases}$$

شرط: $a\to 0\Rightarrow m^2-1\to 0\Rightarrow m^2\to 1\Rightarrow m\to\pm 1$

ځواب) 150

$$if\ \ |x|\to\infty\Rightarrow a^4-1\to 0\Rightarrow a^4\to 1\Rightarrow a\to\pm 1$$

پام وکړئ چې $a\to 1$ میل نشي کولی، ځکه په دې صورت کې د x ضریب د صفر لوري ته میـل کـوي او په دې صورت کې دواړه جذرونه د ∞ لوري ته میل کوي، خو موږ غواړو یوازې جذر د ∞ لوري ته میل وکړي؛ پر دې اساس د مثال ځواب لاندې دي:

$a=-1$

ځواب) 151

$$ax^2+bx+c=0$$

$$if\ \ a\to 0,b\to 0\Rightarrow\begin{cases}|x_1|\to\infty\\ |x_2|\to\infty\end{cases}$$

که دواړه جذرونه بې نهایت ته میل وکړي باید a او b دواړه د صفر لوري ته میل وکړي:

$$\left.\begin{array}{l}if\ \ a\to 0\Rightarrow m^2-1\to 0\Rightarrow m^2\to 1\Rightarrow m\to\pm 1\\ if\ \ b\to 0\Rightarrow m^2-5m+4\to 0\Rightarrow(m-4)(m-1)\to 0\Rightarrow m\to 1,4\end{array}\right\rangle m\to 1$$

$m=1$ چې په ترلاسه شوو ځوابونو کې مشترک دی، د مسئلې ځواب ګڼل کیږي.

ځواب) 152

که د پاسنۍ معادلې جذرونه په x_1 او x_2 وښیو:

$$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}\\ x_1=nx_2\end{cases}$$

$$x_1+x_2=-\frac{-b}{a}\Rightarrow (nx_2)+x_2=-\frac{b}{a}$$
$$\Rightarrow x_2(n+1)=-\frac{b}{a}$$
$$\Rightarrow x_2=\frac{-b}{a(n+1)}$$
$$\Rightarrow x_1=\frac{-nb}{a(n+1)}$$
$$x_1x_2=\frac{c}{a}\Rightarrow \frac{-nb}{a(n+1)}\times\frac{-b}{a(n+1)}=\frac{c}{a}$$
$$\Rightarrow \frac{b^2}{ac}=\frac{(n+1)^2}{n}$$

153 **ځواب)**

$$\begin{cases} x_1={x_2}^3\Rightarrow x_1x_2={x_1}^3x_2\Rightarrow x_1x_2={x_2}^4\Rightarrow 16={x_2}^4\Rightarrow 2^4={x_2}^4\Rightarrow x_2=\pm 2 \\ x_1x_2=16 \end{cases}$$

$x_2=\pm 2$ د معادلې جذرونه دي چې په معادله کې صدق کوي.

$$if\ \ x_2=2\Rightarrow (2)^2-m(2)+16=0$$
$$\Rightarrow 4-2m+16=0$$
$$\Rightarrow 2m=20$$
$$\Rightarrow m=10$$

$$if\ \ x_2=-2\Rightarrow (-2)^2-m(-2)+16=0$$
$$\Rightarrow 4+2m+16=0$$
$$\Rightarrow 2m=-20$$
$$\Rightarrow m=-10$$

154 **ځواب)**

$$S=x_1+x_2\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{b}{a}$$
$$\Rightarrow x_1+x_2=\frac{-(4k+5)}{(k-3)}$$

$$P=x_1x_2\Rightarrow x_1x_2=\frac{c}{a}$$
$$\Rightarrow x_1x_2=\frac{2-k}{k-3}$$

له پاسنیو دوو رابطو څخه، k لرې کوو.

$$x_1x_2=\frac{2-k}{k-3}\Rightarrow x_1x_2(k-3)=2-k$$
$$\Rightarrow kx_1x_2-3x_1x_2=2-k$$
$$\Rightarrow kx_1x_2+k=3x_1x_2+2$$
$$\Rightarrow k(x_1x_2+1)=3x_1x_2+2$$
$$\Rightarrow k=\frac{3x_1x_2+2}{x_1x_2+1}$$

$$x_1+x_2=\frac{-(4k+5)}{(k-3)}\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{\left[4\left(\frac{3x_1x_2+2}{x_1x_2+1}\right)+5\right]}{\left(\frac{3x_1x_2+2}{x_1x_2+1}-3\right)}$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{\frac{12x_1x_2+8+5x_1x_2+5}{x_1x_2+1}}{\frac{3x_1x_2+2-3x_1x_2-3}{x_1x_2+1}}$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{17x_1x_2+13}{-1}$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=17x_1x_2+13$$

$$\Rightarrow x_1+x_2-17x_1x_2-13=0$$

د معادلې د دوو جذرونو ترمنځ له k خپلواکه رابطه ترلاسه کېږي.

155 **ځواب**)

$$\begin{cases}x_1^{\,2}+x_1x_2=5\Rightarrow x_1(x_1+x_2)=5\Rightarrow x_1(1)=5\Rightarrow x_1=5\\ x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=1\end{cases}$$

$x_1=5$ د معادلې جذر دی چې په معادله کې صدق کوي:

$$x^2-x-m^2=0\Rightarrow(5)^2-(5)-m^2=0$$

$$\Rightarrow 25-5-m^2=0$$

$$\Rightarrow m^2=20$$

$$\Rightarrow m=\pm\sqrt{20}$$

$$\Rightarrow m=\pm 2\sqrt{5}$$

156 **ځواب**)

$$\begin{cases}x_1^{\,2}+x_1x_2=3\Rightarrow x_1(x_1+x_2)=3\Rightarrow x_1\times 3\Rightarrow x_1=1\\ x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=3\end{cases}$$

$x_1=1$ د معادلې هغه جذر دی چې په معادله کې صدق کوي.

$$x^2-3x+m+1=0\Rightarrow(1)^2-3(1)+m+1=0$$

$$\Rightarrow m-1=0$$

$$\Rightarrow m=1$$

157 ځواب)

$$x_1 = {x_2}^2 \Rightarrow x_1 x_2 = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow \frac{c}{a} = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow 27 = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow 3^3 = {x_2}^3$$
$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$x_2 = 3$ د معادلې هغه جذر دی چې په معادله کې صدق کوي:

$$x^2 - 4mx + 27 = 0 => (3)^2 - 4m(3) + 27 = 0$$
$$=> 9 - 12m + 27 = 0$$
$$=> -12m + 36 = 0$$
$$=> -12m = -36$$
$$=> m = \frac{-36}{-12}$$
$$=> m = 3$$

158 ځواب)

$$x_1 = \frac{1}{x_1} \Rightarrow x_1 x_2 = 1 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow c = a$$
$$\Delta' > 0 \Rightarrow b'^2 - ac > 0 \Rightarrow b^2 - ac > 0 \Rightarrow b^2 > ac \xrightarrow{a=c} b^2 > a^2 \Rightarrow |b| > |a|$$

159 ځواب)

$$4(x_1 + x_2) = 7x_1 x_2 \Rightarrow 4\left(-\frac{b}{a}\right) = 7\left(\frac{c}{a}\right)$$
$$\Rightarrow 4\left[-\frac{-2(m-2)}{m}\right] = 7\left(\frac{m-3}{m}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{8(m-2)}{m} = \frac{7m-21}{m}$$
$$\Rightarrow 8(m-2) = 7m - 21$$
$$\Rightarrow 8m - 16 = 7m - 21$$
$$\Rightarrow 8m - 7m = -21 + 16$$
$$\Rightarrow m = -5$$

160 ځواب)

$$x_1 + 2x_2 = 3 \Rightarrow (x_1 + x_2) + x_2 = 3$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{b}{a}\right) + x_2 = 3$$

$$\Rightarrow \left[-\frac{-2(m-1)}{m}\right] + x_2 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{2(m-1)}{m} + x_2 = 3$$

$$\Rightarrow x_2 = 3 - \frac{2(m-1)}{m}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{3m-2m+2}{m}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{m+2}{m}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{2m-2}{m}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{2m-2}{m} - x_2$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{2m-2}{m} - \frac{m+2}{m}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{m-4}{m}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m}{m} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{m-4}{m} \times \frac{m+2}{m} = 1$$

$$\Rightarrow (m-4)(m+2) = m^2$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 8 = m^2$$

$$\Rightarrow -2m - 8 = 0$$

$$\Rightarrow -2m = 8$$

$$\Rightarrow m = -4$$

161 **ځواب**)

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي.

$$\frac{x_1}{x_2} = 2 \Rightarrow x_1 = 2x_2$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-18m)}{9} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2m$$

$$\begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 = 2m \Rightarrow (2x_2) + x_2 = 2m \Rightarrow 3x_2 = 2m \Rightarrow x_2 = \dfrac{2m}{3} \end{cases}$$

$x_2 = \dfrac{2m}{3}$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق کوي:

$$x_2 = \frac{2m}{3} \Rightarrow 9\left(\frac{2m}{3}\right)^2 - 18m\left(\frac{2m}{3}\right) - 8m + 16 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{36m^2}{9} - 12m^2 - 8m + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 12m^2 - 8m + 16 = 0$$

$$\Rightarrow -8m^2 - 8m + 16 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \\ m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2 \end{cases}$$

162 **ځواب)**

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$x_1 = x_2^{\ 2} \Rightarrow x_1 x_2 = x_2^{\ 2} \times x_2$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 = x_2^{\ 3}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = x_2^{\ 3}$$

$$\Rightarrow \frac{4a^3}{4} = x_2^{\ 3}$$

$$\Rightarrow a^3 = x_2^{\ 3}$$

$$\Rightarrow x_2 = a$$

$x_2 = a$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق هم کوي:

$$if \;\; x_2 = a \Rightarrow 4(a)^2 - 15(a) + 4a^3 = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 15a + 4a^3 = 0$$

$$\Rightarrow 4a^3 + 4a^2 - 15a = 0$$

$$\Rightarrow a\left(4a^2 + 4a - 15\right) = 0$$

$$\Rightarrow a(2a+5)(2a-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ 2a+5=0 \Rightarrow a=-\dfrac{5}{2} \\ 2a-3=0 \Rightarrow a=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

163 **ځواب)**

که x_1 او x_2 د معادلې جذرونه وي:

$$\left.\begin{cases} x_1 = x_2+4 \\ x_1+x_2 = -\dfrac{b}{a} = (3m+1) \end{cases}\right\rangle (x_2+4)+x_2 = 3m+1 \Rightarrow 2x_2+4 = 3m+1$$

$$\Rightarrow 2x_2 = 3m-3$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}(m-1)$$

$$if \quad x_2 = \frac{3}{2}(m-1) \Rightarrow \left[\frac{3}{2}(m-1)\right]^2 - (3m+1)\times\left[\frac{3}{2}(m-1)\right] + 2m^2 + m = 0$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}(m-1)^2 - \frac{3}{2}(3m+1)(m-1) + 2m^2 + m = 0$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}(m^2-2m+1) - \frac{3}{2}(3m^2-3m+m-1) + 2m^2 + m = 0$$

دواړې خواوې له 4 سره ضربوو:

$$\Rightarrow 9(m^2-2m+1) - 6(3m^2-3m+m-1) + 8m^2 + 4m = 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 18m + 9 - 18m^2 + 18m - 6m + 6 + 8m^2 + 4m = 0$$

$$\Rightarrow -m^2 - 2m + 15 = 0 \Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m+5)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m+5=0 \Rightarrow m=-5 \\ m-3=0 \Rightarrow m=3 \end{cases}$$

164 **ځواب)**

که x_1 او x_2 د معادلې جذرونه وي:

$$x_1^{\ 2} = 2x_2 \Rightarrow x_1 x_1^{\ 2} = 2x_1x_2$$

$$\Rightarrow x_1^{\ 3} = 2x_1x_2$$

$$\Rightarrow x_1^{\ 3} = 2\left(\frac{c}{a}\right) = 2(4)$$

$$\Rightarrow x_1^{\ 3} = 8$$

$$\Rightarrow x_1^{\ 3} = 2^3$$
$$\Rightarrow x_1 = 2$$

که $x_1 = 2$ د معادلې جذر وي په معادله کې صدق کوي.

$$if\ \ x_1 = 2 \Rightarrow (2)^2 - a(2) + 4 = 0$$
$$\Rightarrow 4 - 2a + 4 = 0$$
$$\Rightarrow 8 - 2a = 0$$
$$\Rightarrow 8 = 2a$$
$$\Rightarrow a = \frac{8}{2}$$
$$\Rightarrow a = 4$$

165 **ځواب**)

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$3x_1x_2 = 2x_1 - x_2 \Rightarrow 3\left(\frac{c}{a}\right) = 2x_1 - x_2$$
$$\Rightarrow \frac{3}{14a-1} = 2x_1 - x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = \dfrac{3}{14a-1} \\ x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{2a}{14a-1} \Rightarrow x_1 + x_2 = \dfrac{2a}{14a-1} \end{cases}$$

د لاندې مساواتو دواړې خواوې له يوې بلې سره جمع کوو:

$$\left.\begin{cases} 2x_1 - x_2 = \dfrac{3}{14a-1} \\ x_1 + x_2 = \dfrac{2a}{14a-1} \end{cases}\right\rangle 3x_1 = \frac{3}{14a-1} + \frac{2a}{14a-1} \Rightarrow 3x_1 = \frac{3+2a}{14a-1} \Rightarrow x_1 = \frac{3+2a}{3(14a-1)}$$

$x_1 = \dfrac{3+2a}{3(14a-1)}$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق کوي.

$$(14a-1)\left(\frac{3+2a}{3(14a-1)}\right)^2 - 2a\left(\frac{3+2a}{3(14a-1)}\right) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{(3+2a)^2}{9(14a-1)} - \frac{2a(3+2a)}{3(14a-1)} + 1 = 0$$
$$\Rightarrow (3+2a)^2 - 6a(3+2a) + 9(14a-1) = 0$$
$$\Rightarrow (9 + 12a + 4a^2) + (-18a - 12a^2) + 126a - 9 = 0$$

$$\Rightarrow -8a^2+120a=0$$

$$\Rightarrow -8a(a-15)=0 \Rightarrow \begin{cases} -8a=0 \Rightarrow a=0 \\ a-15=0 \Rightarrow a=15 \end{cases}$$

166 ځواب)

$$(9x_1x_2{}^2+9x_2x_1{}^2)+(3x_1{}^3+3x_2{}^3)=1029$$

$$\Rightarrow 9x_1x_2(x_2+x_1)+3(x_1{}^3+x_2{}^3)=1029$$

$$\Rightarrow 9x_1x_2(x_1+x_2)+3\left[(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)\right]=1029$$

$$\Rightarrow 9(6)(a)+3\left[(a)^3-3(6)(a)\right]=1029$$

$$\Rightarrow 54a+3(a^3-18a)=1029$$

$$\Rightarrow 54a+3(a^3-18a)=1029$$

$$\Rightarrow 36a+3a^3-1029=0$$

$$\Rightarrow 3a^3+36a-1029=0$$

د پاسنۍ درېيمه درجې معادلې د حل لپاره اړونده برخې ته ورشئ.

167 ځواب)

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$x_1{}^2-x_2{}^2=\frac{35}{9} \Rightarrow (x_1-x_2)(x_1+x_2)=\frac{35}{9}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right)(S)=\frac{35}{9}\ ;\ \Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=(-m^2)-4(3)(2) \Rightarrow \Delta=m^2-24$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\sqrt{m^2-24}\right)}{3}\times\frac{m}{3}=\frac{35}{9}$$

$$\Rightarrow m\sqrt{m^2-24}=35$$

$$\Rightarrow m^2(m^2-24)=1255$$

$$\Rightarrow m^4-24m^2-1225=0$$

$$m^4-24m^2-1255=0 \xrightarrow{if\ y=m^2} y^2-24y-1255=0$$

$$\Delta'=b'^2-ac=(-12)^2-(1)(-1255)=144+1225=1369 \Rightarrow \Delta'=1369>0$$

$$y=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-12)\pm\sqrt{1369}}{1}$$

$$=12\pm 37 => \begin{cases} y=49 \xrightarrow{if\ y=m^2} m^2=49 \Rightarrow m=\pm 7 \\ y=-25 \xrightarrow{if\ y=m^2} m^2=-25 \end{cases}$$

$m^2=-25$ حقيقي جذر نلري.

168 ځواب)

لومړی)

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$if\ \ x_1 = x_2 \Rightarrow \Delta = 0$$
$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$
$$\Rightarrow [-(k-1)]^2 - 4(8)(k-7) = 0$$
$$\Rightarrow (k-1)^2 - 32(k-7) = 0$$
$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 - 32k + 224 = 0$$
$$\Rightarrow k^2 - 34k + 225 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-17)^2 - (1)(225) = 289 - 225 = 64$$

$$k = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-17) \pm \sqrt{64}}{1} = 17 \pm 8 \Rightarrow \begin{cases} k = 25 \\ k = 9 \end{cases}$$

دويم)

$$x_1 = -x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$
$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = 0$$
$$\Rightarrow -\frac{-(k-1)}{8} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{k-1}{8} = 0$$
$$\Rightarrow k - 1 = 0$$
$$\Rightarrow k = 1$$

درېیم)

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$
$$\Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$
$$\Rightarrow \frac{k-7}{8} = 1$$
$$\Rightarrow k - 7 = 8$$
$$\Rightarrow k = 15$$

څلورم)

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{k-1}{8} \Rightarrow 8(x_1+x_2)=k-1 \Rightarrow k=8(x_1+x_2)+1 \\ x_1x_2=\dfrac{k-7}{8} \Rightarrow 8(x_1x_2)=k-7 \Rightarrow k=8(x_1x_2)+7 \end{cases}$$

$$8(x_1+x_2)+1=8(x_1\,x_2)+7 => 8(x_1\,x_2)-8(x_1+x_2)+6=0$$

169 **ځواب)**

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$x_1{}^2+x_2{}^2=k \Rightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=k$$
$$\Rightarrow [-(m-2)]^2-2[-(m+3)]=k$$
$$\Rightarrow (m-2)^2+2(m+3)=k$$
$$\Rightarrow m^2-4m+4+2m+6-k=0$$
$$\Rightarrow m^2-2m+10-k=0$$

$$\Delta'=b'^2-ac=(-1)^2-(1)(10-k)=1-10+k=k-9 \Rightarrow \Delta'=k-9$$

$$m=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{k-9}}{1}=1\pm\sqrt{k-9} \Rightarrow \begin{cases} m=1+\sqrt{k-9} \\ m=1-\sqrt{k-9} \end{cases}$$

د k د تر ټولو کوچنۍ مقدار محاسبه:

$$k-9\geq 0 \Rightarrow k\geq 9 \Rightarrow \min(k)=9$$
$$if\;\; k=9 \Rightarrow m=1$$
$$\Rightarrow x^2+(1-2)x-(1+3)=0$$
$$\Rightarrow x^2-x-4=0\;;\;\;\Delta=17$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{17}}{2(1)}=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{1+\sqrt{17}}{2} \\ x_2=\dfrac{1-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

170 **ځواب)**

که x_1 او x_2 د معادلې جذرونه وي:

$$x_1+x_2=x_1x_2 \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{c}{a}$$
$$\Rightarrow \frac{-(a+1)}{(a-1)}=\frac{2}{(a-1)} \qquad ; \qquad (a\neq 1)$$

$$\Rightarrow -(a+1)=2$$
$$\Rightarrow a+1=-2$$
$$\Rightarrow a=-3$$

171 ځواب)

که x_1 او x_2 د پاسنۍ معادلې جذرونه وي:

$$\begin{cases} x_1 x_2 = q \\ x_1 + x_2 = -p \Rightarrow (mx_2) + x_2 = -p \Rightarrow x_2(m+1) = -p \Rightarrow x_2 = \dfrac{-p}{m+1} \\ \dfrac{x_1}{x_2} = m \Rightarrow x_1 = mx_2 \end{cases}$$

$$if\ \ x_1 = mx_2 \Rightarrow x_1 = \frac{-mp}{m+1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = q \Rightarrow \left(\frac{-mp}{m+1}\right)\cdot\left(\frac{-p}{m+1}\right) = q$$
$$\Rightarrow \frac{mp^2}{(m+1)^2} = q$$
$$\Rightarrow mp^2 = q(m+1)^2$$
$$\Rightarrow mp^2 - q(m+1)^2 = 0$$

172 ځواب)

که α د $x^2 + rx + s = 0$ معادلې یو جذر وي په دې صورت کې:

$$x = \alpha \Rightarrow \alpha^2 + r\alpha + s = 0$$

د مسئلې د فرضیې له مخې $k\alpha$ د $x^2 + px + q = 0$ جذر دی، په دې صورت کې:

$$x = k\alpha \Rightarrow (k\alpha)^2 + p(k\alpha) + q = 0$$
$$\Rightarrow k^2\alpha^2 + kp\alpha + q = 0$$

$$-k^2 \times \begin{cases} \alpha^2 + r\alpha + s = 0 \\ k^2\alpha^2 + kp\alpha + q = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -k^2\alpha^2 - k^2 r\alpha - k^2 s = 0 \\ k^2\alpha^2 + kp\alpha + q = 0 \end{cases}$$

$$kp\alpha - k^2 r\alpha + q - k^2 s = 0 \Rightarrow (kp\alpha - k^2 r\alpha) = k^2 s - q$$
$$\Rightarrow \alpha(kp - k^2 r) = k^2 s - q$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{k^2 s - q}{k(p - kr)}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{q - k^2 s}{k(rk - p)}$$

$$if\ \ k^2\alpha^2 + kp\alpha + q = 0 \Rightarrow k^2\left[\frac{q - k^2 s}{r(rk - p)}\right]^2 + kp\left[\frac{q - k^2 s}{k(rk - p)}\right] + q = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k^2(q - k^2 s)^2}{k^2(rk - p)^2} + \frac{kp(q - k^2 s)}{k(rk - p)} + q = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(q - k^2 s)^2}{(rk - p)^2} + \frac{p(q - k^2 s)}{(rk - p)} + q = 0$$

$$\Rightarrow (q - k^2 s)^2 + p(rk - p)(q - k^2 s) + q(rk - p)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (q - k^2 s)^2 + p(rk - p)\left[p(q - k^2 s) + q(rk - p)\right] = 0$$

$$\Rightarrow (q - k^2 s)^2 + (rk - p)(pq - pk^2 s + qrk - pq) = 0$$

$$\Rightarrow (q - k^2 s)^2 + k(rk - p)(rq - psk) = 0$$

173 ځواب)

1) $x^2 - (2m + 1)x + m + 1 = 0 \Rightarrow m^2 - (2m + 1)m + m + 1 = 0 \quad ; \ if \ \ x = m$

$$\Rightarrow m^2 - 2m^2 - m + m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow -m^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow -m^2 = -1$$

$$\Rightarrow m^2 = 1$$

$$\Rightarrow m = \pm 1$$

2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{34}{21} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{34}{21}$

$$\Rightarrow \frac{2m + 1}{m + 1} = \frac{34}{21}$$

$$\Rightarrow 21(2m + 1) = 34(m + 1)$$

$$\Rightarrow 42m + 21 = 34m + 34$$

$$\Rightarrow 42m - 34m = 34 - 21$$

$$\Rightarrow 8m = 13$$

$$\Rightarrow m = \frac{13}{8}$$

$$3)\ \frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{19}{3}\Rightarrow\frac{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}}{x_1x_2}=\frac{19}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{S^2-2P}{P}=\frac{19}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{(2m+1)^2-2(m+1)}{m+1}=\frac{19}{3}$$

$$\Rightarrow 3(2m+1)^2-6(m+1)=19(m+1)$$

$$\Rightarrow 3(4m^2+4m+1)-6m-6=19m+19$$

$$\Rightarrow 12m^2+12m+3-6m-6-19m-19=0$$

$$\Rightarrow 12m^2-13m-22=0\Rightarrow\begin{cases}m_1=2\\ m_2=-\dfrac{11}{12}\end{cases}$$

$$4)\ \ x_1-x_2=3\Rightarrow x_1=3+x_2$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=3+x_2+x_2$$

$$\Rightarrow x_1+x_2=3+2x_2$$

$$\Rightarrow (2m+1)=3+2x_2$$

$$\Rightarrow 2x_2=2m-2$$

$$\Rightarrow x_2=m-1$$

$x_2=m-1$ د پاسنۍ معادلې جذر دی او په معادله کې صدق هم کوي:

$$x^2-(2m+1)x+m+1=0\Rightarrow(m-1)^2-(2m+1)(m-1)+m+1=0\ ;\ (if\ \ x_2=m-1)$$

$$\Rightarrow(m^2-2m+1)-(2m^2-2m+m-1)+m+1=0$$

$$\Rightarrow m^2-2m+1-2m^2+2m-m+1+m+1=0$$

$$\Rightarrow -m^2+3=0$$

$$\Rightarrow -m^2=-3$$

$$\Rightarrow m^2=3$$

$$\Rightarrow m=\pm\sqrt{3}$$

$$5)\ \ x_1^{\ 3}+x_2^{\ 3}=9\Rightarrow S^3-3PS=9$$

$$\Rightarrow(2m+1)^3-3(2m+1)(m+1)=9$$

$$\Rightarrow\left[8m^3+3(2m)^2(1)+3(2m)(1)^2+(1)^3\right]-3(2m^2+2m+m+1)=9$$

$$\Rightarrow(8m^3+12m^2+6m+1)-6m^2-6m-3m-3=9$$

$$\Rightarrow 8m^3+12m^2+6m+1-6m^2-9m-3-9=0$$
$$\Rightarrow 8m^3+6m^2-3m-11=0$$

د دريمه درجه معادلو د ضريبونو مجموعه صفر ده، يو جذر، $m=1$ دی (يعنې پر $m-1$ د تقسيم وړتيا لري).

6) $5x_1=6x_2 \Rightarrow x_1=\frac{6}{5}x_2$

$$x_1+x_2=2m+1 \Rightarrow \frac{5}{6}x_2+x_2=2m+1$$
$$\Rightarrow 6x_2+5x_2=5(2m+1)$$
$$\Rightarrow 11x_2=5(2m+1)$$
$$\Rightarrow x_2=\frac{5(2m+1)}{11}$$
$$x_1=\frac{6}{5}x_2 \Rightarrow x_1=\frac{6}{5}\left[\frac{5(2m+1)}{11}\right]$$
$$\Rightarrow x_1=\frac{6(2m+1)}{11}$$
$$x_1x_2=m+1 \Rightarrow \frac{5(2m+1)}{11}\cdot\frac{6(2m+1)}{11}=m+1$$
$$\Rightarrow 30(2m+1)^2=121(m+1)$$
$$\Rightarrow 30(4m^2+4m+1)=121m+121$$
$$\Rightarrow 120m^2+120m+30-121m-121=0$$
$$\Rightarrow 120m^2-m-91=0 \Rightarrow \begin{cases} m_1=-\frac{13}{15} \\ m_2=\frac{7}{8} \end{cases}$$

174 **ځواب)**

$$x^2-Sx+P=0$$
$$\left.\begin{array}{l} S=x_1+x_2=5 \\ P=x_1x_2=6 \end{array}\right\rangle x^2-5x+6=0$$

175 **ځواب)**

$$x^2-Sx+P=0$$
$$\left.\begin{array}{l} S=x_1+x_2=\left(m-\sqrt{m^2+3}\right)=\left(m+\sqrt{m^2+3}\right)=2m \Rightarrow S=2m \\ P=x_1x_2=\left(m-\sqrt{m^2+3}\right)\left(m+\sqrt{m^2+3}\right)=\left(m^2-\left(m^2+3\right)\right)=-3 \Rightarrow P=-3 \end{array}\right\rangle$$

$$x^2-2mx+(-3)=0 \Rightarrow x^2-2mx-3=0$$

176 **ځواب)**

$$x^2-Sx+P=0$$

$$\left.\begin{cases} S=x_1+x_2=\left(2+\sqrt{4-a}\right)+\left(2-\sqrt{4-a}\right)=4 \Rightarrow S=4 \\ P=x_1x_2=\left(2+\sqrt{4-a}\right)\left(2-\sqrt{4-a}\right)=4-(4-a)=a \Rightarrow P=a \end{cases}\right\rangle x^2-4x+a=0$$

177 **ځواب)**

$$x^2-Sx+P=0$$

$$\left.\begin{cases} S=x_1+x_2=\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-\sqrt{3}}\right)+\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-\sqrt{3}}\right)=2\sqrt{5} \Rightarrow S=2\sqrt{5} \\ P=x_1x_2=\left(\sqrt{5}+\sqrt{5-\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-\sqrt{3}}\right)=5-\left(5-\sqrt{3}\right)=\sqrt{3} \Rightarrow P=\sqrt{3} \end{cases}\right\rangle x^2-2\sqrt{5x}+\sqrt{3}=0$$

178 **ځواب)**

$$x^2-Sx+P=0$$

$$\left.\begin{cases} S=x_1+x_2=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}+\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-2\right)^2+\left(\sqrt{5}+2\right)^2}{\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}=\dfrac{18}{5-4}=18 \\ P=x_1\cdot x_2=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}\cdot\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=1 \end{cases}\right\rangle x^2-18x+1=0$$

یادونه: $(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$

179 **ځواب)**

که x او y د يوې دويمه درجه معادلې جذرونه وي، په دې صورت کې:

$$z^2-Sz+P=0$$

$$\left.\begin{matrix} S=x+y=4a \\ P=x\cdot y=8a \end{matrix}\right\rangle z^2-4az+8a=0$$

پاسنی سیستم هغه مهال ځواب لري چې په یاده معادله کې $\Delta'\geq 0$ وي:

$$\Delta'\geq 0 \Rightarrow b'^2-ac\geq 0 \Rightarrow (-2a)^2-(1)(8a)\geq 0 \Rightarrow 4a^2-8a\geq 0$$

a	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$4a^2-8a\geq 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$4a^2-8a=0 \Rightarrow 4a(a-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} 4a=0 \Rightarrow a=0 \\ a-2=0 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

$$D=(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$$

180 **ځواب)**

$$(x_1+1)(x_2+1)=4 \Rightarrow 1+(x_1+x_2)+x_1x_2=4 \Rightarrow S+P=3$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2\Rightarrow\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=2\Rightarrow\frac{S}{P}=2\Rightarrow S=2P$$

$$\left.\begin{cases}S+P=3\\S=2P\end{cases}\right\rangle(2P)+P=3\Rightarrow 3P=3\Rightarrow P=1\Rightarrow S=2$$

$$x^2-Sx+P=0\xrightarrow{P=1,S=2}x^2-2x+1=0$$

181 **ځواب)**

$$\begin{cases}x_1x_2{}^2+x_2x_1{}^2=6\Rightarrow x_1x_2(x_2+x_1)=6\Rightarrow x_1x_2\times 3=6\Rightarrow x_1x_2=2\Rightarrow P=2\\x_1+x_2=3\Rightarrow S=3\end{cases}$$

$$x^2-Sx+P=0\xrightarrow{S=3,P=2}x^2-3x+2=0$$

182 **ځواب)**

$$x=2-\sqrt{3}\Rightarrow x-2=-\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow(x-2)^2=\left(-\sqrt{3}\right)^2$$
$$\Rightarrow x^2-4x+4=3$$
$$\Rightarrow x^2-4x+1=0$$

183 **ځواب)**

$$x=3-\sqrt{5}\Rightarrow x-3=-\sqrt{5}$$
$$\Rightarrow(x-3)^2=\left(-\sqrt{5}\right)^2$$
$$\Rightarrow x^2-6x+9=5$$
$$\Rightarrow x^2-6x+4=0$$

184 **ځواب)**

$$x=\sqrt{5-\sqrt{48}}=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$$
$$=\sqrt{4+3-4\sqrt{3}}$$
$$=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$$
$$=\left|2-\sqrt{3}\right|$$
$$x=2-\sqrt{3}\Rightarrow x-2=-\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow(x-2)^2=\left(-\sqrt{3}\right)^2$$
$$\Rightarrow x^2-4x+4=3$$
$$\Rightarrow x^2-4x+1=0$$

185 ځواب)

$$\left.\begin{cases}S=x_1+x_2=4\\P=x_1\cdot x_2=-1\end{cases}\right\rangle x^2-Sx+P=0\Rightarrow x^2-4x-1=0$$

$$\Delta'=b'^2-ac$$
$$=(-2)^2-(1)(-1)$$
$$=4+1$$
$$=5$$

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{5}}{1}=\frac{2\pm\sqrt{5}}{1}\Rightarrow\begin{cases}x_1=2+\sqrt{5}\\x_2=2-\sqrt{5}\end{cases}$$

186 ځواب)

الف)

لومړۍ طريقه (متناظرې افادې):

فرضوو y_1 او y_2 د فرض شوې معادلې نوي جذرونه وي.

$$\left.\begin{cases}y_1=\frac{1}{2}x_1\\y_2=\frac{1}{2}x_2\end{cases}\right\rangle\begin{cases}y_1+y_2=\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}x_2=\frac{1}{2}(x_1+x_2)=\frac{1}{2}\left(-\frac{b}{a}\right)=\frac{1}{2}(2)=1\\y_1\cdot y_2=\left(\frac{1}{2}x_1\right)\left(\frac{1}{2}x_2\right)=\frac{1}{4}x_1x_2=\frac{1}{4}\left(\frac{c}{a}\right)=\frac{1}{4}(-3)=-\frac{3}{4}\end{cases}$$

$$\left.\begin{cases}S=y_1+y_2=1\\P=y_1\cdot y_2=-\frac{3}{4}\end{cases}\right\rangle y^2-Sy+P=0\Rightarrow y^2-y-\frac{3}{4}=0\Rightarrow 4y^2-4y-3=0$$

د پاسنۍ معادلې جذرونه د $x^2-2x-3=0$ معادلې د جذرونو نيمايي دي.

دويمه طريقه (د جذرونو ترمنځ د اړيکې ټينګول):

فرض کړئ په ټوليزه توګه د نوې معادلې جذر y او د زړې معادلې جذر x دی او په عمومي توګه $y=\frac{1}{2}x$ وي:

$$if\ \ y=\frac{1}{2}x\Rightarrow x=2y$$

$$x^2-2x-3=0\Rightarrow(2y)^2-2(2y)-3=0\Rightarrow 4y^2-4y-3=0$$

ب)

لومړۍ طريقه (متناظرې افادې):

فرضوو y او y_2 د فرض شوې معادلې نوي جذرونه وي:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 + 2 \\ y_2 = x_2 + 2 \end{cases} \begin{cases} y_1 + y_2 = (x_1 + 2) + (x_2 + 2) = (x_1 + x_2) + 4 = 2 + 4 = 6 \\ y_1 \cdot y_2 = (x_1 + 2)(x_2 + 2) = x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 4 = x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = (-3) + 2(2) + 4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = y_1 + y_2 = 6 \\ P = y_1 \cdot y_2 = 5 \end{cases} y^2 - Sy + P = 0 \Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0$$

دويمه طريقه (د جذرونو ترمنځ د اړيکې ټينګول):

فرضوو چې په عمومي حالت کې د نوې معادلې جذر y او د زړې معادلې جذر x وي او په ټوليزه توګه $y = x + 2$ وي.

$$if\ \ y = x + 2 \Rightarrow x = y - 2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (y-2)^2 - 2(y-2) - 3 = 0 (y^2 - 4y + 4) - 2y + 4 - 3 = 0 \Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0$$

ج)

لومړۍ طريقه (متناظرې افادې):

فرضوو y_1 او y_2 د فرض شوې معادلې نوي جذرونه وي.

$$\begin{cases} y_1 = {x_1}^2 \\ y_2 = {x_2}^2 \end{cases} \begin{cases} y_1 + y_2 = {x_1}^2 + {x_2}^2 = S^2 - 2P = (2)^2 - 2(-3) = 10 \\ y_1 \cdot y_2 = {x_1}^2 \cdot {x_2}^2 = (x_1x_2)^2 = (-3)^2 = 9 \end{cases}$$

پام مو وي چې پاسني S او P د مخکينۍ معادلې اړوند دي.

$$\begin{cases} S = y_1 + y_2 = 10 \\ P = y_1 \cdot y_2 = 9 \end{cases} y^2 - Sy + P = 0 \Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0$$

دويمه طريقه (د جذرونو ترمنځ د اړيکو ټينګولو طريقه):

په ټوليزه توګه فرضوو چې د نوې معادلې جذر y او د زړې معادلې جذر x وي او په عمومي حالت کې $y = x^2$ وي.

$$y = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y}$$

$$if\ \ x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \left(\pm\sqrt{y}\right)^2 - 2\left(\pm\sqrt{y}\right) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow y - 2\left(\pm\sqrt{y}\right) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow y - 2 = \pm 2\sqrt{y}$$

$$\Rightarrow (y-3)^2 = \left(\pm 2\sqrt{y}\right)^2$$

$$\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 4y$$

$$\Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0$$

187 **ځواب)**

د متناظرو افادو طريقه:

$$\left.\begin{cases} y_1 = x_1^{\ 3} \\ y_2 = x_2^{\ 3} \end{cases}\right\rangle \begin{cases} y_1 + y_2 = x_1^{\ 3} + x_2^{\ 3} = S^3 - 3PS = (3)^3 - 3(2)(3) = 27 - 18 = 9 \\ y_1 y_2 = x_1^{\ 3} \cdot x_2^{\ 3} = (x_1 \cdot x_2)^3 = P^3 = (2)^3 = 8 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} S = y_1 + y_2 = 9 \\ P = y_1 y_2 = 8 \end{cases}\right\rangle y^2 - Sy + P = 0 \Rightarrow y^2 - 9y + 8 = 0$$

یادونه: ددې مسئلې لپاره د جذرونو ترمنځ د اړیکې ټینګولو طریقه مناسبه نه ده.

خو غواړو په بله طریقه دغه مسئله حل کړو:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (1) + (-3) + (2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} y_1 = x_1^{\ 3} \Rightarrow y_1 = (1)^3 = 1 \\ y_2 = x_2^{\ 3} \Rightarrow y_2 = (2)^3 = 8 \end{cases}\right\rangle \left.\begin{cases} y_1 + y_2 = 9 \\ y_1 \cdot y_2 = 8 \end{cases}\right\rangle y^2 - Sy + P = 0 \Rightarrow y^2 - 9y + 8 = 0$$

188 **ځواب)**

(د جذرونو ترمنځ د اړیکې ټینګولو طریقه):

$$y = 3x - 4 \Rightarrow y + 4 = 3x \Rightarrow x = \frac{y+4}{3}$$

$$x^2 - mx - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{y+4}{3}\right)^2 - m\left(\frac{y+4}{3}\right) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(y+4)^2}{9} - \frac{m(y+4)}{3} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (y+4)^2 - 3m(y+4) - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (y^2 + 8y + 16) - 3my - 12m - 9 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + y(8 - 3m) + 7 - 12m = 0$$

189 **ځواب)**

(د جذرونو ترمنځ د اړیکې ټینګولو طریقه)

$$y = 5 + (-x) \Rightarrow y = 5 - x \Rightarrow x = 5 - y$$

$$mx^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow m(5-y)^2 - 2(5-y) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow m(25 - 10y + y^2) - 10 + 2y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 25m - 10my + my^2 - 10 + 2y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow my^2 - 2y(5m - 1) + 25m - 9 = 0$$

190 **ځواب)**

(د جذرونو ترمنځ د اړیکې ټینګولو طریقه):

$$y=\frac{1}{ax+b}\Rightarrow y(ax+b)=1$$
$$\Rightarrow axy+by=1$$
$$\Rightarrow axy=1-by$$
$$\Rightarrow x=\frac{1-by}{ay}$$
$$if\ \ x=\frac{1-by}{ay}\Rightarrow a\left(\frac{1-by}{ay}\right)^2+b\left(\frac{1-by}{ay}\right)+c=0$$
$$\Rightarrow \frac{a(1-by)^2}{(ay)^2}+\frac{b(1-by)}{(ay)}+c=0$$
$$\Rightarrow a(1-by)^2+b(ay)(1-by)+c(ay)^2=0$$
$$\Rightarrow a\left(1-2by+b^2y^2\right)+\left(bay-b^2y^2a\right)+ca^2y^2=0$$
$$\Rightarrow a-2bya+ab^2y^2+bay-b^2y^2a+ca^2y^2=0$$
$$\Rightarrow y^2\left(ab^2-ab^2+ca^2\right)+y(-2ab+ab)+a=0$$
$$\Rightarrow ca^2y^2-aby+a=0$$

191 **ځواب)**

$$y=3x-4\Rightarrow 3x=y+4$$
$$\Rightarrow x=\frac{1}{3}(y+4)$$
$$x^2-mx-1=0\Rightarrow\left[\frac{1}{3}(y+4)\right]^2-m\left[\frac{1}{3}(y+4)\right]-1=0$$
$$\Rightarrow \frac{1}{9}(y+4)^2-\frac{m}{3}(y+4)-1=0$$
$$\Rightarrow (y+4)^2-3m(y+4)-9=0$$
$$\Rightarrow \left(y^2+8y+16\right)-3my-12m-9=0$$
$$\Rightarrow y^2+y(8-3m)+7-12m=0$$

192 **ځواب)**

هغه دويمه درجه معادله جوړوو چې هر يو جذر يې د $x^2+px+q=0$ معادلې له هر يوه جذر څخه يو واحد ډېر وي.

$$y=x+1\Rightarrow x=y-1$$
$$(y-1)^2+p(y-1)+q=0\Rightarrow\left(y^2-2y+1\right)+(py-p)+q=0$$
$$\Rightarrow y^2+y(-2+p)+1-p+q=0\ \text{(III)}$$

(III) او (I) معادلې یو شان دي.

$$\begin{cases} y^2 + y(-2+p) + 1 - p + q = 0 \\ x^2 - p^2 x + pq = 0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} -2 + p = -p^2 \\ 1 - p + q = pq \end{cases}$$

$$-2 + P = -P^2 \Rightarrow p^2 + p - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 1 \Rightarrow 1 - 1 + q = (1)q \Rightarrow q = q \\ p = -2 \Rightarrow 1 - (-2) + q = (-2)q \Rightarrow 3 + q = -2q \Rightarrow 3 = -3q \Rightarrow q = -1 \end{cases}$$

193 **ځواب)**

له L مستقیم خط سره د AB قطعه خط د تماس نقطه M نوموو او $|MA| = a$ او $|MB| = b$ نیسو. له A او B څخه هغه دایره رسموو چې L خط په C او D نقطو کې قطع کړي، باید و ځېړو چې په کوم شرط $\min|CD|$ دی. فرضوو $|CD| = m$ او $|MC| = C$ وي.

$$|MC| \cdot |MD| = |MA| \cdot |MB| \Rightarrow x(m - x) = ab$$
$$\Rightarrow xm - x^2 = ab$$
$$\Rightarrow x^2 - mx + ab = 0$$

باید x داسې ترلاسه کړو چې په یاده معادله کې د m قیمت حد اقل وي، د حقیقي جذرونو د موجودیت شرط دا دی:

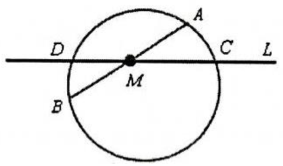
$$\Delta \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$$
$$\Rightarrow (-m)^2 - 4(1)(ab) \geq 0$$
$$\Rightarrow m^2 - 4ab \geq 0$$
$$\Rightarrow m^2 \geq 4ab$$
$$\Rightarrow |m| \geq 2\sqrt{ab}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} m \geq 2\sqrt{ab} \\ m \leq -2\sqrt{ab} \end{cases}$$

له دې چې m مثبت عدد دی نو $m \geq 2\sqrt{ab}$ کېږي.

$$\min|CD| = 2\sqrt{ab}$$

د دایرې رسمولو طریقه په لاندې توګه ده:

لومړی $\sqrt{ab}$ طول لرونکی مستقیم خط چې د MA او MB طولونو ترمنځ هندسي نیمایي وي، ترلاسه کوو او M نقطه کې یې د L مستقیم خط په ذریعه په دوو برخو بېلوو، په دې توګه C او D نقطې ترلاسه کېږي، وروسته له څلورو A او B او C او D نقطو څخه دایره رسموو.



194 ځواب)

که د تصاعد منځنی حد x، د تصاعد نسبت q فرض کړو، په دې صورت کې د دغه هندسي تصاعد ادامه په لاندې توګه ده:

$\frac{x}{q}$ او x او qx

فرض: $\frac{x}{q}+x+qx=a \Rightarrow x+xq+q^2x=aq \Rightarrow x+xq+q^2x-aq=0$

د q له جنسه دويمه درجه معادله ليکو:

$$xq^2+(x-a)q+x=0$$

پاسنۍ معادله نسبت q ته دويمه درجه ده، اوس يې د جذرونو د حقيقي والي شرط ليکو:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow b^2-4ac \geq 0$$
$$\Rightarrow (x-a)^2-4(x)(x) \geq 0$$
$$\Rightarrow (x^2-2xa+a^2)-4x^2 \geq 0$$
$$\Rightarrow -3x^2-2xa+a^2 \geq 0$$
$$\Rightarrow 3x^2+2ax-a^2 \leq 0$$

x	$-\infty$		$-a$		$\frac{a}{3}$		$+\infty$
$3x^2+2ax-a^2 \leq 0$		+	0	−	0	+	

$$3x^2+2ax-a^2=0$$
$$\Delta'=b'^2-ac=(a)^2-(3)(-a^2)=a^2+3a^2=4a^2$$
$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(a)\pm\sqrt{4a^2}}{3}=\frac{-a\pm 2a}{3} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-a \\ x_2=\frac{a}{3} \end{cases} -a \leq x \leq \frac{a}{3}$$

که x او $\frac{x}{q}$ او qx د دغه تصاعد درې حدونه وي.

$$-a \leq x \leq \frac{a}{3} \ , \ \frac{-a}{q} \leq \frac{x}{q} \leq \frac{a}{3q} \ , \ -aq \leq qx \leq \frac{qa}{3}$$

د نامساواتو دواړې خواوې له يوې بلې سره ضربوو:

$$(-a)\times\left(-\frac{a}{q}\right)\times(-aq)\le x\times\frac{x}{q}\times qx\le\left(\frac{a}{3}\right)\left(\frac{a}{3q}\right)\left(\frac{qa}{3}\right)\Rightarrow -a^3\le x^3\le\frac{a^3}{27}$$

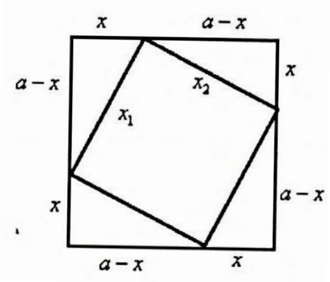
$$\Rightarrow\begin{cases}\max\left(x^3\right)=\dfrac{a^3}{27}\\ \min\left(x^3\right)=-a^3\end{cases}$$

د دریو اعدادو د ضرب تر ټولو ستر مقدار $\frac{a^3}{27}$ او تر ټولو کم مقدار یې $-a^3$ دی.

195ځواب)

د مربع د ضلعې طول a او هغه مستقیم قطعه خطونه چې د مستطیل هریو راس د مربع له اضلاعوو بېلوي x او $a-x$ نوموو، په دې صورت کې که د محاطي مستطیل مساحت S فرض کړو، نو لرو چې:

$$x_1^{\,2}=x^2+(a-x)^2=x^2+a^2-2ax+x^2=2x^2+a^2-2ax\Rightarrow x_1=\sqrt{2x^2+a^2-2ax}$$



مساحت: $S=x_1\cdot x_2=\sqrt{2x^2+a^2-2ax}\cdot\sqrt{2x^2+a^2-2ax}\Rightarrow S=2x^2+a^2-2ax$

$$\Rightarrow 2x^2+a^2-2ax-S=0$$

$$\Rightarrow 2x^2-2ax+\left(a^2-S\right)=0$$

$$\Delta'\ge 0\Rightarrow(-a)^2-(2)\left(a^2-S\right)\ge 0$$

$$\Rightarrow a^2-2a^2+2S\ge 0$$

$$\Rightarrow -a^2+2S\ge 0$$

$$\Rightarrow 2S\ge a^2$$

$$\Rightarrow S\ge\frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow \min(S)=\frac{a^2}{2}$$

د محاطي مستطیل حداقل مساحت مساوي دی له $S=\frac{a^2}{2}$ سره.

196 ځواب)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}\ ,\ \ x_1 x_2 = \dfrac{c}{a},\ \ \Delta = b^2 - 4ac \\ x_1' + x_2' = -\dfrac{b'}{a'},\ \ x_1' x_2' = \dfrac{c'}{a'},\ \ \Delta' = b'^2 - 4a'c' \end{cases}$$

که فرضو کړو چې $X_1 = x_1 + x_2'$ او $X_2 = x_2 + x_2'$ وي نو لرو:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &= \left(x_1 + x_1'\right) + \left(x_2 + x_2'\right) \\ &= \left(x_1 + x_2\right) + \left(x_1' + x_2'\right) \\ &= \left(-\frac{b}{a}\right) + \left(-\frac{b'}{a'}\right) \\ &= \frac{-a'b - ab'}{aa'} \\ &= -\frac{\left(ab' + a'b\right)}{aa'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_1 X_2 &= \left(x_1 + x_2{}'\right)\left(x_2 + x_2{}'\right) \\ &= x_1 x_2 + x_1 x_2{}' + x_1{}' x_2 + x_1{}' x_2{}' \end{aligned}$$

$$if\ \ ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$if\ \ a'x^2 + b'x + c' = 0 \Rightarrow x' = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta'}}{2a'} \Rightarrow \begin{cases} x_1{}' = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{2a'} \\ x_2{}' = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{2a'} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} X_1 X_2 &= \frac{c}{a} + \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{2a'}\right) + \left(\frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{2a'}\right)\left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) + \left(\frac{c'}{a'}\right) \\ &= \frac{c}{a} + \frac{bb' + b\sqrt{\Delta'} - b'\sqrt{\Delta} - \sqrt{\Delta\Delta'}}{4aa'} + \frac{bb' + b'\sqrt{\Delta} - b\sqrt{\Delta'} - \sqrt{\Delta\Delta'}}{4aa'} + \frac{c'}{a'} \\ &= \frac{c}{a} + \frac{2bb' - 2\sqrt{\Delta\Delta'}}{4aa} + \frac{c'}{a'} \\ &= \frac{4a'c + 2bb' - 2\sqrt{\Delta\Delta'} + 4ac''}{4aa'} \end{aligned}$$

$$= \frac{4\left(ac'+a'c\right)+2bb'-2\sqrt{\Delta\Delta'}}{4aa'}$$

$$= \frac{2\left(ac'+a'c\right)+bb'-\sqrt{\Delta\Delta'}}{2aa'}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \left[-\left(\frac{ab'+a'b}{aa'}\right)\right]x + \frac{2\left(ac'+a'c\right)+bb'-\sqrt{\Delta\Delta'}}{2aa'} = 0$$

$$\Rightarrow 2aa'x^2 + 2\left(ab'+a'b\right)x + 2\left(ac'+a'c\right)+bb'-\sqrt{\Delta\Delta'} = 0$$

په همدې توګه دويمه معادله هم په لاندې توګه ترلاسه کېږي:

$$2aa'x + 2\left(ab'+ba'\right)x + 2\left(ac'+ca'\right) + bb' - \sqrt{\Delta\Delta'} = 0$$

ځواب) 197

$$\left.\begin{cases} S^3 - 3PS = 9 \\ S^2 - 2P = 5 \end{cases}\right\rangle P = \frac{S^2-5}{2}$$

$$S^3 - 3\left(\frac{S^2-5}{2}\right)S = 9 \Rightarrow S^3 - 15S + 18 = 0$$

$$\Rightarrow S^3 + \left(-9S - 6S\right) + 18 = 0$$

$$\Rightarrow S\left(S^2 - 9\right) - 6\left(S - 3\right) = 0$$

$$\Rightarrow S\left(S-3\right)\left(S+3\right) - 6\left(S-3\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(S-3\right)\left[S\left(S+3\right) - 6\right] = 0$$

$$\Rightarrow \left(S-3\right)\left(S^2+3S-6\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 3 \Rightarrow P = \frac{(3)^2-5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \\ S = \frac{-3\pm\sqrt{33}}{2} \end{cases}$$

په همدې ترتيب $S = \frac{-3\pm\sqrt{133}}{2}$, P ترلاسه کوو او معادله جوړېږي.

ځواب) 198

$$x_1 + 2x_2 = \left(x_1 + x_2\right) + x_2 = -3 + x_2 = x_2 - 3$$

$$x_2 + 2x_1 = \left(x_2 + x_1\right) + x_1 = -3 + x_1 = x_1 - 3$$

يعني د نوې معادلې جذرونه، چې y دی د مخکينۍ معادلې له جذرونو څخه درې واحده لږ دي:

$$y = x - 3 \Rightarrow x = y + 3$$

$$x^2 + 3x + k = 0 \xrightarrow{x=y+3} \left(y+3\right)^2 + 3\left(y+3\right) + k = 0 \Rightarrow \left(y^2+6y+9\right) + \left(3y+9\right) + k = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 9y + 18 + k = 0$$

199) ځواب

$$2x_1+3x_2-4=(2x_1+2x_2)+x_2-4=2(x_1+x_2)+x_2-4=2(3)+x_2-4=x_2+2$$
$$2x_2+3x_1-4=(2x_2+2x_1)+x_1-4=2(x_2+x_1)+x_1-4=2(3)+x_1-4=x_1+2$$

يعني د نوې معادلې جذرونه چې y دي د پخوانۍ معادلې له جذرونو دوه واحده ستر دي.

$$y=x+2\Rightarrow x=y-2$$
$$x^2-3x-1=0\xrightarrow{x=y-2}(y-2)^2-3(y-2)-1=0\Rightarrow(y^2-4y+4)-3y+6-1=0$$
$$\Rightarrow y^2-7y-9=0$$

200) ځواب

$$x_1+2x_2=(x_1+x_2)+x_2=2+x_2=x_2+2$$
$$x_2+2x_1=(x_2+x_1)+x_1=2+x_1=x_1+2$$

يعنې د نوې معادلې جذرونه چې y دی د پخواني معادلې له جذرونو دوه واحده ستر دي.

$$y=x+2\Rightarrow x=y-2$$
$$x^2-2x-9=0\xrightarrow{x=y-2}(y-2)^2-2(y-2)-9=0\Rightarrow(y^2-4y+4)-2y+4-9=0$$
$$\Rightarrow y^2-6y-1=0$$

201) ځواب

$$y=\frac{1}{x+1}\Rightarrow y(x+1)=1\Rightarrow yx+y=1\Rightarrow yx=1-y\Rightarrow x=\frac{1-y}{y}$$
$$x^2+x-1=0\xrightarrow{x=\frac{1-y}{y}}\left(\frac{1-y}{y}\right)^2+\left(\frac{1-y}{y}\right)-1=0\Rightarrow\frac{(1-y)^2}{y^2}+\frac{(1-y)}{y}-1=0$$
$$\Rightarrow(1-y)^2+y(1-y)-y^2=0$$
$$\Rightarrow(1-2y+y^2)+(y-y^2)-y^2=0$$
$$\Rightarrow -y^2-y+1=0$$
$$\Rightarrow y^2+y-1=0$$

202) ځواب

$$x_1^{\ 2}+x_1x_2=x_1(x_1+x_2)=x_1\left(-\frac{b}{a}\right)=x_1(1)=x_1$$
$$x_2^{\ 2}+x_1x_2=x_2(x_2+x_1)=x_2(1)=x_2$$

يعنې د نوې معادلې جذرونه چې y دي، د پخواني معادلې له جذرونو سره مساوي دي.

$$3x^2-3x-2=0\xrightarrow{y=x}3(y)^2-3(y)-2=0\Rightarrow 3y^2-3y-2=0$$

ځواب) 203

$$-2\times\begin{cases}(a+b)x^2-6x+b=0\\2x^2+3x-1=0\end{cases}\Bigg\rangle\begin{cases}(a+b)x^2-6x+b=0\\-4x^2-6x+2=0\end{cases}$$

څرنګه چې د دوو وروستیو معادلو د x ضریب یو شان دی. په دې حالت کې د معادلې جذرونه یو د بل معکوس دي چې د a او c ځایونه سره بدل شي.

$$\begin{cases}a+b=2\\b=-4\Rightarrow a=6\end{cases}$$

ځواب) 204

لومړۍ طریقه)

د یوې معادلې(مثلاً دویمې معادلې) په درلودلو سره، بله معادله جوړوو چې هر یو جذر یې د (2) معادلې د هر یوه جذر نیمایي وي. دا هماغه (1) معادله ده چې د k او m ضریبونو له مساواتو څخه محاسبه کېږي.

$$y=\frac{x}{2}\Rightarrow x=2y$$

$$x^2-(k+2)x-k=0\xrightarrow{x=2y}(2y)^2-(k+2)(2y)-k=0\Rightarrow 4y^2-2(k+2)y-k=0$$

$$\Rightarrow y^2-\frac{2(k+2)}{4}y-\frac{k}{4}=0$$

y په x اړوو یعنې $x^2-\frac{(k+2)}{2}x-\frac{k}{4}=0$ چې هماغه لومړۍ معادله ده.

$$\begin{cases}x^2-mx+m-4=0\\x^2-\frac{(k+2)}{2}x-\frac{k}{4}=0\end{cases}\Bigg\rangle\begin{cases}m=\frac{k+2}{2}\\\frac{-k}{4}=m-4\end{cases}\Bigg\rangle\frac{-k}{4}=\frac{k+2}{2}-4\Rightarrow k=4,m=3$$

دویمه طریقه)

څرنګه چې د (2) معادلې جذرونه د (1) معادلې د هر جذر دوه چنده دی، نو د (2) معادلې د جذرونو دجمعې حاصل د (1) معادلې د جذرونو د جمعې حاصل دوه چنده دی او د (2) معادلې د جذرنو د ضرب حاصل، د (1) معادلې د جذرونو د ضرب حاصل له 4 چنده سره مساوي دی:

$$\begin{cases}k+2=2m\\-k=4(m-4)\end{cases}\Bigg\rangle k=4,\ m=3$$

ځواب) 205

یادونه:

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې جذرونه تل د $cy^2+by+a=0$ معادلې د جذرنو معکوس دي.

$$\begin{matrix} b\times \\ (a+1)\times \end{matrix}\begin{cases} 2x^2-(a+1)x+1=0 \\ y^2-by+b-1=0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} 2bx^2-b(a+1)x+b=0 \\ (a+1)y^2-b(a+1)y+(a+1)(b-1)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b=(a+1)(b-1)\Rightarrow 2b=b(b-1)\Rightarrow 2b=b^2-b\Rightarrow b^2-3b=0\Rightarrow b(b-3)=0\Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=3 \end{cases} \\ b=(a+1) \end{cases}$$

$$if\ \ b=0\Rightarrow 0=a+1\Rightarrow a=-1$$

$$if\ \ b=3\Rightarrow 3=(a+1)\Rightarrow a=2$$

206 **ځواب**)

$$\begin{matrix} 3\times \\ -(m-1)\times \end{matrix}\begin{cases} mx^2-(m-1)x+n=0 \\ 5x^2+3x-1=0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} 3mx^2-3(m-1)x+3n=0 \\ -5(m-1)x^2-3(m-1)x+(m-1)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3n=-5(m-1) \\ 3m=(m-1)\Rightarrow 3m-m=-1\Rightarrow 2m=-1\Rightarrow m=-\frac{1}{2}\Rightarrow 3n=-5\left(-\frac{1}{2}-1\right)\Rightarrow 3n=\frac{15}{12}\Rightarrow n=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ n=\frac{5}{2} \end{cases}$$

207 **ځواب**)

که غوښتل شوې معادله $x^2-S'x+P'=0$ فرض کړو:

$$S'=\alpha+\beta=\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)+\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=(x_1+x_2)+\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)$$

$$=S+\frac{S}{P}=\frac{S(P+1)}{P}=\frac{m(1+1)}{1}=2m$$

$$P'=\alpha\cdot\beta=\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=\left(x_1x_2+\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+\frac{1}{x_1x_2}\right)$$

$$=\left(P+\frac{1}{P}+\frac{S^2-2P}{P}\right)=\frac{P^2+S^2-2P+1}{P}=\frac{m^2}{1}=m^2$$

$$x^2-S'x+P'=0\Rightarrow x^2-2mx+m^2=0$$

208 **ځواب**)

که غوښتل شوې معادله $x^2-S'x+P'=0$ فرض کړو:

$$S'=\frac{\alpha}{\beta^2}+\frac{\beta}{\alpha^2}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha^2\beta^2}=\frac{S^3-3PS}{(P)^2}=\frac{p^3-3(q)(p)}{p^2}=\frac{p^3-3pq}{p^2}$$

$$P'=\frac{\alpha}{\beta^2}\cdot\frac{\beta}{\alpha^2}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{q}$$

$$x^2-S'x+P'=0\Rightarrow x^2-\frac{p^3-3pq}{p^2}x+\frac{1}{q}=0$$

209 **ځواب**)

(د متناظرو افادو طريقه):

$$\left\{\begin{array}{l} y_1=\dfrac{x_1}{x_2} \\ y_2=\dfrac{x_2}{x_1}\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l} y_1+y_2=\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{x_1{}^2+x_2{}^2}{x_1x_2}=\dfrac{S^2-2P}{P}=\dfrac{m^2-2\left(-m^2\right)}{-m^2}=\dfrac{3m^2}{-m^2}=-3 \\ y_1y_2=\dfrac{x_1}{x_2}\cdot\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{x_1x_2}{x_2x_1}=\dfrac{P}{P}=1\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} S=-3 \\ P=1\end{array}\right\rangle y^2-Sy+P=0\Rightarrow y^2-(-3)y+1=0\Rightarrow y^2+3y+1=0$$

210 **ځواب**)

تر هرڅه د مخه هغه، نوې دويمه درجه معادله ليکو چې جذرونه يې د پاسنۍ معادلې له جذرونو 2 واحده کوچني وي.

$$y=x-2\Rightarrow x=y+2$$

$$x^2-x-3=0\xrightarrow{x=y+2}(y+2)^2-(y+2)-3=0\Rightarrow\left(y^2+4y+4\right)-y-2-3=0$$

$$\Rightarrow y^2+3y-1=0$$

$$\Rightarrow x^2+3x-1=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} \alpha'=\alpha-2 \\ \beta'=\beta-2\end{array}\right\rangle A=(\alpha-2)^{-2}+(\beta-2)^{-2}$$

$$=(\alpha')^{-2}+(\beta')^{-2}$$

$$=\frac{1}{\alpha'^2}+\frac{1}{\beta'^2}$$

$$=\frac{\beta'^2+\alpha'^2}{(\alpha'\beta')^2}$$

$$=\frac{S^2-2P}{P^2}$$

$$=\frac{(-3)^2-2(-1)}{(-1)^2}$$

$$=\frac{9+2}{1}$$

$$=11$$

211 **ځواب**)

لومړی)

فرضوو چې پاسنۍ معادله $x^2-S'x+P'=0$ وي.

$$S' = \alpha^{-3} + \beta^{-3} = \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{(\alpha\beta)^3} = \frac{S^3 - 3PS}{P^3}$$

$$= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(\frac{c}{a}\right)\left(-\frac{b}{a}\right)}{\left(\frac{c}{a}\right)^3} = \frac{\frac{-b^3}{a^3} + \frac{3cb}{a^2}}{\frac{c^3}{a^3}} = \frac{\frac{-b^3 + 3abc}{a^3}}{\frac{c^3}{a^3}} = \frac{3abc - b^3}{c^3}$$

$$P = \alpha^{-3} \cdot \beta^{-3} = \frac{1}{\alpha^3} \cdot \frac{1}{\beta^3} = \frac{1}{(\alpha\beta)^3} = \frac{1}{\left(\frac{c}{a}\right)^3} = \frac{a^3}{c^3}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3abc - b^3}{c^3} x + \frac{a^3}{c^3} = 0$$

دويم)

$$\alpha\beta^2 = 1 \Rightarrow (\alpha\beta)\beta = 1 \Rightarrow \left(\frac{c}{a}\right)\beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{a}{c}$$

$\beta = \frac{a}{c}$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق کوي:

$$a\left(\frac{a}{c}\right)^2 + b\left(\frac{a}{c}\right) + c = 0 \Rightarrow \frac{a^3}{c^2} + \frac{ab}{c} + c = 0$$

$$\Rightarrow a^3 + abc + c^3 = 0$$

212 **ځواب)**

$$x_1 = x_2{}^2 \Rightarrow x_1 x_2 = x_2{}^3$$

$$\Rightarrow x_2{}^3 = b$$

$$\Rightarrow x_2 = \sqrt[3]{b}$$

$x_2 = \sqrt[3]{b}$ د معادلې جذر دی او په معادله کې صدق کوي:

$$\sqrt[3]{b^2} + a\sqrt[3]{b} + b = 0 \Rightarrow a\sqrt[3]{b} = -b - \sqrt[3]{b^2}$$

دواړه خواوې د درې په توان رفع کوو:

$$\Rightarrow \sqrt[3]{b^2} + a\sqrt[3]{b} = -b$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt[3]{b^2} + a\sqrt[3]{b}\right)^3 = (-b)^3$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt[3]{b^2}\right)^3 + 3\left(\sqrt[3]{b^2}\right)^2\left(a\sqrt[3]{b}\right) + 3\left(a\sqrt[3]{b^2}\right)\left(a\sqrt[3]{b}\right)^2 + \left(a\sqrt[3]{b}\right)^3 - b^3$$

$$\Rightarrow b^3 + 3\sqrt[3]{b^4} \cdot a\sqrt[3]{b} + 3\sqrt[3]{b^2} \cdot a^2\sqrt[3]{b^2} + a^3 b = -b^3$$

$$\Rightarrow b^2 + 3a\sqrt[3]{b^5} + 3a^2\sqrt[3]{b^4} + a^3 b = -b^3$$
$$\Rightarrow b^2 + 3a\sqrt[3]{b^3}\left(\sqrt[3]{b^2} + a\sqrt[3]{b}\right) + a^3 b = -b^3$$
$$\Rightarrow b^2 + 3ab(-b) + a^3 b = -b^3$$
$$\Rightarrow b^2 - 3ab^2 + a^3 b - b^3 = 0$$

213 **ځواب)**

$$x_1 = \frac{1}{x_2^{\,2}} \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{1}{x_2}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{x_2} = \frac{c}{a}$$
$$\Rightarrow x_2 = \frac{a}{c}$$

$x_2 = \dfrac{a}{c}$ د معادلې جذرونه دي او په معادله کې صدق کوي:

$$a\left(\frac{a}{c}\right)^2 + b\left(\frac{a}{c}\right) + c = 0 \Rightarrow \frac{a^3}{c^2} + b\cdot\frac{a}{c} + c = 0$$
$$\Rightarrow a^3 + abc + c^3 = 0$$
$$\Rightarrow a^3 + c^3 = -abc$$

214 **ځواب)**

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$
$$\Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$
$$\Rightarrow c = a$$
$$\Rightarrow 4m - 5 = m - 8$$
$$\Rightarrow m = -1$$

215 **ځواب)**

که د لومړۍ معادلې جذرونه y_1 او y_2 او د دويمې معادلې جذرونه x_1 او x_2 فرض کړو:

$$-p = y_1 + y_2$$
$$= x_1^{\,2} + x_2^{\,2}$$
$$= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$
$$= \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{c}{a}$$

$$=\frac{b^2-2ac}{a^2} \qquad \Rightarrow \qquad p=\frac{2ac-b^2}{a^2}$$

216 ځواب)

$$\text{شرط}: \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2}{4}=\frac{-(a+3)}{-(2b+4)}=\frac{b}{3a-2}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{4}=\frac{a+3}{2b+4} \Rightarrow 2(2b+4)=4(a+3) \Rightarrow 4b+8=4a+12 \\ \frac{2}{4}=\frac{b}{3a-2} \Rightarrow 2(3a-2)=4b \Rightarrow 6a-4=4b \end{cases} \begin{cases} 4a+12=4b+8 \\ 6a-4=4b \end{cases} a=4\ ,\ b=5$$

217 ځواب)

$$\text{شرط}: \frac{a}{2}=\frac{2}{1}=\frac{b}{-1} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2}=\frac{2}{1} \Rightarrow a=4 \\ \frac{2}{1}=\frac{b}{-1} \Rightarrow b=-2 \end{cases}$$

218 ځواب)

$$-2\times\begin{cases} 2mx^2-5x+1=0 \\ mx^2+3x-5=0 \end{cases} \begin{cases} 2mx^2-5x+1=0 \\ -2mx^2-6x+10=0 \end{cases} -11x+11=0 \Rightarrow x=1$$

$x=1$ د دواړو معادلو ګډ جذر دی او په دواړه معادلو کې صدق کوي.(په دويمه معادله کې يې وضع کوو)

$$mx^2+3x-5=0 \xrightarrow{if\ \ x=1} m(1)^2+3(1)-5=0 \Rightarrow m+3-5=0 \Rightarrow m=2$$

219 ځواب)

$$-1\times\begin{cases} x^2+ax+1=0 \\ x^2+x+a=0 \end{cases} \begin{cases} x^2+ax+1=0 \\ -x^2-x-a=0 \end{cases} x(a-1)+1-a=0 \Rightarrow x(a-1)=(a-1)$$

$$\Rightarrow x=\frac{a-1}{a-1} \Rightarrow x=1$$

$x=1$ په لومړۍ معادله کې صدق کوي.

$$x^2+ax+1=0 \xrightarrow{if\ \ x=1} (1)^2+a(1)+1=0 \Rightarrow a+2=0 \Rightarrow a=-2$$

220 ځواب)

$$-1\times\begin{cases} x^2+2x+a=0 \\ x^2-x-2a=0 \end{cases} \begin{cases} x^2+2x+a=0 \\ -x^2+x+2a=0 \end{cases} 3x+3a=0 \Rightarrow 3x=-3a \Rightarrow x=-a$$

$x=-a$ په لومړۍ معادله کې صدق کوي.

$$x^2+2x+a=0 \xrightarrow{if\ \ x=-a} (-a)^2+2(-a)+a=0 \Rightarrow a^2-2a+a=0$$

$$\Rightarrow a^2 - a = 0$$

$$\Rightarrow a(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

د $a > 0$ شرط په پام کې نیولو سره، $a = 1$ ځواب د منلو وړ دی.

221 **ځواب)**

$$\begin{array}{r} \\ -1\times \end{array}\left\{\begin{array}{l} x^2 + ax - 3 = 0 \\ x^2 - 3x + a = 0 \end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l} x^2 + ax - 3 = 0 \\ -x^2 + 3x - a = 0 \end{array}\right\rangle x(a+3) - a - 3 = 0 \Rightarrow x(a+3) = (a+3)$$

$$\Rightarrow x = \frac{a+3}{a+3} = 1, a \neq 3$$

$x = 1$ په لومړۍ معادله کې صدق کوي:

$$x^2 + ax - 3 = 0 \xrightarrow{if\ \ x=1} (1)^2 + a(1) - 3 = 0 \Rightarrow 1 + a - 3 = 0 \Rightarrow a = 2$$

222 **ځواب)**

که x_0 د دوو مفروضو معادلو ګډ جذر وي:

$$\begin{array}{r} \\ -1\times \end{array}\left\{\begin{array}{l} {x_0}^2 + ax_0 + bc = 0 \\ {x_0}^2 + bx_0 + ac = 0 \end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l} {x_0}^2 + ax_0 + bc = 0 \\ -{x_0}^2 + bx_0 - ac = 0 \end{array}\right\rangle$$

$$x_0(a-b) + bc - ac = 0 \Rightarrow x_0(a-b) - c(a-b) = 0$$

$$\Rightarrow (a-b)(x_0 - c) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \Rightarrow a = b & \text{د نه منلو وړ} \\ x_0 - c = 0 \Rightarrow x_0 = c \end{cases}$$

a او b مساوي کېدلی نشي، په دې صورت کې دوې مفروضې معادلې په يوه معادله اوړي، په پايله کې يې دواړه جذرونه مشترک کېږي چې د فرضيې خلاف دی.

(د لومړۍ معادلې د دواړو جذرونو دضرب حاصل): $p_1 = bc \;\;,\;\; s_1 = b + c = -a \Rightarrow a + b = -c \;\; (\text{I})$

څرنګه چې يو له جذرونو $x_0 = c$ دی دويم جذر مساوي په b کېږي.

(د لومړۍ معادلې د دوو جذرونو د ضرب حاصل): $p_2 = ac \,,\, s_2 = a + c = -b \Rightarrow a + b = -c \;\; (\text{II})$

څرنګه چې يو له جذرونو څخه $x_0 = c$ دی بل جذر يې مساوي له a سره کېږي.

غير مشترک جذرونه $x = b$ او $x = a$ دي.

$$S = a + b \quad , \quad P = a \cdot b$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - (a+b)x + ab = 0$$

$$(\text{I}), (\text{II}) \Rightarrow a + b = -c \Rightarrow x^2 - (-c)x + ab = 0 \Rightarrow x^2 + cx + ab = 0$$

223 **ځواب)**

دغه سيستم کولی شو په لاندې توګه وليکو:

$$\begin{cases} ax_1^{\ 2}+(b-1)x_1+c=x_2-x_1 \\ ax_2^{\ 2}+(b-1)x_2+c=x_3-x_2 \\ \vdots \\ ax_{n-1}^{\ 2}+(b-1)x_{n-1}+c=x_n-x_{n-1} \\ ax_n^{\ 2}+(b-1)x_n+c=x_1-x_n \end{cases}$$

د معادلې د ښۍ خوا قيمتونو مجموعه مساوي په صفر ده نو بايد د معادلې کيڼ لوري قيمتونو مجموع هم مساوي په صفر شي.

1) $if\ (b-1)^2-4ac<0$

په دې صورت کې د کيڼ لوري ټول ترينومونه مساوي په صفر دي، بايد د معادلې د کيڼ لوري د قيمتونو مجموعه هم مساوي په صفر شي.

2) $if\ (b-1)^2-4ac=0$

سيستم يوازې د $x_1=x_2=\cdots=x_n=-\dfrac{b-1}{2a}$ لپاره کولی شي صدق وکړي.

3) $if\ (b-1)^2-4ac>0$

سيستم لږ تر لږه دوه ځوابونه لري.

$$x_1=x_2=\cdots=x_n=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-b+\sqrt{(b-1)^2-4ac}}{2a}$$

$$x_1=x_2=\cdots=x_n=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-b-\sqrt{(b-1)^2-4ac}}{2a}$$

224 **ځواب**)

$$(1-2x)^2=2x+m^2\Rightarrow 1-4x+4x^2-2x-m^2=0$$

$$\Rightarrow 4x^2-6x+(1-m^2)=0$$

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(-6)^2-4(4)(1-m^2)$$
$$=36-16(1-m^2)$$
$$=36-16+16m^2$$
$$=16m^2+20\Rightarrow \qquad \Delta=16m^2+20>0$$

Δ تل مثبت ده نو معادله دوه جذرونه لري.

225 **ځواب**)

شرط : $\dfrac{c}{a}<0\Rightarrow\dfrac{m^2-4}{3}<0$

$$\Rightarrow m^2-4<0$$
$$\Rightarrow m^2<4$$
$$\Rightarrow |m|<2$$
$$\Rightarrow -2<m<2$$

226 **ځواب**)

شرط: $\frac{c}{a}>0\ ,\ \ \Delta'>0\ ,\ \ -\frac{b}{a}<0$

$$\frac{c}{a}>0\Rightarrow\frac{a+6}{1}>0 \Rightarrow a+6>0 \Rightarrow a>-6 \Rightarrow D_1=(-6,+\infty)$$

$$\Delta'>0\Rightarrow b'^2-ac>0 \Rightarrow (-a)^2-(1)(a+6)>0 \Rightarrow a^2-a-6>0$$

$$a^2-a-6=0\Rightarrow(a+2)(a-3)=0\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\a=3\end{cases}D_2=(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$$

$$-\frac{b}{a}<0\Rightarrow-\frac{-2a}{1}<0\Rightarrow 2a<0\Rightarrow a<0\Rightarrow D_3=(-\infty,0)$$

$$D=D_1\cap D_2\cap D_3$$
$$=(-6,+\infty)\cap[(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)]\cap(-\infty,0)$$
$$=(-6,-2)$$

227 **ځواب**)

شرط: $\frac{c}{a}>0\ ,\ \ \Delta'>0\ ,\ \ -\frac{b}{a}>0$

$$\frac{c}{a}>0\Rightarrow\frac{a}{1}>0\Rightarrow D_1=(0,+\infty)$$

$$\Delta'>0\Rightarrow b'^2-ac>0\Rightarrow(-a)^2-(1)(a)>0$$
$$\Rightarrow a^2-a>0$$
$$\Rightarrow a^2-a=0\Rightarrow a(a-1)=0\Rightarrow\begin{cases}a=0\\a=1\end{cases}D_2=(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$$

$$-\frac{b}{a}>0\Rightarrow-\frac{(-2a)}{1}>0\Rightarrow 2a>0\Rightarrow a>0\Rightarrow D_3=(0,+\infty)$$

$$D=D_1\cap D_2\cap D_3=(0,+\infty)\cap[(-\infty,0)\cup(1,+\infty)]\cap D_3=(1,+\infty)$$

د $a>1$ لپاره معادله دوه مثبت متفاوت جذرونه لري.

228 ځواب)

$$\frac{c}{a}<0\Rightarrow\frac{a^2}{a}<0\Rightarrow a<0$$: **شرط**

229 ځواب)

$$\frac{c}{a}=\frac{57}{-100}<0\xrightarrow{\text{معادله دوه مختلف العلامه جذرونه لري}}-\frac{b}{a}=\frac{-1}{-100}=\frac{1}{100}>0$$

(د ستر جذر مطلقه قيمت د کوچني جذر له مطلقه قيمت څخه ستر دی).

230 ځواب)

$$\frac{c}{a}=\frac{2}{5}<0\xrightarrow{\Delta\ \text{جوړوو}}\Delta=b^2-4ac=(35)^2-4(5)(2)=1185\Rightarrow\Delta>0$$

$$\xrightarrow{\text{معادله دوه هم علامه جذرونه لري}}-\frac{b}{a}=-\frac{2}{5}<0$$

د معادلې دواړه جذرونه منفي دي.

231 ځواب)

لومړی)

$$x_1=\frac{1}{x_2}\Rightarrow x_1x_2=1$$

$$\Rightarrow\frac{c}{a}=1$$

$$\Rightarrow\frac{t+2}{1}=1$$

$$\Rightarrow t+2=1$$

$$\Rightarrow t=-1$$

دويم)

$$x_1=-x_2\Rightarrow x_1+x_2=0$$

$$\Rightarrow-\frac{b}{a}=0$$

$$\Rightarrow-b=0$$

$$\Rightarrow b=0$$

$$\Rightarrow 4=0$$ د نه منلو وړ

د t هيڅ قيمت ته هم د معادلې دوه جذرونه تناظر نلري.

درېيم)

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \Delta' = 0$$
$$\Rightarrow b'^2 - ac = 0$$
$$\Rightarrow (2)^2 - (1)(t+2) = 0$$
$$\Rightarrow 4 - t - 2 = 0$$
$$\Rightarrow t = 2$$

څلورم)

$$\frac{c}{a} = 0 \Rightarrow c = 0$$
$$\Rightarrow t + 2 = 0$$
$$\Rightarrow t = -2$$

پنځم)

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{t+2}{1} > 0 \Rightarrow t > -2 \\ \Delta' > 0 \Rightarrow 2 - t > 0 \Rightarrow t < 2 \\ -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-4}{1} < 0 \end{array}\right\rangle \quad 2 < + < -2$$

232 ځواب)

$$n^2 + 3n + 39 = (n^2 + 3n - 10) + 49$$
$$= (n+5)(n-2) + 49$$

$n^2 + 3n + 39$ یوازې هغه مهال پر 49 د تقسیم وړ دی چې $(n+5)(n-2)$ پر 49 د تقسیم وړ وي، د لاندې مساواتو په پام کې نیولو سره:

$$n + 5 = (n+7) - 2$$

دوه $n+5$ او $n-2$ عوامل یا دواړه پر 7 د تقسیم وړ دي یا هېڅ یو هم پر 7 د تقسیم وړ نه دی او د دې لپاره چې دواړه پر 7 د تقسیم وړ وي، باید ولرو چې:

$$n = 7k + 2\ ,\ k = 0,1,.....$$

په همدې توګه د دویم درې حده (ترینوم) لپاره لرو:

$$n^2 + n + 37 = (n^2 + n - 12) + 49$$
$$= (n+4)(n-3) + 49$$

په ورته استدلال سره څرګندېږي چې دغه درې حده هغه مهال پر 49 د تقسیم وړ دی چې $n = 7k + 3$ وي.

$\begin{cases} n = 7k + 2 \\ n = 7k + 3 \end{cases}$ دي. n طبيعي عدد نشې کېدلی چې پر 7 له تقسيم وروسته په يوه وخت کې 2 او 3 باقي مانده ولري، په دې توګه فرض شوې ترينوم د هېڅ يوه n طبيعي عدد لپاره پر 49 د تقسيم وړ نه دي.

233 **ځواب)**

$$if\ \sqrt{m} = k + \alpha, \begin{cases} k \in z \\ 0 \le \alpha < 1 \end{cases}$$

$$if\ 0 \le \alpha < 1 \Rightarrow \frac{3}{10} < \alpha < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} + k < k + \alpha < k + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \left(k + \frac{3}{10}\right)^2 < m < \left(k + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow k^2 + \frac{3}{5}k + \frac{9}{100} < m < k^2 + \frac{2}{3}k + \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow k + \frac{3}{10} < \sqrt{m} < k + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \left(k + \frac{3}{10}\right)^2 < m < \left(k + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow k^2 + \frac{3}{5}k + \frac{9}{100} < m < k^2 + \frac{2}{3}k + \frac{1}{9}$$

په اسانۍ کولی شو وښيو چې د $k = 1$ او $k = 2$ لپاره m نشي ترلاسه کېدلی خو د $k = 3$ ، $m = 11$ لپاره ترلاسه کېدلی شي.

$$k^2 + \frac{3}{5}k + \frac{9}{100} < m < k^2 + \frac{2}{3}k + \frac{1}{9} \Rightarrow (3)^2 + \frac{3}{5}(3) + \left(\frac{9}{100}\right) < m < (3)^2 + \frac{2}{3}(3) + \frac{1}{9}\ ;\ (if\ \ k = 3)$$

$$\Rightarrow \frac{1089}{100} < m < \frac{100}{9}$$

$$\Rightarrow 10.89 < m < 11.1$$

$$\Rightarrow m = 11$$

234 **ځواب)**

فرضوو m صحيح عدد دی $(m \in z)$

$$\log\left(x^2 - 4x - 1\right) = m \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 2^m$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 1 - 2^m = 0$$

$$\Rightarrow x^2-4x-\left(1+2^m\right)=0$$

$$\Delta'=b'^2-ac$$
$$=(-2)^2-(-1)\left[-\left(1+2^m\right)\right]$$
$$=4+1+2^m$$
$$=5+2^m$$

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{2\pm\sqrt{5+2^m}}{1}\Rightarrow x=2\pm\sqrt{5+2^m}$$

که $5+2^m$ ناطق عدد وي، x هم ناطق عدد دی او بالعکس:

لومړی حالت $m\geq 0$: ($\Delta'=5+2^m$ د $m\in z$ لپاره تل تاق عدد دی):

$$\sqrt{5+2^m}=(2k+1)\Rightarrow 5+2^m=(2k+1)^2$$
$$\Rightarrow 5+2^m=4k^2+4k+1$$
$$\Rightarrow 2^m=4k^2+4k+1-5$$
$$\Rightarrow 2^m=4k^2+4k-4$$
$$\Rightarrow 2^m=4\left(k^2+k-1\right)$$
$$\Rightarrow \frac{2^m}{4}=k^2+k-1$$
$$\Rightarrow 2^m\times 2^{-2}=k(k+1)-1$$
$$\Rightarrow 2^{m-2}=k(k+1)-1\qquad ,\ k\in z$$

ښی لوری تاق عدد دی، پر دې اساس د دې لپاره چې کیڼ لوري هم تاق عدد وي، باید $m=2$ وي:

$$if\ \ x=2\pm\sqrt{5+2^m}\xrightarrow{m=2}x=2\pm\sqrt{5+2^2}\Rightarrow x=2\pm\sqrt{9}\Rightarrow\begin{cases}x_1=2+3=5\\x_2=2-3=-1\end{cases}$$

دویم حالت $m<0$:

$$if\qquad m=-n\Rightarrow x=2\pm\sqrt{5+2^{-n}}$$
$$\Rightarrow x=2\pm\sqrt{2^{-n}\left(\frac{5}{2^{-n}}+1\right)}$$
$$\Rightarrow x=2\pm\sqrt{\frac{5\times 2^n+1}{2^n}}$$
$$\Rightarrow x=2\pm\sqrt{\frac{5\times 2^n+1}{2^n}}$$

د دې لپاره چې د ښي لوري افادې له ناطق عدد سره مساوي وي، باید n جفت عدد وي:

$$\xrightarrow{if\ \ n=2P\ ,\ \left(P\in z^+\right)}5\times 2^n+1=5\times 2^{2P}+1=5\times 4^P+1=k(k+1)$$

k او $k+1$ يوه بل ته او 5 او 4^{p-1} نسبت يوه بل ته مقدم وی.

$$k+1=5\Rightarrow k=4$$

$$k=4^{P-1}\xrightarrow{k=4}4=4^{P-1}\Rightarrow P-1=1\Rightarrow P=2\xrightarrow{n=2P}n=4$$

$$x=2\pm\sqrt{\frac{5\times 2^n+1}{2^n}}\xrightarrow{n=4}x=2\pm\sqrt{\frac{5\times 16+1}{16}}\Rightarrow x_3=\frac{17}{4}\ ,\ x_4=-\frac{1}{4}$$

پایله دا ده چې:

$$x_1=5\ ,\ \ x_2=-1\ ,\ \ x_3=\frac{17}{4}\ ,\ \ x_4=-\frac{1}{4}$$

235 **ځواب)** په 2 یا 4 ناحیه کې، د طول او عرض د ضرب حاصل تل منفي وي:

$$\alpha\beta<0\Rightarrow\frac{c}{a}<0$$
$$\Rightarrow -4m+8<0$$
$$\Rightarrow 4m>8$$
$$\Rightarrow m>2$$

236 **ځواب)** که د $ax^2+bx+c=0$ معادلې جذرونه x_2,x_1 ونوموو، $x_1x_2=\frac{c}{a}$ د پاسنی $\pm x_2,\pm x_1,x_1x_2$ معادلې جذرونه دي په پایله کې د جذرونو د ضرب حاصل $(x_1x_2)^2=\frac{c^2}{a^2}$ دی.

237 **ځواب)**

$$\Delta\geq 0\Rightarrow b'-ac\geq 0$$
$$\Rightarrow 1-\log_{\frac{1}{2}}a\geq 0$$
$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}a\leq 1$$
$$\Rightarrow a\geq\left(\frac{1}{2}\right)^1$$
$$\Rightarrow a\geq\frac{1}{2}$$

238 **ځواب)**

$$\frac{x(x-1)-(m+1)}{(x-1)(m-1)}=\frac{x}{m}\Rightarrow m[x(x-1)-(m+1)]=x(x-1)(m-1)$$
$$\Rightarrow m(x^2-x-m+1)=(x^2-x)(m-1)$$
$$\Rightarrow mx^2-mx-m^2+m=mx^2-x^2-xm+x$$
$$\Rightarrow mx^2-mx-m^2+m-mx^2+x^2+xm-x=0$$

$$\Rightarrow -m^2+m+x^2-x=x^2-x-m(m-1)=0$$

$$\Delta=0\Rightarrow b^2-4ac=0$$

$$\Rightarrow (-1)^2-4(1)[-m(m-1)]=0$$

$$\Rightarrow 1+4m(m+1)=0$$

$$\Rightarrow (2m+1)^2=0$$

$$\Rightarrow m=-\frac{1}{2}$$

239 **ځواب)**

$$\frac{x^2-bx}{ax-c}=\frac{m-1}{m+1}\Rightarrow (m+1)(x^2-bx)=(m-1)(ax-c)$$

$$\Rightarrow mx^2-mbx+x^2-bx=\max-mc-ax+c$$

$$\Rightarrow mx^2-mbx+x^2-bx-\max+mc+ax-c=0$$

$$\Rightarrow x^2(m+1)+x(-mb-b-ma+a)+mc-c=0$$

$$\Rightarrow (m+1)x^2-[b(m+1)+a(m-1)]+c(m-1)=0$$

شرط: $b=0\Rightarrow bm+b+ma-a=0\Rightarrow m=\dfrac{a-b}{a+b}$

240 **ځواب)**

$$x^2-4x+3|x-2|+4=0\Rightarrow (x^2-4x+4)+3|x-2|=0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2+3|x-2|=0$$

$$\Rightarrow |x-2|(|x-2|+3)=0$$

$$\Rightarrow |x-2|=0$$

$$\Rightarrow x=2$$

$$|x-2|+3=0\Rightarrow |x-2|=-3$$

ښی لوری منفي او کیڼ لوری مثبت دی، نو معادله ځواب نلري.

241 **ځواب)**

$$x^2-3x+2=0\Rightarrow (x-1)(x-2)=0\Rightarrow \begin{cases}x=1\\x=2\end{cases}$$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
P		+	0	−	0	+	

242 ځواب)

$$-3x^2+4x-1=0 \xrightarrow{(-3)+(4)+(-1)=0} \begin{cases} x=1 \\ x=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-1}{-3}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
P		$-$	0	$+$	0	$-$	

243 ځواب)

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(4)^2-(4)(4)(1)$$
$$=0$$

مضاعف جذر: $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-4}{2\times 4}=\dfrac{-1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		$+\infty$
P		$+$	0	$+$	

244 ځواب)

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(-2)^2-(4)(-1)(-1)$$
$$=4-4$$
$$=0$$

مضاعف جذرونه: $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-(-2)}{2(-1)}=-1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
P		$-$	0	$-$	

245 ځواب)

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(1)^2-(4)(1)(1)$$
$$=-3 \qquad \Rightarrow \Delta<0$$

معادله حقيقي جذر نلري.

x	$-\infty$				$+\infty$
P	$+$	$+$	$+$	$+$	

246 **ځواب**)

$$-x^2+2x-4=0 \ , \quad \Delta=b^2-4ac=(2)^2-4(-1)(-4)=4-16=-12<0$$

معادله حقیقي جذر نلري

x	$-\infty$			$+\infty$
P	$-$	$-$	$-$	$-$

247 **ځواب**)

$$4ac-b^2>0 \Rightarrow b^2-4ac<0$$
$$\Rightarrow \Delta<0$$

د $f(x)$ علامه د a له علامې سره یوشان ده یعنې $af(x)>0$ ده.

248 **ځواب**)

1) افاده تل نامنفي ده، نو جذر نلري یا مضاعف جذر لري، یعنې:

$$\Delta' \le 0 \Rightarrow b'^2-ac \le 0$$
$$\Rightarrow b^2-ac \le 0$$
$$\Rightarrow ac-b^2 \ge 0$$

(2

$$af(x)=a(ax^2+2bx+c)$$
$$=a^2x^2+2abx+ac$$
$$=(a^2x^2+2abx+b^2)-b^2+ac$$
$$=(ax+b)^2-(b^2-ac)$$

$$if \quad a<0 \Rightarrow af(x)\le 0 \Rightarrow (ax+b)^2-(b^2-ac)\le 0 \Rightarrow (ax+b)^2 \le b^2-ac \ (\mathrm{I})$$

د هر x لپاره (I) رابطه صدق نه کوي، نو کولی شو یو k عدد وټاکو، چې:

$$k>1 \Rightarrow k>b^2-ac$$

چې په $ax+b=k$ را بطه کې صدق وکړی، په دې صورت کې:

$$(ax+b)^2=k^2>k>b^2-ac$$

3) څرنګه چې د هر x لپاره افاده صدق کوي نو د $x=0$ لپاره هم صدق کوي.

$$if \ \ x=0 \Rightarrow \ f(0)=c \ge 0$$

249 **ځواب**)

$$x^2-10x+21>0 \Rightarrow x^2-10x+21=0 \Rightarrow (x-3)(x-7)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=7 \end{cases}$$

x	$-\infty$	3		7	$+\infty$
$x^2-10x+21>0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D=(-\infty,3)\cup(7,+\infty)$

پام مو وي چې 7,3 عددونه د ځواب له اجزاوو څخه نه دي، ځکه نامساوات يوازې سـتره علامـه لـري، مساوي علامه نلري چې 3 او 7 په پام کې ونيسو.

250 ځواب)

$x^2-2x+1\le 2x^2-2x \Rightarrow x^2-2x+1-2x^2+2x\le 0$

$\Rightarrow -x^2+1\le 0$

$\Rightarrow x^2-1\ge 0$

$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

x	$-\infty$	-1		$+1$	$+\infty$
$x^2-\ge 0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D=(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

251 ځواب)

$$x^2-x-12=0 \Rightarrow (x+3)(x-4)=0 \Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3		4	$+\infty$
$x^2-x-12\ge 0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D=(-\infty,-3]\cup[4,+\infty)$

252 ځواب)

$x^2-8x\le 0$

$$x^2-8x=0 \Rightarrow x(x-8)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-8=0 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0		8	$+\infty$
$x^2-8x\le 0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D=[0,8]$

253 ځواب)

لومړۍ طريقه:

$x^2-36\ge 0$

$x^2-36=0 \Rightarrow x^2=36 \Rightarrow x=\pm 6$

x	$-\infty$		-6		6		$+\infty$
$x^2-36\geq 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D=(-\infty,-6]\cup[6,+\infty)$

دویمه طریقه:

یادونه: $if\quad x^2\geq a^2 \xrightarrow{\text{جذر}} |x|\geq a \Rightarrow \begin{cases} x\geq a \\ x\leq -a \end{cases}$

$x^2\geq 36 \xrightarrow{\text{جذر}} |x|\geq 6 \Rightarrow \begin{cases} x\geq 6 \\ x\leq -6 \end{cases} \quad D=(-\infty,-6]\cup[6,+\infty)$

254 **ځواب)**

لومړۍ طریقه:

$x^2-25<0$

$x^2-25=0 \Rightarrow x^2=25 \Rightarrow x=\pm 5$

$D=(-5,5)$

x	$-\infty$		-5		5		$+\infty$
$x^2-25<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

دویمه طریقه:

یادونه: $if\quad x^2\leq a^2 \xrightarrow{\text{جذر}} |x|\leq a \Rightarrow -a\leq x\leq a$

$x^2<25 \xrightarrow{\text{جذر}} |x|<5 \Rightarrow -5<x<5 \Rightarrow D=(-5,5)$

255 **ځواب)**

$-x^2+x-2=0$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(1)^2-4(-1)(-2)$

$=1-4$

$=-3$

$D=(-\infty,+\infty)=R$

x	$-\infty$				$+\infty$
$-x^2+x-2<0$	$-$	$-$	$-$	$-$	

256 **ځواب)**

$x^3-3x^2+3-x>0$

$$x^3-3x^2+3-x=0 \Rightarrow x^2(x-3)-(x-3)=0 \Rightarrow (x-3)(x^2-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$P>0$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D=(-1,1)\cup(3,+\infty)$$

257 **ځواب)**

$$x^5+2-2x^3-x^2 \leq 0 \Rightarrow x^5-2x^3-x^2+2 \leq 0$$

$$x^5-2x^3-x^2+2=0 \Rightarrow x^3(x^2-2)-(x^2-2)=0$$

$$\Rightarrow (x^2-2)(x^3-1)=0$$

$$\Rightarrow (x^2-2)(x-1)(x^2+x+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-2=0 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

$$x^2+x+1=0, \Delta=b^2-4ac=(1)^2-4(1)(1)=-3<0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta<0 \\ a>0 \end{cases}$$

ځواب تل مثبت دی.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
x^2-2		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2+x+1		$+$		$+$		$+$		$+$	
$P \leq 0$ 0		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	

$$D=(-\infty,-\sqrt{2}]\cup[1,\sqrt{2})$$

258 **ځواب)**

ځرنګه چې $1>\frac{2}{3}>0$ دی، پر دې اساس نامساوات هغه مهال صدق کوي چې:

$$x^2+4x-2 \geq 2x-3 \Rightarrow x^2+4x-2-2x+3 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^2+2x+1 \geq 0$$

$$x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \xrightarrow{\text{جذر}} x+1=0 \Rightarrow x=-1$$ مضاعف جذر

$(\Delta=0)$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x^2+2x+1 \geq 0$		$+$	0	$+$	

$D=(-\infty,+\infty)=R$

259 **ځواب)**

$x^4-11x^2+18=0\Rightarrow(x^2-2)(x^2-9)<0$

$$(x^2-2)(x^2-9)=0\Rightarrow\begin{cases}x^2-2=0\Rightarrow x^2=2\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}\\ x^2-9=0\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm3\end{cases}$$

x	$-\infty$	-3		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		3	$+\infty$
x^2-2	+		+	0	−	0	+		+
x^2-9	+	0	−		−		−	0	+
$P<0$	+	0	−	0	+	0	−	0	+

$D=(-3,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},3)$

260 **ځواب)**

که β او α د پاسنۍ معادلې جذرونه وي او $m(\alpha,\beta)$ په درېیمه یا لومړۍ ناحیه کې وي، په دې صورت کې:

$$\alpha\beta>0\Rightarrow\frac{c}{a}>0$$
$$\Rightarrow-4m=8>0$$
$$\Rightarrow m<2$$

له بل پلوه د دې شرط چې معادله دوه جذرونه ولري:

$$\Delta\geq0\Rightarrow b^2-4ac\geq0$$
$$\Rightarrow(3)^2-4(1)(-4m+8)\geq0$$
$$\Rightarrow9+16m-32\geq0$$
$$\Rightarrow16m\geq23$$
$$\Rightarrow m\geq\frac{23}{16}$$

$$\left.\begin{cases}m\geq\dfrac{23}{16}\\ m<2\end{cases}\right\rangle\frac{23}{16}\leq m<2$$

261 **ځواب)**

$$2n^2-27n+25=0\Rightarrow(2)+(-27)+(25)=0\Rightarrow\begin{cases}n=1\\ n=\dfrac{c}{a}=\dfrac{25}{2}\end{cases}$$

n	$-\infty$		1		$\frac{25}{2}$		$+\infty$
$2n^2+27n+25<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D=\left(1,\frac{25}{2}\right)\Rightarrow 1<n<\frac{25}{2}\Rightarrow n=2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12$$

دغه نامساوات 11 ځوابونه لري.

262 ځواب)

$$P_1=2x^2+3x+2$$
$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(3)^2-4(2)(2)$$
$$=9-16$$
$$=-7$$

څرنگه چې $\begin{cases}\Delta<0\\ a=2>0\end{cases}$ دی، پر دې اساس د کسر مخرج تل مثبت دی، دغه کسر هغه مهال مثبت دی چې نظر مخرج ته يې صورت هم تل مثبت وي، يعنې:

$$\begin{cases}\Delta<0\Rightarrow\Delta=b^2-4ac=(2)^2-4(a)(a-2)=-4a^2+8a+4<0\\ a>0\end{cases}\Bigg\rangle\begin{cases}-4a^2+8a+4<0\\ a>0\Rightarrow D_1=(0,+\infty)\end{cases}$$

$$-4a^2+8a+4<0$$
$$-4a^2+8a+4=0\Rightarrow -a^2+2a+1=0$$

$$\Delta'=b'^2-ac$$
$$=(1)^2-(-1)(1)$$
$$=1+1$$
$$=2$$

$$a=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta}}{(-1)}=\frac{-(1)\pm\sqrt{2}}{(-1)}=\frac{-1\pm\sqrt{2}}{-1}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{-1+\sqrt{2}}{-1}=1-\sqrt{2}\\ a=\dfrac{-1-\sqrt{2}}{-1}=1+\sqrt{2}\end{cases}$$

a	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$-4a^2+8a+4<0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$D_2 = \left(-\infty, 1-\sqrt{2}\right) \cup \left(1+\sqrt{2}, +\infty\right)$$
$$D = D_1 \cap D_2 = \left(1+\sqrt{2}, +\infty\right)$$

263 ځواب)

د دوو متفاوتو جذرونه شرط : $\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$

$$\Rightarrow (-3m)^2 - 4(m-1)(1-m > 0)$$
$$\Rightarrow 9m^2 + 4(m-1)(m-1) > 0$$
$$\Rightarrow 9m^2 + 4(m-1)^2 > 0$$

$$9m^2 + 4(m-1)^2 = 0 \Rightarrow 9m^2 + 4(m^2 - 2m + 1) = 0$$
$$\Rightarrow 9m^2 + 4m^2 - 8m + 4 = 0$$
$$\Rightarrow 13m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac$$
$$= (-4)^2 - (13)(4)$$
$$= 16 - 52$$
$$= -36$$

m	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$P > 0$	+ + + + + + +

$$D = (-\infty, +\infty) = R$$

264 ځواب)

د دوو متفاوتو جذرونو شرط : $\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$

$$\Rightarrow (k+2)^2 - 4(1)(k+2) > 0$$
$$\Rightarrow (k^2 + 4k + 4) - 4k - 8 > 0$$
$$\Rightarrow k^2 - 4 > 0 \Rightarrow k^2 > 4 \xrightarrow{\text{جذر}} |k| > 2 \Rightarrow \begin{cases} k > 2 \\ k < -2 \end{cases}$$

$$D = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

265 ځواب)

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow 4 > 0 \\ \Delta' \le 0 \Rightarrow b'^2 - ac \le 0 \Rightarrow (-m)^2 - (4)(4m^2) \le 0 \Rightarrow m^2 - 16m^2 \le 0 \Rightarrow -15m^2 \le 0 \Rightarrow m^2 \ge 0 \Rightarrow m \in R \end{cases}$$

266 ځواب)

$$a > 0 \Rightarrow b^2 > 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = \left(b^2 + c^2 - a^2\right)^2 - 4b^2c^2 < 0$$
$$\Rightarrow \left(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc\right)\left(b^2 + c^2 - a^2 - 2bc\right) < 0$$
$$\Rightarrow \left[\left(b^2 + 2bc + c^2\right) - a^2\right]\left[\left(b^2 - 2bc + c^2\right) - a^2\right] < 0$$
$$\Rightarrow \left[(b+c)^2 - a^2\right]\left[(b-c)^2 - a^2\right] < 0$$
$$\Rightarrow \left[(b+c+a)(b+c-a)\right]\left[(b-c+a)(b-c-a)\right] < 0$$ تل صدق کوي

د مثلث اضلاعو ته په پام سره چې تل مثبت دي، درې لومړي قوسونه تل مثبت او وروستی قوس تل منفي دی، پر دې اساس A افاده تل مثبت دی.

ځواب) 267

$$(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$$
$$\Rightarrow \left[x^2 + x(-a-b) + ab\right] + \left[x^2 + x(-b-c) + bc\right] + \left[x^2 + x(-c-a) + ca\right] = 0$$
$$\Rightarrow 3x^2 + x(-a-b-b-c-c-a) + ab + bc + ca = 0$$
$$\Rightarrow 3x^2 - 2x(a+b+c) + ab + bc + ca = 0$$

د دې شرط چې د لاندې معادلې جذرونه تل حقيقي وي، دا دی چې Δ یا Δ' له صفر سره مساوي یا ترې ستره وي.

$$\Delta' \geq 0 \Rightarrow b'^2 - ac' \geq 0 => \left[-(a+b+c)^2\right] - (3)(ab+bc+ca) \geq 0$$
$$\Rightarrow \left[a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)\right] - 3(ab+ac+bc) \geq 0$$
$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - (ab+ac+bc) \geq 0$$
$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

نامساوات تل صدق کوي (نامساواتو برخې ته مراجعه وکړئ)، پر دې اساس د پاسنۍ معادلې جذرونه تل حقيقي دي، پام وکړئ که $\Delta < 0$ وي د معادلې جذرونه حقيقي نه دي.

ځواب) 268

$$(x-1)(x-3) + m(x-2)(x-4) = 0 \Rightarrow \left(x^2 - 4x + 3\right) + m\left(x^2 - 6x + 8\right) = 0$$
$$\Rightarrow x^2(m+1) - x(6m+4) + (3+8m) = 0$$

د دوو حقيقي جذرونو درلودلو شرط:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow \left[-(6m+4)\right]^2 - 4(m+1)(3+8m) \geq 0$$
$$\Rightarrow 36m^2 + 48m + 16 - 4\left(3m + 8m^2 + 3 + 8m\right) \geq 0$$
$$\Rightarrow 36m^2 + 48m + 16 - 12m - 32m^2 - 12 - 32m \geq 0$$
$$\Rightarrow 4m^2 + 4m + 4 \geq 0$$
$$\Rightarrow m^2 + m + 1 \geq 0$$

$$\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases} m^2+m+1\geq 0$$

یعنې د هر $m\in R$ لپاره نامساوات صدق کوي.

ځواب) 269

$$a(x^2-1)=(b-c)x\Rightarrow ax^2-a=(b-c)x$$
$$\Rightarrow ax^2-(b-c)x-a=0$$

پاسنۍ معادله هغه مهال تل حقیقي جذرونه لري چې:

$$\Delta\geq 0\Rightarrow b^2-4ac\geq 0$$
$$\Rightarrow[-(b-c)]^2-4(a)(-a)\geq 0$$
$$\Rightarrow(b-c)^2+4a^2\geq 0$$

نامساوات تل صدق کوي، نو د معادلې جذرونه تل حقیقي دي.

ځواب) 270

د حقیقي جذرونو د موجودیت شرط دا دی چې $\Delta'\geq 0$ یا Δ وي.

$$\Delta\geq 0\Rightarrow b^2-4ac\geq 0\Rightarrow[-(a+b+c)]^2-4(a+b)\left(\frac{c}{2}\right)\geq 0$$
$$\Rightarrow(a+b+c)^2-2(ac+bc)\geq 0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc-2ac-2bc\geq 0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2ab\geq 0$$

نامساوات تل صدق کوي، نو د معادلې جذرونه حقیقي دي.

ځواب) 271

باید $\Delta'<0$ وي:

$$\Delta'<0\Rightarrow b'^2-ac<0$$
$$\Rightarrow(-a)^2-(1)(3a^2+b^2)<0$$
$$\Rightarrow a^2-3a^2-b^2<0$$
$$\Rightarrow -2a^2-b^2<0$$
$$\Rightarrow -(2a^2+b^2)<0$$

نامساوات تل صدق کوي، نو پاسنۍ معادله حقیقي جذر نلري.

ځواب) 272

د حقیقي جذر د موجودیت شرط دا دی چې $\Delta'>0$ یا Δ وي.

$$\Delta' \geq 0 \Rightarrow b'^2 - ac \geq 0$$
$$\Rightarrow (1)^2 - (a-b+1)(b-a+1) \geq 0$$
$$\Rightarrow 1-(1+(a-b))(1-(a-b)) \geq 0$$
$$\Rightarrow 1-\left[1-(a-b)^2\right] \geq 0$$
$$\Rightarrow 1-1+(a-b)^2 \geq 0$$
$$\Rightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

پاسنۍ نامساوي تل صدق کوي یعنې $\Delta \geq 0$ تل صدق کوي او معادله حقیقي جذر لرونکې ده.

273 **ځواب)**

د حقیقي جذرونو د موجودیت شرط دا دی چې $\Delta' \geq 0$ یا Δ وي.

$$\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}=\frac{1}{\mathrm{c}^2} \Rightarrow \frac{(x-b)+(x-a)}{(x-a)(x-b)}=\frac{1}{c^2}$$
$$\Rightarrow \frac{2x-a-b}{x^2-(a+b)x+ab}=\frac{1}{c^2}$$
$$\Rightarrow x^2-(a+b)x+ab=2c^2x-ac^2-bc^2$$
$$\Rightarrow x^2-(a+b)x+ab-2c^2x+ac^2+bc^2=0$$
$$\Rightarrow x^2-(a+b+2c^2)x+(ac^2+bc^2+ab)=0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow b^2-4ac \geq 0$$
$$\Rightarrow \left[-(a+b+2c^2)\right]^2-4(1)(ac^2+bc^2+ab) \geq 0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+4c^4+2ab+4ac^2+4bc^2-4ac^2-4bc^2-4ab \geq 0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+4c^4-2ab \geq 0$$
$$\Rightarrow (a^2-2ab+b^2)+4c^4 \geq 0$$
$$\Rightarrow (a-b)^2+4c^4 \geq 0$$

وروستۍ نامساوات تل صدق کوي او معادله حقیقي جذر لرونکې ده.

274 **ځواب)**

$f(x)=Ln(1+x)+ax^2-x$ تابع په $(-1,+\infty)$ انټروال کې په پام کې نیسو:

$$f'(x)=\frac{1}{1+x}+2ax-1$$
$$=\frac{1+(1+x)(2ax-1)}{1+x}$$
$$=\frac{2ax^2+(2a-1)x}{x+1}$$

$if\ \ 2a-1\geq 0,\ \ \forall x\in(0,+\infty)\ ,\ f'(x)>0$

$f(x)$ تابع په دې انټروال کې صعودي ده، پر دې اساس $0=f(0)<f(x)$ (د هر $x>0$ لپاره).

$if\ \ 2a-1<0\Rightarrow f'(x)=0$

$$\Rightarrow 2ax^2+(2a-1)x=0$$
$$\Rightarrow x[2ax+(2a-1)]=0$$
$$\Rightarrow x_1=0, x_2=\frac{1-2a}{2a}$$

په $x_1=0$ نقطه کې د مشتق علامه له مثبت څخه منفي ته اوړي، يعنې $f(x)$ په $x_1=0$ نقطه کې max ته رسېږي او د x مثبت او ډېرو کوچنيو قيمتونو ته $0=f(0)<f(x)$ نامساوات صدق کوي، پر دې توګه د $x\geq\frac{1}{2}$ قيمتونو ته د مسئلې شرط صدق کوي.

275 **ځواب**)

$$\begin{cases} f(x)=ax^2+bx+c \\ g(x)=cx^2+bx+a \end{cases}\begin{cases} f(1)=g(1)\ \ ,\ \ f(-1)=g(-1) \\ |c|=|f(0)|\leq 1\ ,\ g(1)\leq 1\ ,\ \ g(-1)\leq 1 \end{cases}$$

فرضوو چې x عدد په $[-1,1]$ انټروال کې موجود وي، داسې چې $2<|g(x)|$ وي په دې صورت کې که د $y=g(x)$ پارابول د راس طول x_0 فرض کړو، هغه مهال $|x_0|\leq 1$ او د پارابول د راس عرض $2<|g(x_0)|$, $g(x)$ کولی شو په لاندې توګه وليکو:

$$g(x)=c(x-x_0)^2+g(x_0)$$

x د دوو 1 او -1 اعدادو ترمنځ ټاکو چې x_0 ته نيږدې وي، فرض کړئ، دغه عدد مساوي په 1 وي، په دې صورت کې $|1-x_0|\leq 1$ دې پر دی اساس:

$$|g(x_0)|=\left|g(1)-c(1-x_0)^2\right|\leq g(1)+|c|\leq 1+|c|\leq 2$$

چې زموږ $g(x_0)>2$ فرضيه نقض کوي.

276 **ځواب**)

ځرنګه چې a د لوګارتم قاعده ده، نو $a\neq 1,\ a>0$ ده د لوګارتم قوانينو له مخې لرو چې:

$$\log_a 5=\frac{1}{\log_5 a},\log_{\frac{1}{3}} m=-\log_3 m(m>0),\ \log_a N=\frac{\log_a N}{\log_5 a}$$

$$\log_a 5+\log_{\frac{1}{3}}\left(\sqrt{ax^2+2x+6}+1\right)\times\log_a\left(ax^2+2x+7\right)\leq 0$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\log_5 a}-\log_3\left(\sqrt{ax^2+2x+6}+1\right)\times\frac{\log_5\left(ax^2+2x+7\right)}{\log_5 a}\leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{1-\log_3\left(\sqrt{ax^2+2x+6}+1\right)\times\log_5\left(ax^2+2x+7\right)}{\log_5 a}\le 0$$

$\log_5 a$ د $0<a<1$ لپاره منفي او د $a>1$ لپاره مثبت دی.

لومړی حالت: $0<a<1$

په واټن کې $0<a<1$ لاندې $\log_5 a\le 0,$ دی پر دې اساس که یاد نامساوات له $\log_5 a$ سره ضرب کړو د نامساواتو جهت اوړي.

$$1-\log_3\left(\sqrt{ax^2+2x+6}+1\right)\cdot\log_5\left(ax^2+2x+7\right)\ge 0$$

$$\Rightarrow \log_5\left(\sqrt{ax^2+2x+6}+1\right)\cdot\log_5\left(ax^2+2x+7\right)\le 1\ (*)$$

$$if\ \ u=ax^2+2x+6\Rightarrow f(u)=\log_3\left(\sqrt{u}+1\right)\cdot\log_5(u+1)\le 1 \qquad (1)$$

$f(u)$ د $u\ge 0$ لپاره صعودي تابع ده؛ ځکه د دوو صعودي او غیر منفي تابع ګانو د ضرب حاصل څخه ترلاسه شوې ده، ضمناً $f(4)=\log_3 3\cdot\log_5 5=1$ دی، پر دې اساس (1) نامساوات په $f(u)\le f(4)$ توګه کېږي.

څرنګه چې $f(u)$ د $u\ge 0$ لپاره صعودي دی، په پایله کې $f(u)\le f(4)$ نامساوات د $f(4)$ $f(u)\le$ نامساوات او د $u\le 4$ نامساوات سره مساوي دي په دې ترتیب $(*)$ نامساوات له لاندې نامساوات سره هم مساوي دي

$$ax^2+2x+6\le 4\Rightarrow ax^2+2x+2\le 0$$

د مسئلې د شرط پر اساس غواړو دغه نامساوات یو ځواب ولري او دا یوازې هغه مهال ممکن دی چې $ax^2+2x+2\le 0$ دویمه درجه معادله مضاعف جذر ولري، یعنې که $a=\frac{1}{2}$ وي په دې صورت کې:

$$if\ \ a=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{2}x^2+2x+2=0$$

$$\Rightarrow x^2+4x+4=0$$

$$\Rightarrow (x+2)^2=0$$

$$\Rightarrow x=-2$$

$x=-2$ مضاعف جذر دی.

دویم حالت: $a>1$

په دې حالت کې د هماغه میخکنیو فرضي حالتونو په ذریعه $ax^2+2x+2\ge 0$ نامساوات ترلاسه کوو. دغه نامساوات د $a>1$ لپاره x ته بې شمېره ځوابونه لري؛ ځکه د ترینوم مبین $(\Delta=1-2a)$ د $a>1$ لپاره تل منفي دی.

په پایله کې ترینوم د هر x حقیقي قیمت لپاره له a سره موافقه علامه لري او ځرنګه چې $a>1$ دی، پر دې اساس د ترینوم مقدار تل $a=\frac{1}{2}$ عدد په دې حالت کې د a لپاره ځواب نه ترلاسه کېږي.

ځواب: $a=\frac{1}{2}$

ځواب) 277

$$n^2+5n-6<0 \Rightarrow n^2+5n-6=0$$

$$\Rightarrow (n+6)(n-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} n=-6 \\ n=1 \end{cases}$$

نو د علامو په ټاکلو کې $-6<n<1$ دی پر دې اساس $(n=-5,.....,0)$.

ځواب) 278

$$5x^2-7x>0$$

$$5x^2-7x=0 \Rightarrow x(5x-7)=0 \Rightarrow \left.\begin{cases} x=0 \\ 5x-7=0 \Rightarrow 5x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{5} \end{cases}\right\rangle D_1=(-\infty,0)\cup\left(\frac{7}{5},+\infty\right)$$

x	$-\infty$		0		$\frac{7}{5}$		$+\infty$
$5x^2-7x>0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$x^2-11x+30<0$$

$$x^2-11x+30=0 \Rightarrow (x-6)(x-5)=0 \Rightarrow \left.\begin{cases} x-6=0 \Rightarrow x=6 \\ x-5=0 \Rightarrow x=5 \end{cases}\right\rangle D_2=(5,6)$$

x	$-\infty$		5		6		$+\infty$
$x^2-11x+30<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D=D_1\cap D_2=(5,6)$$

ځواب) 279

$$x^3-11x^2+10x>0$$

$$x^3-11x^2+10x=0 \Rightarrow x(x^2-11x+10)=0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x-10)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-10=0 \Rightarrow x=10 \end{cases}$$

x	$-\infty$		0		1		10		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-10$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$P>0$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_1=(0,1)\cup(10,+\infty)$

$x^3-12x^2+32x>0$

$x^3-12x^2+32x=0 \Rightarrow x(x^2-12x+32)=0$

$$\Rightarrow x(x-4)(x-8)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x-8=0 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

x	$-\infty$		0		4		8		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-8$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$q>0$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_2=(0,4)\cup(8,+\infty)$

$D=D_1\cap D_2=(0,1)\cup(10,+\infty)$

280 ځواب)

که A نقطه د مختصاتو په دويمه ناحيه کې وي، په دې صورت کې منفي طول او مثبت عرض لري.

$$\begin{cases} m^2-1<0 \\ -2m^2+7m-3>0 \end{cases}$$

$m^2-1<0 \Rightarrow m^2<1 \xrightarrow{\text{جذر}} |m|<1 \Rightarrow -1<m<1 \Rightarrow D_1=(-1,1)$

$-2m^2+7m-3>0$

$-2m^2+7m-3=0$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(7)^2-4(-2)(-3)$

$=49-24$

$=25$

$$m=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(7)\pm\sqrt{25}}{2(-2)}=\frac{-7\pm5}{-4} \Rightarrow \begin{cases} m=\frac{-7-5}{-4}=\frac{-12}{-4}=3 \\ m=\frac{-7+5}{-4}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2} \end{cases}$$

m	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$-2m^2+7m-3>0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$D_2=\left(\frac{1}{2},3\right)$$

$$D=D_1\cap D_2=(-1,1)\cap\left(\frac{1}{2},3\right)=\left(\frac{1}{2},1\right)$$

يعنې، كه $\frac{1}{2}<m<1$ وي په دې صورت كې A نقطه د مختصاتو سيستم په دويمه ربع كې ده.

281 **ځواب)**

د دې لپاره چې پاسنۍ دويمه درجه افاده تل منفي وي، بايد لاندې شرط موجود وي:

$$\begin{cases}\Delta<0\Rightarrow b^2-4ac<0\Rightarrow\left[-(2m+1)\right]^2-4(m-3)(m-1)<0\\ a<0=>m-3<0 \quad\Rightarrow 4m^2+4m+1-4\left(m^2-4m+3\right)<0\Rightarrow 20-11<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}20m-11<0\Rightarrow 20m<11\Rightarrow m<\frac{11}{20}\Rightarrow D_1=\left(-\infty,\frac{11}{20}\right)\\ m-3<0\Rightarrow m<3\Rightarrow D_2=(-\infty,3)\end{cases}$$

$$D=D_1\cap D_2=\left(-\infty,\frac{11}{20}\right)$$

282 **ځواب)**

شرط : $\left\langle\begin{cases}\Delta'<0\Rightarrow b'^2-ac<0\Rightarrow\left[-(m-2)\right]^2-(m)(1)<0\\ a>0\Rightarrow m>0\end{cases}\right\rangle$

$$\begin{cases}\left(m^2-4m+4\right)-m<0\Rightarrow m^2-5m+4<0\\ m>0\Rightarrow D_2=(0,+\infty)\end{cases}$$

$$m^2-5m+4=0\Rightarrow(m-1)(m-4)=0\Rightarrow\begin{cases}m=1\\ m=4\end{cases}$$

m	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$m^2-5m+4<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D_1=(1,4)$$

$$D=D_1\cap D_2=(1,4)$$

283 **ځواب)**

بايد لاندې شرط ثابت كړو:

$$\text{شرط}:\left.\begin{cases} aP>0 \\ \Delta'\le 0\end{cases}\right\rangle b'^2-ac\le 0 \Rightarrow (bq)^2-(ap)(cr)\le 0 \Rightarrow b^2q^2\le aPcr$$

$$if\ \ px^2+2qx+r\ge 0 \Rightarrow \begin{cases}(a>0):\ p>0 \\ (\Delta'\le 0): q^2-pr\le 0 \Rightarrow pr-q^2\ge 0 \Rightarrow \Pr \ge q^2\end{cases}$$

$$if\ \ ax^2+2bx+c\ge 0 \Rightarrow \begin{cases}(a>0) \\ (\Delta'\le 0): b^2-ac\le 0 \Rightarrow ac-b^2\ge 0 \Rightarrow ac\ge b^2\end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix}\begin{cases}p>0 \\ pr\ge q^2\end{cases} \\ \begin{cases}a>0 \\ ac\ge b^2\end{cases}\end{matrix}\right\rangle \begin{cases}ap>0 \\ aprc\ge b^2q^2\end{cases}$$

284 ځواب)

دا چې A تل منفي وي شرط یې دا دی چې:

$$\begin{cases}a<0 \Rightarrow 5-a<0 \Rightarrow a>5 \Rightarrow D_1=(5,+\infty) \\ \Delta'<0 \Rightarrow b'^2-ac<0 \Rightarrow (a-1)^2-(5-a)(2-2a)<0\end{cases}$$

$$(a^2-2a+1)-(10-10a-2a+2a^2)<0 \Rightarrow a^2-2a+1-(10-12a+2a^2)<0$$

$$\Rightarrow a^2-2a+1-10+12a-2a^2<0$$

$$\Rightarrow -a^2+10a-9<0$$

$$-a^2+10a-9=0 \Rightarrow (-1)+(10)+(-9)=0 \Rightarrow \begin{cases}a=1 \\ a=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-9}{-1}=9\end{cases}$$

a	$-\infty$		1		9		$+\infty$
$-a^2+10a-9<0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$D_2=(-\infty,1)\cup(9,+\infty)$$

$$D=D_1\cap D_2=(5,+\infty)\cap[(-\infty,1)\cup(9,+\infty)]=(9,+\infty)\Rightarrow a>9$$

285 ځواب)

د x^2 تر ټولو لوړ قیمت په $[-1,1]$ انټروال کې مساوي په 1 دی.

که د $y=x^2$ ګراف د عرض محور په اوږدو لاندې راولو، هغه مهال د ترینوم مقدار په تدریجي توګه وړوکی کېږي تر دې چې $f(x)=x^2-\frac{1}{2}$ ته ورسېږو. له دې ځایه وروسته $|f(x)|$ بېرته صعودي مسیر وهي ځکه په $f(x)=x^2-\frac{1}{2}$ کې د $|f(0)|$ او $f(x)$ قیمتونه مساوي دي.

ثابتوو چې $f(x)=x^2-\frac{1}{2}$ دویمه درجه ترینوم یوازېنی دویمه درجه ترینوم دی چې د مسئلې له شرطونو سره جوړېږي.

څرنګه چې په $x=1$, $x=-1$, $x=-\frac{9}{2}$ نقطو کې د $p(x)=x^2+ax+b$ ترینوم مطلق قیمت د خپل مقدار حداکثر ته رسېږي، پر دې اساس $p\neq f$ کېږي، باید ثابته کړو له $\left|f\left(-\frac{9}{2}\right)\right|,|f(-1)|,|f(1)|$ اعدادو څخه ترټولو لوړ قیمت له $\frac{1}{2}$ څخه ستر دی، خو که داسې نه وي، په دې صورت کې هریو له دې دریو قیمتونو څخه له $\frac{1}{2}$ څخه نه کوچنی کېږي، یعنې باید ولرو:

$$|a+b+c|\leq\frac{1}{2}\ ,\ |b-a+1|\leq\frac{1}{2},\left|b-\frac{a^2}{4}\right|\leq\frac{1}{2}$$

له سیستم سره لاندې نامساوات مساوي دي:

$$-a-\frac{3}{2}\leq b\leq -a-\frac{1}{2}\ ,\ a-\frac{3}{2}\leq b\leq a-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{a^2}{4}-\frac{1}{2}\leq b\leq\frac{a^2}{4}+\frac{1}{2}$$

له دغه سیستم څخه پایله ترلاسه کوو:

$$\frac{a^2}{4}-\frac{1}{2}\leq -a-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{a^2}{4}-\frac{1}{2}\leq a-\frac{1}{2}$$

یا $a^2\leq -4a$, $a^2\leq 4a$ چې یوازې د $a=0$ لپاره صدق کوي چې په دې صورت کې مو $b=-\frac{1}{2}$ او $p\cdot p=f$ د f خلاف نیولو او د تفاضل حاصل یې ښیي چې د x^2+ax+b ترینوم حد اکثر قیمت له $\frac{1}{2}$ څخه کوچنی نه دی، پر دې اساس $f(x)=x^2-\frac{1}{2}$ غوښتل شوی ترینوم ده.

286 ځواب)

$$8x^2-2x-3=(4x-3)(2x+1)$$

$if\ \ 4x-3=0\Rightarrow x=\frac{3}{4}$ د مسلې له شرط سره جوړ دی.

$$if\ \ 4x-3\neq 0 \Rightarrow \sqrt{8x^2-2x-3}=\sqrt{(4x-3)(2x+1)}$$

$$=\sqrt{(4x-3)^2\frac{2x+1}{4x-3}}=|4x-3|\sqrt{\frac{2x+1}{4x-3}}$$

د دې لپاره چې عدد ناطق وي باید ولرو چې:

$$\frac{2x+1}{4x-3}=m^2 \Rightarrow m^2(4x-3)=2x+1$$

$$\Rightarrow 4m^2x-3m^2=2x+1$$

$$\Rightarrow 4m^2x-2x=1+3m^2$$

$$\Rightarrow x(4m^2-2)=3m^2+1$$

$$\Rightarrow x=\frac{3m^2+1}{4m^2-2}\ ,\ \ (m\in Q)$$

ځواب: $x=\frac{3}{4}$ یا $x=\frac{3m^2+1}{4m^2-2}$ چې په دې کې m د خوښې وړ او ناطق عدد دی.

287 **ځواب)** د دې لپاره چې معادله دوه حقیقي جذرونه ولري باید:

$$\Delta'>0 \Rightarrow b'^2-ac>0$$

$$\Rightarrow (-1)^2-(m)(-1)>0$$

$$\Rightarrow 1+m>0$$

$$\Rightarrow m>-1$$

$$\Rightarrow D_1=(-1,+\infty)$$

که 1 عدد د دوو جذرونو ترمنځ وي، باید:

$$f(1)=m(1)^2-2(1)-1=m-3$$

$$a\cdot f(1)<0 \Rightarrow m(m-3)<0 \Rightarrow m(m-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m-3=0 \Rightarrow m=3 \end{cases}$$

m	$-\infty$	0		3	$+\infty$
$m(m-3)<0$	+	0	−	0	+

$$D_2=(0,3)$$

$$D=D_1\cap D_2=(0,3)$$

288 **ځواب)**

$$q=2\ ,\ p=-1\ \ ,\ \ \ f(x)=x^2-(m-1)x+2$$

$$\left.\begin{cases} a\,f(p)<0 \Rightarrow 1\times f(-1)<0 \\ a\,f(q)>0 \Rightarrow 1\times f(2)>0 \end{cases}\right\rangle f(-1)\cdot f(2)<0 \Rightarrow (m+2)(8-2m)<0$$

$$(m+2)(8-2m)=0 \Rightarrow \begin{cases} m+2=0 \Rightarrow m=-2 \\ 8-2m=0 \Rightarrow 8=2m \Rightarrow m=4 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$-2m^2+4m+16<0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$D=(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$$

ځواب) 289

شرط : $f(1)\cdot f(-1)<0 \Rightarrow (2m-1-2+m-3)(2m-1+2+m-3)<0 \Rightarrow 3(m-2)(3m-2)<0$

$$(m-2)(3m-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} m-2=0 \Rightarrow m=2 \\ 3m-2=0 \Rightarrow m=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

m	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$3(m-2)(3m-2)<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$D=\left(\frac{2}{3},2\right)$$

ځواب) 290

لاندې دویمه درجه ترینوم یي په پام کې نیسو:

$$f(x)=2x^2-(a+b+c+d)x+ad+bc$$

$$\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=(a+b+c+d)^2-4(2)(ad+bc)$$

$$\Rightarrow \Delta=(a+b+c+d)^2-8(ad+bc)$$

ثابتوو چې $f(x)$ ترینوم یي حقیقي او متفاوت جذرونه لري چې په پایله کې $\Delta>0$ کیږي او د نامساواتو سوالي ثابتیږي:

$$f(a)=2a^2-(a+b+c+d)a+ad+bc$$

$$=2a^2-a^2-ab-ac-ad+bc$$

$$=a^2-ab-ac+bc$$

$$=a(a-b)-c(a-b)$$

$$=(a-b)(a-c)$$

$$f(b)=b^2-ab-bd+ad=(b-a)(b-d)$$

$$f(c)=c^2-ac-cd+ad=(c-a)(c-d)$$

$$f(d)=d^2-bd-cd+bc=(d-b)(d-c)$$

د $a>c$, $b>d$ نامساواتو په پام کې نیولو سره،

$$if \quad a\neq b\Rightarrow f(a)\cdot f(b)<0$$

ترینوم يي دوه متفاوت جذرونه لري یو یې د a او b ترمنځ، $(x_1<a<x_2<b)$ او دویم یې د a او b ترمنځ واقع دی $(a<x_1<b<x_2)$ پر دې اساس $\Delta>0$.

$$if \quad c\neq d\Rightarrow f(c)\cdot f(d)<0$$

ترینوم دوه حقیقي او متفاوت جذرونه لري، چې یو یې د c او d ترمنځ او دویم یې د c او d ترمنځ واقع دی پر دې اساس $\Delta>0$.

$$if \ a=b\ ,\ c=d\Rightarrow f(a)=f(c)=0$$

$f(x)$ ترینوم دوه متفاوت او حقیقي a او c جذرونه لري او $\Delta>0$ دی.

$$\Delta=(a+b+c+d)^2-8(ad+bc)>0\Rightarrow(a+b+c+d)^2>8(ad+bc)$$

291 ځواب)

د $x\neq 0$ او $x\neq b$ او $x\neq b$ ، $a>0$ ، $b>0$ په فرصولو سره لرو:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x+b}=0\Rightarrow\frac{(x-a)(x+b)+x(x+b)+x(x-a)}{x(x-a)(x+b)}=0$$

$$\Rightarrow\left[x^2+(b-a)x-ab\right]+\left(x^2+bx\right)+\left(x^2-ax\right)=0$$

$$\Rightarrow f(x)=3x^2-2(a-b)x-ab=0$$

$$\begin{aligned}f(0)\,f(a)&=(-ab)\left[3a^2-2(a-b)a-ab\right]\\&=(-ab)\left(3a^2-2a^2+2ab-ab\right)\\&=(-ab)\left(a^2+ab\right)\\&=(-ab)b(a+b)\\&=-a^2b(a+b)<0\end{aligned}$$

یو جذر د 0 او a ترمنځ واقع دی

$$\begin{aligned}f(-b)\,f(0)&=\left[3b^2-2(a-b)(-b)-ab\right](-ab)\\&=\left(3b^2+2ab+2b^2-ab\right)(-ab)\\&=\left(b^2+ab\right)(-ab)\\&=b(a+b)(-ab)\\&=-ab^2(a+b)<0\end{aligned}$$

یو جذر د $-b$ او 0 ترمنځ واقع دی

$$-b<x_1<0<x_2<a$$

$$f\left(\frac{a}{3}\right)=-\frac{1}{3}a(2a+b)<0 \qquad , \qquad f\left(\frac{2a}{3}\right)=\frac{1}{3}ab>0$$

د معادلې مثبت جذر (x_2) د $\frac{a}{3}$ او $\frac{2a}{3}$ ترمنځ واقع دی $f\left(\frac{a}{a}\right)f\left(\frac{2a}{3}\right)<0\Rightarrow\frac{a}{3}<x_2<\frac{2a}{3}$

په همدې توګه د منفي جذر لپاره هم ترلاسه کېږي. $\frac{-2b}{3} < x_1 < -\frac{b}{3}$

یادونه: په عمومي توګه په الجبر کې ثابتېږي چې $\frac{1}{x-a_1}+\frac{1}{x-a_2}+....+\frac{1}{x-a_n}=0$ معادله د $a_1, a_2, ..., a_n$ د حقیقي والي په صورت کې $n-1$ حقیقي جذرونه لري.

کـه دغـه جذرونـه پـه ترتیـب $x_1, x_2, ..., x_{n-1}$ (پـه صـعودي ترتیـب) ونومـوو او فـرض کـړو چـې $a_1 < a_2 < ... < a_n$ دی، هغه مهال:

$$a_1 < x_1 < a_2 < x_2 < ... < a_{n-1} < x_{n-1} < a_n$$

ضمناً که (a_i, a_{i+1}) انټروال په n برخو تقسیم کړو، x_i جذر د دغه انټروال په دوو ورستیو (نهایې) برخو کې واقع نه دی.

292 **ځواب**) عمومي حالت څېړو او فرضوو $a \neq 0$, $c \neq 0$:

$$\begin{cases} a{x_1}^2 + bx_1 + c = 0 \\ \frac{a}{2}{x_1}^2 + bx_1 + c = \underbrace{\left(a{x_1}^2 + bx_1 + c\right)}_{0} - \frac{a}{2}{x_1}^2 = -\frac{a}{2}{x_1}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a{x_2}^2 + bx_2 + c = 0 \\ \frac{a}{2}{x_2}^2 + bx_2 + c = \left(-a{x_2}^2 + bx_2 + c\right) + \frac{3}{2}a{x_2}^2 = \frac{3}{2}a{x_2}^2 \end{cases}$$

$$if \quad f(x) = \frac{a}{2}x^2 + bx + c$$

$$f(x_1)\cdot f(x_2) = \left(-\frac{a}{2}{x_1}^2\right)\left(\frac{3}{2}a{x_2}^2\right) = -\frac{3}{4}a^2{x_1}^2{x_2}^2 < 0$$

یعنې $f(x)$ د x_1 او x_2 ترمنځ جذر لري.

که د $f(x)$ جذر x_3 وي، په هغه صورت کې $\begin{cases} x_2 \le x_3 \le x_1 \\ x_1 \le x_3 \le x_2 \end{cases}$

293 **ځواب**)

$$4x^2 - 16x + 15 = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta' &= b'^2 - ac \\ &= (-8)^2 - (4)(15) \\ &= 64 - 60 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-8)\pm\sqrt{4}}{4}=\frac{8\pm 2}{4}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{8+2}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}\\ x_2=\frac{8-2}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\end{cases}$$

$$if\ \ \Delta>0, ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$4x^2-16x+15=4\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)=(2x-5)(2x-3)$$

ځواب 294)

$$9x^2-6x+1=0$$

$$\begin{aligned}\Delta'&=b'^2-ac\\&=(-3)^2-(9)(1)\\&=9-9\\&=0\end{aligned}$$

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{0}}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}\Rightarrow x_1=\frac{1}{3}$$ مضاعف جذر

$$if\ \ \Delta'=0\Rightarrow ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$$

$$9x^2-6x+1=9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\left[3\left(x-\frac{1}{3}\right)\right]^2=(3x-1)^2$$

ځواب 295)

$$(x-a)(x-10)+1=(x+b)(x+c)\Rightarrow x^2-(a+10)x+10a+1$$

$$=x^2+(b+c)x+bc\Rightarrow\left\langle\begin{cases}-(a+10)=b+c\\ 10a+1=bc\end{cases}\right\rangle\left\langle\begin{cases}a+10=-(b+c)\\ 10a+1=bc\end{cases}\right\rangle$$

$$-10\times\begin{cases}a+10=-(b+c)\\ 10a+1=bc\end{cases}$$

ددوو پاسنيو معادلو څخه a حذفوو:

$$\left\langle\begin{cases}-10a-100=10(b+c)\\ 10a+1=bc\end{cases}\right\rangle -100+1=10(b+c)+bc\Rightarrow -99=10b+10c+bc$$

b د c له جنسه ترلاسه كوو:

$$10b+bc=-99-10c\Rightarrow b(10+c)=-(99+10c)\Rightarrow b=-\frac{10c+99}{10+c}=-\left(10-\frac{1}{c+10}\right)$$

د b عدد د سموالي لپاره يوازې دوه حالته ممكن دي:

$$\begin{cases} c+10=1 \Rightarrow c=-9 \\ c+10=-1 \Rightarrow c=-11 \end{cases}$$

په پایله کې د a,b,c لپاره لاندې دوه ځوابونه ترلاسه کوو:

$$a=8\ ,\ \ b=-9\ \ ,\ \ c=-9 \Rightarrow (x-8)(x-10)+1=(x-9)^2$$

$$a=12\ ,b=-11,\ \ c=-11 \Rightarrow (x-12)(x-10)+1=(x-11)^2$$

296 **ځواب)**

$$\begin{aligned} \Delta' &= b'-4ac \\ &= (-3)^2-(1)(9) \\ &= 9-9 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\Delta'=0$ نو معادله دوه مضاعف متناظر جذرونه لري.

$$x^2=y \Rightarrow y^2-6y+9=0 \Rightarrow (y-3)^2=0 \xrightarrow{\text{مضاعف جذر}} y=3$$

$$if \ \left\langle \begin{matrix} x^2=y \\ y=3 \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow \left\langle \begin{matrix} x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{matrix} \right\rangle$$

297 **ځواب)**

$$\begin{aligned} \Delta &= b'-4ac \\ &= (-5)^2-4(1)(4) \\ &= 25-16 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\frac{c}{a}=\frac{4}{1}>0 \quad , \quad -\frac{b}{a}=-\frac{(-5)}{1}=5>0$$

که $\Delta>0\ ,\ \frac{c}{a}>0\ ,\ -\frac{b}{a}>0$ وي معادله د $y=x^2$ لپاره دوه مثبت جذرونه لري، نو د x لپاره ځلور دوه پر دوه متناظر جذرونه لري.

$$x^2=y \Rightarrow y^2-5y+4=0 \Rightarrow (1)+(-5)+(4)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \\ y=\frac{c}{a}=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

298 **ځواب)**

$$\begin{aligned} \Delta &= b'-4ac \\ &= (5)^2-4(1)(4) \\ &= 25-16 \\ &= 9 \quad \Rightarrow \quad \Delta>0 \end{aligned}$$

$\frac{c}{a}=\frac{4}{1}>0 \quad , \quad -\frac{b}{a}=-\frac{5}{1}=-5<0$

که $-\frac{b}{a}<0$, $\frac{c}{a}>0$, $\Delta>0$ وي د $y=x^2$ لپاره معادله دوه منفي جذرونه لري او په پايله کې د x لپاره حقيقي جذر نلري.

$$if \;\; y=x^2 \Rightarrow y^2+5y+4=0 \Rightarrow 5=1+4 \Rightarrow \begin{cases} y=-1 \Rightarrow x^2=-1 \\ y=-\frac{c}{a}=-4 \Rightarrow x^2=-4 \end{cases}$$

حقيقي جذر نلري.

ځواب) 299

$$\begin{aligned}\Delta &= b'^2-4ac \\ &=(3)^2-4(1)(-4) \\ &=9+16 \\ &=25\end{aligned}$$

$\frac{c}{a}=\frac{-4}{1}=-4<0$

که $\frac{c}{a}<0$, $\Delta>0$ وي معادله د $y=x^2$ لپاره دوه مختلف العلامه جذرونه لري او په پايله کې د x لپاره دوه متناظر جذرونه لري.

$$if \;\; y=x^2 \Rightarrow y^2+3y-4=0 \Rightarrow 1+3+(-4)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \\ y=\frac{c}{a}=-4 \Rightarrow x^2=-4 \end{cases}$$

حقيقي جذر نلري

ځواب) 300

$$\begin{aligned}\Delta &= b'^2-4ac \\ &=(-13)^2-4(2)(-45) \\ &=169+360 \\ &=529\end{aligned}$$

$\frac{c}{a}=\frac{-45}{2}<0 \; , \; -\frac{b}{a}=-\frac{(-13)}{2}=\frac{13}{2}>0$

که $\frac{c}{a}<0$, $\Delta>0$ وي معادله د $y=x^2$ لپاره دوه مختلف العلامه جذرونه لري په پايله کې x دوه متناظر جذرونه لري.

$if \;\; y=x^2 \Rightarrow 2y^2-13y-45=0$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-13)\pm\sqrt{529}}{2(2)}=\frac{13\pm 23}{4}\Rightarrow\begin{cases}y=9\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm 3\\ y=-\frac{5}{2}\Rightarrow x^2=-\frac{5}{2}\end{cases}$$

حقيقي جذر نلري.

301 **ځواب)**

$$if\ \ y=x^4\Rightarrow 16y^2-17y+1=0\xrightarrow{16+(-17)+(1)=0}\begin{cases}y=1\Rightarrow x^4=1\Rightarrow x=\pm 1\\ y=\frac{c}{a}=\frac{1}{16}\Rightarrow x^4=\frac{1}{16}\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}\end{cases}$$

302 ځواب)

$$if\ \ y=x^2\Rightarrow y^2-13y+36=0$$

$$\Rightarrow(y-4)(y-9)=0\Rightarrow\begin{cases}y=4\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm 2\\ y=9\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm 3\end{cases}$$

303 **ځواب)**

$$if\ \ y=x^3\Rightarrow y^2-19y-216=0$$

$$\begin{aligned}\Delta&=b^2-4ac\\ &=(-19)^2-4(1)(-216)\\ &=361+864\\ &=1225\end{aligned}$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-19)\pm\sqrt{1225}}{2(1)}=\frac{19\pm 35}{2}\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{19+35}{2}=\frac{54}{2}=27\Rightarrow x^3=27\Rightarrow x=3\\ y=\frac{19-35}{2}=\frac{-16}{2}=-8\Rightarrow x^3=-8\Rightarrow x=-2\end{cases}$$

304 **ځواب)**

$$if\ \ y=(x+1)^2\Rightarrow y^2-13y+36=0$$

$$\Rightarrow(y-4)(y-9)=0\Rightarrow\begin{cases}y=4\\ y=9\end{cases}$$

$$if\ \ \ y=4\Rightarrow(x+1)^2=4\xrightarrow{\text{جذر}}x+1=\pm 2\Rightarrow\begin{cases}x+1=2\Rightarrow x=1\\ x+1=-2\Rightarrow x=-3\end{cases}$$

$$if\ \ \ y=9\Rightarrow(x+1)^2=9\xrightarrow{\text{جذر}}x+1=\pm 3\Rightarrow\begin{cases}x+1=3\Rightarrow x=2\\ x+1=-3\Rightarrow x=-4\end{cases}$$

305 **ځواب)**

$$(x+1)^6-9(x+1)^3+20=0$$

$$if\quad y=(x+1)^3 \Rightarrow y^2-9y+20=0$$

$$\Rightarrow (y-4)(y-5)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ y=5 \end{cases}$$

$$if\quad y=4 \Rightarrow (x+1)^3=4 \Rightarrow x+1=\sqrt[3]{4} \Rightarrow x=\sqrt[3]{4}-1$$

$$if\quad y=5 \Rightarrow (x+1)^3=5 \Rightarrow x+1=\sqrt[3]{5} \Rightarrow x=\sqrt[3]{5}-1$$

306 ځواب)

$$(x^2-4x+5)^2-(x^2-4x+3)=4 \Rightarrow (x^2-4x+5)^2-(x^2-4x+5)+2=4$$

$$if\quad x^2-4x+5=y \Rightarrow y^2-y-2=0 \Rightarrow \begin{cases} y=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

$if\quad x^2-4x+5=-1 \Rightarrow x^2-4x+6=0$ معادله حقيقي جذر نلري.

$$if\quad x^2-4x+5=2 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

307 ځواب)

$$\Delta>0 \Rightarrow m^2-8m>0 \Rightarrow m^2-8m=0 \Rightarrow m(m-8)=0 \Rightarrow m=0, m=8$$

m	$-\infty$	0		8	$+\infty$
$m^2-8m>0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$D_1=(-\infty,0)\cup(8,+\infty)$$

$$\frac{c}{a}>0 \Rightarrow 2m>0 \Rightarrow m>0 \Rightarrow D_2=(0,+\infty)$$

$$-\frac{b}{a}>0 \Rightarrow -(-m)>0 \Rightarrow m>0 \Rightarrow D_3=(0,+\infty)$$

$$D=D_1\cap D_2\cap D_3=(8,+\infty)$$

د $m>8$ لپاره معادله څلور جذرونه لري.

308 ځواب)

$$x^4+2x^2=m^2+1 \Rightarrow x^4+2x^2-(m^2+1)=0$$

$$\frac{c}{a}=-(m^2+1)<0$$

معادله د x^2 لپاره دوه مختلف العلامه جذرونه لري او د x لپاره دوه متناظر جذرونه لري.

309 ځواب)

شرط: $9b^2=100ac \Rightarrow 9(-10)^2=100(1)(9m-9)$

$$\Rightarrow 900 = 100\times 9(m-1)$$
$$\Rightarrow m-1 = 1$$
$$\Rightarrow m = 2$$

310 ځواب)

$\begin{cases} y=-x \\ y^4-3xy+2=0 \end{cases}$ د تقاطع معادله: $x^4+3x^2+2=0 \Rightarrow (x^2+1)(x^2+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x^2=-1 \\ x^2=-2 \end{cases}$

معادله ځواب نلري، نو(c) معادله د دویمې ربع ناصف نه قطع کوي.

311 ځواب)

دغه دوه جذرونه دوه پر دوه متناظر دي.

$$-\alpha, -\beta, \beta, \alpha$$
$$2\beta = \alpha-\beta \Rightarrow \alpha = 3\beta \Rightarrow \alpha^2 = 9\beta^2$$

ددې دریو رابطو څخه د α او β له حذفولو څخه لرو چې:

$$\begin{cases} \alpha^2\beta^2 = q \\ \alpha^2+\beta^2 = -p \\ \alpha^2 = q\beta^2 \end{cases} \quad \frac{q}{p^2} = \frac{9}{100} \Rightarrow q = \frac{9p^2}{100} \Rightarrow \sqrt{q} = \frac{3}{10}p$$

312 ځواب)

$$n = 2k \Rightarrow 4 = 2\times \underbrace{2}_{k} \Rightarrow k = 2$$

د معادلې دواړه خواوې پر $x^2 \neq 0$ تقسیموو:

$$2x^2-13x+24-\frac{13}{x}+\frac{2}{x^2}=0 \Rightarrow 2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-13\left(x+\frac{1}{x}\right)+24=0$$
$$\Rightarrow 2\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2(x)\left(\frac{1}{x}\right)\right]-13\left(x+\frac{1}{x}\right)+24=0$$
$$\Rightarrow 2\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]-13\left(x+\frac{1}{x}\right)+24=0$$

$$if \;\; y = x+\frac{1}{x} \Rightarrow 2(y^2-2)-13y+24=0$$
$$\Rightarrow 2y^2-13y+20=0$$

$$y=\frac{+13\pm\sqrt{169-4\times2\times20}}{4}=\frac{13\pm\sqrt{9}}{4}=\frac{13\pm3}{4}\Rightarrow\begin{cases}y=4\\ y=\frac{5}{2}\end{cases}$$

$$if\ \ y=4\Rightarrow x+\frac{1}{x}=4\Rightarrow x^2-4x+1=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=2+\sqrt{3}\\ x_2=2-\sqrt{3}\end{cases}$$

$$if\ \ y=\frac{5}{2}\Rightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}\Rightarrow 2x^2-5x+2=0\Rightarrow\begin{cases}x_3=2\\ x_4=\frac{1}{2}\end{cases}$$

313 ځواب)

$$3(x-1)(x^2+x+1)-13x(x-1)=0\Rightarrow(x-1)\left[3(x^2+x+1)-13x\right]=0$$

$$\Rightarrow(x-1)(3x^2+3x+3-13x)=0$$

$$\Rightarrow(x-1)(3x^2-10x+3)=0\Rightarrow\begin{cases}x-1=0\Rightarrow x=1\\ 3x^2-10x+3=0\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ x=\frac{1}{3}\end{cases}\end{cases}$$

314 ځواب)

$$n=2k\Rightarrow 4=2\times2\Rightarrow k=2$$

د معادلې دواړه خواوې پر $x^2\neq0$ تقسيموو:

$$x^2-3x-6+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}=0\Rightarrow\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-3\left(x-\frac{1}{x}\right)-6=0$$

$$\Rightarrow\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2(x)\left(\frac{1}{x}\right)\right]-3\left(x-\frac{1}{x}\right)-6=0$$

$$\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2-3\left(x-\frac{1}{x}\right)-6=0$$

$$\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-3\left(x-\frac{1}{x}\right)-4=0$$

$$if\ \ y=x-\frac{1}{x}\Rightarrow y^2-3y-4=0\Rightarrow\begin{cases}y=-1\\ y=4\end{cases}$$

$$if\ \ y=-1\Rightarrow x-\frac{1}{x}=-1\Rightarrow x^2+x-1=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\\ x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\end{cases}$$

$$if\ \ y=4\Rightarrow x-\frac{1}{x}=4\Rightarrow x^2-4x-1=0\Rightarrow\begin{cases}x_3=2+\sqrt{5}\\x_4=2-\sqrt{5}\end{cases}$$

ځواب) 315

د معادلې دواړه خواوې پر $x^2\neq 0$ تقسیموو:

$$\frac{(2x^2-3x+1)}{x}\frac{(2x^2+5x+1)}{x}=\frac{9x^2}{x^2}\Rightarrow\left(2x-3+\frac{1}{x}\right)\left(2x+5+\frac{1}{x}\right)=9$$

$$\Rightarrow\left[\left(2x+\frac{1}{x}\right)-3\right]\left[\left(2x+\frac{1}{x}\right)+5\right]=9$$

$$if\ \ y=2x+\frac{1}{x}\Rightarrow(y-3)(y+5)=9$$

$$\Rightarrow y^2+2y-15=9$$

$$\Rightarrow y^2+2y-24=0$$

$$\Rightarrow(y+6)(y-4)=0\Rightarrow\begin{cases}y=-6\\y=4\end{cases}$$

$$if\ \ y=-6\Rightarrow 2x+\frac{1}{x}=-6\Rightarrow 2x^2+1=-6x\Rightarrow 2x^2+6x+1=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}\\x_2=\dfrac{-3+\sqrt{7}}{2}\end{cases}$$

$$if\ \ y=4\Rightarrow 2x+\frac{1}{x}=4\Rightarrow 2x^2+1=4x\Rightarrow 2x^2-4x+1=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\\x_2=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\end{cases}$$

ځواب) 316

$$y=\frac{(6-x)+(8-x)}{2}\Rightarrow y=7-x\Rightarrow x=7-y$$

$$(6-x)^4+(8-x)^4=16\Rightarrow(6-(7-y))^4+(8-(7-y))^4=16$$

$$\Rightarrow(y-1)^4+(y+1)^4=16$$

$$\Rightarrow(y^4-4y^3+6y^2-4y+1)+(y^4+4y^3+6y^2+4y+1)=16$$

$$\Rightarrow 2y^4+12y^2-14=0$$

$$\Rightarrow y^4+6y-7=0$$

$$\Rightarrow(y^2-1)(y^2+7)=0\Rightarrow\begin{cases}y^2-1=0\Rightarrow y^2=1\Rightarrow y=\pm1\\y^2+7=0\Rightarrow y^2=-7\qquad(\mathrm{I})\end{cases}$$

(I) مساوات حقیقي جذر نلري.

$$if\ \ y=1\Rightarrow 7-x=1\Rightarrow x=6$$
$$if\ \ y=-1\Rightarrow 7-x=-1\Rightarrow x=8$$

317 ځواب)

$$3\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2x\times\frac{1}{x}\right]-7\left(x+\frac{1}{x}\right)=0\Rightarrow 3\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]-7\left(x+\frac{1}{x}\right)=0$$

$$\Rightarrow 3\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-7\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0\quad;\quad if\quad y=x+\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 3y^2-7y-6=0$$

$$\begin{aligned}\Delta&=b^2-4ac\\&=(-7)^2-4(3)(-6)\\&=49+72\\&=121\end{aligned}$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-7)\pm\sqrt{121}}{2(3)}=\frac{7\pm 11}{6}\Rightarrow\begin{cases}y=\dfrac{18}{6}=3\\[2mm] y=\dfrac{-4}{6}=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

$$if\ \ y=3\Rightarrow x+\frac{1}{x}=3\Rightarrow x^2-3x+1=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\\[2mm] x_2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{3}\end{cases}$$

$if\ \ y=-\frac{2}{3}\Rightarrow x+\frac{1}{x}=-\frac{2}{3}\Rightarrow x^2+\frac{2}{3}x+1=0\Rightarrow 3x^2+2x+3=0$ معادله حقيقي جذر نلري

318 ځواب)

$$y=\frac{(x+2)+(x+5)}{2}\Rightarrow y=\frac{2x+7}{2}$$

$$\Rightarrow 2y=2x+7$$

$$\Rightarrow 2x=2y-7$$

$$\Rightarrow x=\frac{2y-7}{2}$$

$$(x+2)^4+(x+5)^4=17\Rightarrow\left(\frac{2y-7}{2}+2\right)^4+\left(\frac{2y-7}{2}+5\right)^4=17$$

$$\Rightarrow\left(\frac{2y-7+4}{2}\right)^4+\left(\frac{2y-7+10}{2}\right)^4=17$$

$$\Rightarrow\left(\frac{2y-3}{2}\right)^4+\left(\frac{2y+3}{2}\right)^4=17$$

$$\Rightarrow\left(7-\frac{3}{2}\right)^4+\left(y+\frac{3}{2}\right)^4=17$$

$$\Rightarrow\left[y^4-4y^3\left(\frac{3}{2}\right)+6y^2\left(\frac{3}{2}\right)^3-4y\left(\frac{3}{2}\right)^3+\left(\frac{3}{2}\right)^4\right]$$

$$+\left[y^4+4y^3\left(\frac{3}{2}\right)+6y^2\left(\frac{3}{2}\right)^2+4y\left(\frac{3}{2}\right)^3+\left(\frac{3}{2}\right)^4\right]$$

$$\Rightarrow\left(y^4-6y^3+\frac{27}{2}y^2-\frac{27}{2}y+\frac{81}{16}\right)+\left(y^4+6y^3+\frac{27}{2}y^2+\frac{27}{2}y+\frac{81}{16}\right)=17$$

$$\Rightarrow 2y^4+27y^2+\frac{81}{8}-17=0$$

$$\Rightarrow 16y^4+216y^2+81-136=0$$

$$\Rightarrow 16y^4+216y^2-55=0$$

$$if\ \ y^2=z\Rightarrow 16z^2+216z-55=0$$

$$\Delta=b^2-4ac$$

$$=(216)^2-4(16)(-55)$$

$$=46656+3520$$

$$=50176$$

$$z=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-216\pm\sqrt{50176}}{2\times16}=\frac{-216\pm224}{32}\Rightarrow\begin{cases}z_1=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}\\ z_2=\frac{-440}{32}=\frac{-55}{4}\end{cases}$$

$$if\ \ z=\frac{1}{4}\Rightarrow y^2=\frac{1}{4}\Rightarrow y=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2\left(\frac{1}{2}\right)-7}{2}\Rightarrow x=-3\\ x=\dfrac{2\left(-\frac{1}{2}\right)-7}{2}\Rightarrow x=-4\end{cases}$$

$$if\ \ z=\frac{-55}{4}\Rightarrow y^2=\frac{-55}{4}$$ جذر نلري

د معادلې ځوابونه $x=-3,\ x=-4$ دي.

319 ځواب)

$$y=\frac{(x+1)+(x-2)}{2}\Rightarrow y=\frac{2x-1}{2}$$

$$\Rightarrow 2y=2x-1$$

$$\Rightarrow 2x=2y+1$$

$$\Rightarrow x=\frac{2y+1}{2}$$

$$(x+1)^3-(x-2)^3=63\Rightarrow\left(\frac{2y+1}{2}+1\right)^3-\left(\frac{2y+1}{2}-2\right)^3=63$$

$$\Rightarrow\left(\frac{2y+1+2}{2}\right)^3-\left(\frac{2y+1-4}{2}\right)^3=63$$

$$\Rightarrow\left[y^3+3y^2\left(\frac{3}{2}\right)+3y\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]$$

$$-\left[y^3-3y^2\left(\frac{3}{2}\right)+3y\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]=63$$

$$\Rightarrow\left(y^3+\frac{9}{2}y^2+\frac{27}{2}y+\frac{27}{8}\right)-\left(y^3-\frac{9}{2}y^2+\frac{27}{2}y-\frac{27}{8}\right)=63$$

$$\Rightarrow\left(y^3+\frac{9}{2}y^2+\frac{27}{2}y+\frac{27}{8}-y^3+\frac{9}{2}y^2-\frac{27}{2}y+\frac{27}{8}\right)=63$$

$$\Rightarrow 9y^2+\frac{27}{4}=63$$

$$\Rightarrow 9y^2=63-\frac{27}{4}$$

$$\Rightarrow 9y^2=\frac{225}{4}$$

$$\Rightarrow y^2=\frac{225}{9\times 4}$$

$$\Rightarrow y=\pm\frac{15}{3\times 2}$$

$$\Rightarrow y=\pm\frac{5}{2}$$

$$if\quad y=\frac{5}{2}\Rightarrow x=\frac{2\left(\frac{5}{2}\right)+1}{2}\Rightarrow x=\frac{6}{2}\Rightarrow x=3$$

$$if \quad y=-\frac{5}{2}\Rightarrow x=\frac{2\left(-\frac{5}{2}\right)+1}{2}\Rightarrow x=-2$$

د معادلې ځوابونه $x=3$ او $x=-2$ دي.

320 ځواب)

$$2x^4-5x^3+5x-2=0\Rightarrow\left(2x^4-2\right)-\left(5x^3+5x\right)=0$$
$$\Rightarrow 2\left(x^4-1\right)-5x\left(x^2-1\right)=0$$
$$\Rightarrow\left[2\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)\right]-5x\left(x^2-1\right)=0$$
$$\Rightarrow\left(x^2-1\right)\left(2x^2+2-5x\right)=0\Rightarrow\begin{cases}x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1\\ 2x^2-5x+2=0\Rightarrow\begin{cases}x=2\\ x=\frac{1}{2}\end{cases}\end{cases}$$

321 ځواب)

دواړه خواوې پر $x^2\neq 0$ تقسيموو:

$$2x^4-x^3-6x^2-x+2=0\Rightarrow 2x^2-x-6-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}=0$$
$$\Rightarrow 2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0$$
$$\Rightarrow 2\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]-\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0$$
$$\Rightarrow 2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4-\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0$$
$$\Rightarrow 2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x+\frac{1}{x}\right)-10=0$$

$$if \quad y=x+\frac{1}{x}\Rightarrow 2y^2-y-10=0 \quad ; \quad \Delta=(-1)^2-4(2)(-10)=81$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{81}}{4}=\frac{1\pm9}{4}\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{1+9}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}\\ y=\frac{1-9}{4}=\frac{-8}{4}=-2\end{cases}$$

$$if \quad y=\frac{5}{2}\Rightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}\Rightarrow x^2+1=\frac{5}{2}x\Rightarrow x^2-\frac{5}{2}x+1=0\Rightarrow 2x^2-5x+2=0\Rightarrow\begin{cases}x=2\\ x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$if\ \ y=-2 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=-2 \Rightarrow x^2+1=-2x \Rightarrow x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \xrightarrow{\text{جذر}} x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$x=-1$ مضاعف جذر دی.

322 ځواب)

$$if\ \ n=2k \Rightarrow 6=2\times 3$$
$$\Rightarrow k=3$$

دواړه خواوې پر $x\neq 0$ تقسیموو:

$$6x^6-5x^5-32x^4-10x^3-32x^2-5x+6=0 \Rightarrow 6x^3-5x^2-32x-10-\frac{32}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{6}{x^3}=0$$

$$\Rightarrow 6\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)-5\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-32\left(x+\frac{1}{x}\right)-10=0$$

$$\Rightarrow 6\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\times\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)\right]-5\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2x\times\frac{1}{x}\right]-32\left(x+\frac{1}{x}\right)-10=0$$

$$\Rightarrow 6\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-18\left(x+\frac{1}{x}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+10-32\left(x+\frac{1}{x}\right)-10=0$$

$$\Rightarrow 6\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-5\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-50\left(x+\frac{1}{x}\right)=0$$

$$if\ \ y=x+\frac{1}{x} \Rightarrow 6y^3-5y^2-50y=0 \Rightarrow y(6y^2-5y-50)=0$$

$y=0 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=0 \Rightarrow x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-1$ معادله حقیقي جذر نلري

$$6y^2-5y-50=0\ ,\ \Delta=(-5)^2-4(6)(-50)=25+1200=1225>0$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{1225}}{2(6)}=\frac{5\pm 35}{12} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{40}{12}=\frac{10}{3} \\ y=\frac{-30}{12}=\frac{-5}{2} \end{cases}$$

$$if\ \ y=\frac{10}{3} \Rightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3} \Rightarrow x^2+1=\frac{10}{3}x \Rightarrow x^2-\frac{10}{3}x+1=0 \Rightarrow 3x^2-10x+3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$if\ y=-\frac{5}{2} \Rightarrow x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2} \Rightarrow x^2+1=-\frac{5}{2}x \Rightarrow x^2+\frac{5}{2}x+1=0 \Rightarrow 2x^2+5x+2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

323 ځواب)

$x=1$ د پاسنۍ معادلې یو جذر دی (پام مو وي چې کـه n تـاق وي1 یـا 1− تـل د معـادلې یـو جـذر وي).کېن لوري پر $(x-1)$ تقسیموو ترڅو خارج قسمت جفت درجه خپله کړي او د پخـوا پـه شـان یـې حلوو.

$$x^5-3x^4-11x^3+11x^2+3x-1 \quad \Big| \quad \frac{x-1}{x^4-2x^3-13x^2-2x+1}$$

$$\mp x^5 \pm x^4$$

$$-2x^4-11x^3$$

$$\pm 2x^4 \mp 2x^3$$

$$-13x^3+11x^2$$

$$\pm 13x^3 \mp 13x^2$$

$$-2x^2+3x$$

$$\pm 2x^2 \mp 2x$$

$$x-1$$

$$\mp x \pm 1$$

$$0$$

$$x^5-3x^4-11x^3+11x^2+3x-1=0 \Rightarrow (x-1)(x^4-2x^3-13x^2-2x+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^4-2x^3-13x^2-2x+1=0 \ (\mathrm{I}) \end{cases}$$

د (I) رابطې دواړه خواوې پر $x^2 \neq 0$ تقسیموو.

$$x^2-2x-13-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=0 \Rightarrow \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-2\left(x+\frac{1}{x}\right)-13=0$$

$$\Rightarrow \left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]-2\left(x+\frac{1}{x}\right)-13=0$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{x}\right)-15=0$$

$$if \ \ y=x+\frac{1}{x} \Rightarrow y^2-2y-15=0 \Rightarrow (y-5)(y+3)=0 \Rightarrow \begin{cases} y-5=0 \Rightarrow y=5 \\ y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5\Rightarrow x+\frac{1}{x}=5\Rightarrow x^2+1=5x\Rightarrow x^2-5x+1=0\Rightarrow\begin{cases} x_1=\frac{5+\sqrt{21}}{2}\\ x_2=\frac{5-\sqrt{21}}{2}\end{cases}\\ y=-3\Rightarrow x+\frac{1}{x}=-3\Rightarrow x^2+1=-3x\Rightarrow x^2+3x+1=0\Rightarrow\begin{cases} x_3=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\\ x_4=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\end{cases}\end{cases}$$

324 **ځواب)**

د لومړۍ خوا د هر یوه کسر صورت او مخرج پر $x\neq 0$ تقسیموو:

$$\frac{4x}{x^2+x+3}+\frac{5x}{x^2-5x+3}=-\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{4}{x+1+\frac{3}{x}}+\frac{5}{x-5+\frac{3}{x}}=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{4}{\left(x+\frac{3}{x}\right)+1}+\frac{5}{\left(x+\frac{3}{x}\right)-5}-=\frac{3}{2}$$

$$if\ \ x+\frac{3}{x}=y\Rightarrow\frac{4}{y+1}+\frac{5}{y-5}=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{4(y-5)+5(y+1)}{(y+1)(y-5)}=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{4y-20+5y+5}{y^2-4y-5}=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{9y-15}{y^2-4y-5}=-\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -2(9y-15)=3\left(y^2-4y-5\right)$$

$$\Rightarrow -18y+30=3y^2-12y-15$$

$$\Rightarrow 3y^2+6y-45=0$$

$$\Rightarrow y^2+2y-15=0$$

$$(y+5)(y-3)=0\Rightarrow\begin{cases} y+5=0\Rightarrow y=-5\Rightarrow x+\frac{3}{x}=-5\Rightarrow x^2+3=-5x\Rightarrow x^2+5x+3=0\Rightarrow\begin{cases} x_1=\frac{-5+\sqrt{13}}{2}\\ x_2=\frac{-5-\sqrt{13}}{2}\end{cases}\\ y-3=0\Rightarrow y=3\Rightarrow x+\frac{3}{x}=3\Rightarrow x^2+3=3x\Rightarrow x^2-3x+3=0\end{cases}$$

دویمه معادله حقیقي جذر نلري.

325 **ځواب)**

دغه معادله يو 4 درجه معکوسه معادله ده، ځکه $x\neq 0$ دی، د معادلې دواړې خواوې که پر x^2 تقسيم کړو نو لرو چې:

$$x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0\Rightarrow x^2+ax+b+\frac{a}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\Rightarrow\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(ax+\frac{a}{x}\right)+b=0$$

$$\Rightarrow\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2x\times\frac{1}{x}\right]+a\left(x+\frac{1}{x}\right)+b=0$$

$$\Rightarrow\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+a\left(x+\frac{1}{x}\right)+b-2=0$$

$$if\ \ y=x+\frac{1}{x}\Rightarrow y^2+ay+b-2=0\ ,\ \left|x+\frac{1}{x}\right|\geq 2\Rightarrow |y|\geq 2$$

$$y=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4(b-2)}}{2}\Rightarrow y=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b+8}}{2}$$

$$|y|\geq 2\Rightarrow\left|\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b+8}}{2}\right|\geq 2$$

$$\Rightarrow\frac{|-a|}{2}+\frac{\sqrt{a^2-4b+8}}{2}\geq 2$$

$$\Rightarrow |a|+\sqrt{a^2-4b+8}\geq 4$$

$$\Rightarrow\sqrt{a^2-4b+8}\geq 4-|a|$$

$$\Rightarrow a^2-4b+8\geq(4-|a|)^2$$

$$\Rightarrow a^2-4b+8\geq 16-8|a|+a^2$$

$$\Rightarrow 8|a|\geq 16-8+4b$$

$$\Rightarrow |a|\geq\frac{8+4b}{8}$$

$$\Rightarrow |a|\geq 1+\frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow a^2+b^2=|a|^2+|b|^2\geq\left(1+\frac{b}{2}\right)^2+b^2=\left(1+b+\frac{b^2}{4}\right)+b^2$$

$$=\frac{5}{4}b^2+b+1$$

$$=\frac{5}{4}\left(b^2+\frac{4}{5}b+\frac{4}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{4}\left(b^2+\frac{4}{5}b+\frac{4}{25}-\frac{4}{25}+\frac{4}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{4}\left[\left(b+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{16}{25}\right]$$

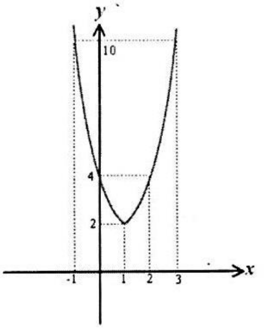
$$=\frac{5}{4}\left(b+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow a^2+b^2=\frac{5}{4}\left(b+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{4}{5}\xrightarrow{if\ b=-\frac{2}{5}}\min\left(a^2+b^2\right)=\frac{4}{5}$$

326 **ځواب**)

د پارابول ګراف له نقطې موندنې څخه رسموو، x ته بېلابېل قیمتونه ورکوو او متناظر قیمتونه یې y ته محاسبه کوو. پام وکړئ چې $A(1,2)$ د پارابول راس دی او څرنګه چې $a>0$ دی، $A(1,2)$ نقطه د پارابول اصغري نقطه ده.

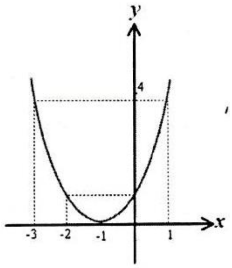
x	-1	0	1	2	3
y	10	4	2	4	10



327 **ځواب**)

$$y=x^2+2x+1=(x+1)^2+0$$

$A(-1,0)$, $a>0$ د پارابول اصغري راس دی.

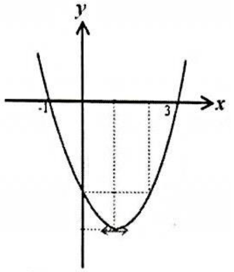


x	-3	-2	-1	0	1
y	4	1	0	1	4

ځواب) 328

$$y = x^2 - 2x - 3 = \left(x^2 - 2x + 1\right) - 4 = (x-1)^2 - 4$$

$A(1,-4)$, $a > 0$ راس، اصغري پارابول ا ست.



x	-1	0	1	2
y	0	-3	-4	-3

پام وکړئ چې $x^2 - 2x - 3 = 0$ معادله $\Delta > 0$, $x_1 = 3$, $x_2 = -1,$ جذرونه لري، نو د پارابول ګراف x محور په دوو یادوو شوو نقطو کې قطع کوي.

ځواب) 329

ددې لپاره چې $x = -1$ خط، د پاسني پارابول د تناظر خط وي، باید پارابول په $y = (x+1)^2 + c$ توګه وي او په هغه کې c هر د خوښې وړ عدد کېدلی شي.

$$\begin{cases} y = (x+1)^2 + c = x^2 + 2x + 1 + c \\ y = x^2 + mx + n \end{cases} x^2 + 2x + (1+c) \equiv x^2 + mx + n \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 + c \end{cases}$$

ځواب) 330

د پارابول او تناظر محور یوازنۍ ګډه نقطه، د پارابول راس دی، که $y = -\frac{5}{2}$ خط د پارابول د تناظر محور د خط او پارابول پرمخ قطع کړي، کولی شو ووایو دغه خط د پارابول له راسه تېر شوی دی، ځکه د پارابول د راس عرض $-\frac{5}{2}$ دی.

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + a \Rightarrow y = \frac{1}{2}\left(x^2 - 6x + 2a\right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2 - 9 + 2a\right] = \frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{2a-9}{2}$$

د پارابول راس : $A\left(3,\dfrac{2a-9}{2}\right)$

$$\frac{2a-9}{2}=-\frac{5}{2}\Rightarrow 2a-9=-5\Rightarrow 2a=4\Rightarrow a=2$$

ځواب) 331

ځرنګه چې $S\left(m,m-2\right)$ د پارابول راس دی، نو په معادله کې صدق کوي.

$$y=x^2-2x\Rightarrow(m-2)=m^2-2m\Rightarrow m^2-3m+2=0\Rightarrow(m-2)(m-1)=0\Rightarrow\begin{cases}m=2\\m=1\end{cases}$$

ځواب) 332

$$y=ax^2+2ax-3\Rightarrow y=a\left(x^2+2x-\frac{3}{a}\right)=a\left[(x+1)^2-1-\frac{3}{a}\right]\Rightarrow y=a(x+1)^2-(a+3)$$

د پارابولا راس : $A(-1,-a-3)$

د لومړۍ یا درېیمې ربعې تاصف : $y=x\Rightarrow -a-3=-1\Rightarrow a=-2$

ځواب) 333

$$D_f=R$$

$$f^3(x)=-x^2+2x+4\Rightarrow x^2-2x-4+f^3(x)=0\ ,\ \Delta'\geq 0$$

$$\Delta'=b'^2-ac\Rightarrow(-1)^2-(1)(-4+f^3(x))=1+4-f^3(x)\geq 0$$
$$\Rightarrow f^3(x)\leq 5$$
$$\Rightarrow f(x)\leq\sqrt[3]{5}$$

د $f(x)$ د قیمت حداکثر له $\sqrt[3]{5}$ سره مساوي دی او له لاندې څخه بې نهایت دی.

ځواب) 334

$$D_f:-x^2+x+1\geq 0\ ,\ -x^2+x+1=0\Rightarrow\begin{cases}x_2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\\[2mm]x_1=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\end{cases}$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$-x^2+x+1\geq 0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$f^2(x)=-x^2+x+1\Rightarrow x^2-x-1+f^2(x)=0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (-1)^2 - 4(-1 + f^2(x)) \geq 0$$
$$\Rightarrow 1 + 4 - 4f^2(x) \geq 0$$
$$\Rightarrow 4f^2(x) \leq 5$$
$$\Rightarrow f^2(x) = \frac{5}{4}$$
$$\Rightarrow |f(x)| \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{5}}{2} \leq f(x) \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

څرنګه چې $f(x)$ منفي کېدلی نشي، په پایله کې $0 \leq f(x) \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$.

ځواب) 335

$$y = (x-5)(x-1)(x-6)(x-2) + 9$$
$$= [(x-5)(x-2)][(x-1)(x-6)] + 9$$
$$= (x^2 - 7x + 10)(x^2 - 7x + 6) + 9$$
$$= [(x^2 - 7x) + 10][(x^2 - 7x) + 6] + 9$$
$$= (x^2 - 7x)^2 + 16(x^2 - 7x) + 60 + 9$$
$$= [(x^2 - 7x)^2 + 16(x^2 - 7x) + 64] + 5$$
$$= (x^2 - 7x + 8)^2 + 5$$
$$x^2 - 7x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(7 \pm \sqrt{17})$$
$$if \;\; y = (x^2 - 7x + 8)^2 + 5 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}(7 \pm \sqrt{17})} y_{\min} = 5$$

ځواب) 336

$$y = \frac{\tan 3x}{\tan^3 x} = \frac{3\tan x - \tan^3 x}{(1 - 3\tan^2 x)} \cdot \frac{1}{\tan^3 x} = \frac{3 - \tan^2 x}{(1 - 3\tan^2 x)\tan^2 x} \;, \; x \neq \frac{\pi}{6}$$
$$if \;\; \tan^2 x = z \Rightarrow y = \frac{3 - z}{(1 - 3z)z}$$
$$\Rightarrow y(1 - 3z)z = 3 - z$$
$$\Rightarrow yz - 3yz^2 = 3 - z$$
$$\Rightarrow 3yz^2 - (y + 1)z + 3 = 0$$

پاسنۍ معادله هغه مهال حقیقي جذر لري، چې:

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow [-(y+1)]^2 - 4(3y)(3) \ge 0$$
$$\Rightarrow (y+1)^2 - 36y \ge 0$$
$$\Rightarrow y^2 - 34y + 1 \ge 0$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-[-(y+1)] \pm \sqrt{y^2 - 34y + 1}}{2(3y)}$$
$$= \frac{(y+1) \pm \sqrt{y^2 - 34y + 1}}{6y}$$

د تابع د min او max د ترلاسه کولو لپاره لومړی د $\Delta = y^2 - 34y + 1 \ge 0$ تر تړلو وړوکی او ستر قيمت ترلاسه کوو:

$$y^2 - 34y + 1 \ge 0 \Rightarrow y^2 - 34y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 17 + 12\sqrt{2} \\ y_2 = 17 - 12\sqrt{2} \end{cases}$$

دغه نامساوات د علامې له ټاکلو وروسته، په لاندې توګه ځوابونه ورکوي:

$$\begin{cases} y \ge 17 + 12\sqrt{2} \\ y \le 17 - 12\sqrt{2} \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} y_{\min} = 17 + 12\sqrt{2} \\ y_{\max} = 17 - 12\sqrt{2} \end{cases}$$

ځواب) 337

$$x + y + z = 2 \Rightarrow y + z = 2 - x$$
$$xy + xz + yz = 1 \Rightarrow yz = 1 - xy - xz = 1 - x(y+z) = 1 - x(2-x) \Bigg\rangle \begin{cases} y + z = 2 - x \\ yz = 1 - x(2-x) \end{cases}$$

پر دې اساس y او z د لاندې معادلې جذرونه دي.

$$t^2 - (2-x)t + 1 - x(2-x) = 0$$

څرنګه چې دغه معادله بايد حقيقي جذر ولري، خو مبين يې غير منفي دی.

$$\Delta \ge 0 \Rightarrow [-(2-x)]^2 - 4(1)(1 - x(2-x)) \ge 0$$
$$\Rightarrow (2-x)^2 - 4 + 4x(2-x) \ge 0$$
$$\Rightarrow 3x^2 - 4x \le 0$$
$$\Rightarrow 0 \le x \le \frac{4}{3}$$

د x او y او z په نسبت د مسئلې د شرط د متناظر والي په پام کې نيولو سره دغه نامساوات ترلاسه کوو. حداقل هر يو عدد صفر او حداکثر يې $\frac{4}{3}$ دی.

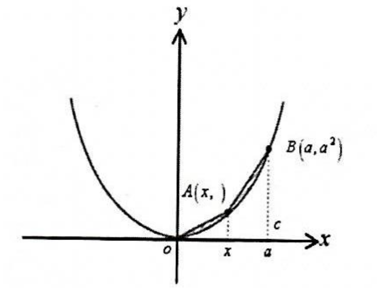
ځواب) 338

x د A نقطې طول فرضوو، د OA او AB پارابول د دوو قطعـو د مسـاحت مجموعـه S او د OAx مثلث او $AxCB$ ذوذنقې د مساحتونو مجموعه $S(x)$ نوموو.

که د OBC منحني الخط مثلث مساحت له $S(x)$ څخه کم کړو S مساحت ترلاسه کېږي. پـر دې اساس S هغه مهال حداقل دی چې $S(x)$ حداقل وي.

$$S(x)=S_{OAx}+S_{AxCB}$$
$$=\frac{1}{2}x\cdot x+\frac{1}{2}\left(x^2+a^2\right)(a-x)$$
$$=\frac{1}{2}\left(ax^2-a^2x+a^3\right)$$

د ذوذنقې مساحت د دوو ضلعو مجموعه او د نیمایي ارتفاع د ضرب له حاصل څخه یې عبارت دی .



$$S(x)=y=\frac{1}{2}\left(ax^2-a^2x+a^3\right)\Rightarrow 2y=ax^2-a^2x+a^3$$
$$\Rightarrow ax^2-a^2x+a^3-2y=0$$
$$\Rightarrow x=\frac{-\left(-a^2\right)\pm\sqrt{\left(-a^2\right)^2-4a\left(a^3-2y\right)}}{2a}$$
$$\Rightarrow x=\frac{a^2\pm\sqrt{a^4-4a^4+8ay}}{2a}$$
$$\Rightarrow x=\frac{a^2\pm\sqrt{-3a^4+8ay}}{2a}$$
$$\Rightarrow -3a^4+8ay\geq 0$$
$$\Rightarrow 8ay\geq 3a^4$$
$$\Rightarrow y\geq\frac{3a^4}{8a}$$
$$\Rightarrow y\geq\frac{3a^3}{8}$$

$$\Rightarrow y_{\min}=\frac{3a^3}{8}$$

$$\Rightarrow x_{\min}=\frac{a}{2}$$

339 ځواب)

$$D_f=R$$

$$y^2=\frac{(x-2)^2+4}{x^2+4}\Rightarrow y^2x^2+4y^2=(x-2)^2+4$$

$$\Rightarrow y^2x^2+4y^2=(x^2-4x+4)+4$$

$$\Rightarrow (y^2-1)x^2+4x+4y^2-8=0$$

د x د حقيقي والي لپاره بايد $\Delta\geq 0$ وي.

$$\Delta'\geq 0\Rightarrow (2)^2-(y^2-1)(4y^2-8)\geq 0$$

$$\Rightarrow 4-(4y^4-8y^2-4y^2+8)$$

$$\Rightarrow -4y^4+12y^2-4\geq 0$$

$$\Rightarrow y^4-3y^2+1\leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2}\leq y^2\leq\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\leq |y|\leq\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$$

يادونه : $\sqrt{A\pm B}=\sqrt{\frac{A+C}{2}}\pm\sqrt{\frac{A-C}{2}},\ C=\sqrt{A^2-B}$

$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{3+\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{3+2}{2}}+\sqrt{\frac{3-2}{2}}\right)=\frac{\sqrt{5}+1}{2},\ C=2$$

$$\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$y>0\Rightarrow\frac{\sqrt{5}-1}{2}\leq y\leq\frac{\sqrt{5}+1}{2}\Rightarrow\begin{cases} if\ \ y_{\min}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\Rightarrow x=1+\sqrt{5}\\ if\ y_{\max}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\Rightarrow x=1-\sqrt{5}\end{cases}$$

340 ځواب)

$$\frac{1}{x^2+2x}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{1}{(x^2+2x+1)-1}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{(x+1)^2-1}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2-1}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{1}{12}\xrightarrow{if\ (x+1)^2=a}\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a}=\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{a-(a-1)}{a(a-1)}=\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{a(a-1)}=\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow a(a-1)=12$$

$$\Rightarrow a^2-a-12=0$$

$$\Rightarrow(a-4)(a+3)=0\Rightarrow\begin{cases}a=4\\a=-3\end{cases}$$ د نه منلو وړ

$$if\ \ a=4\Rightarrow(x+1)^2=4\Rightarrow x+1=\pm2\Rightarrow x=1\,,\ \ x=-3$$

341 ځواب)

$$ab^2+1=0\Rightarrow ab^2=-1$$

$$\Rightarrow\frac{1}{a}=-b^2$$

$$\Rightarrow\frac{x^3}{c}+\frac{x^2}{b}-b^2x=bc$$

$$\Rightarrow bx^3+cx^2-cb^3x-b^2c^2=0$$

$$\Rightarrow x^2(bx+c)-b^2c(bx+c)=0$$

$$\Rightarrow(bx+c)(x^2-b^2c)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}bx+c=0\Rightarrow x=-\dfrac{c}{b}\\x^2-b^2c=0\Rightarrow x^2=b^2c\Rightarrow x=\pm\sqrt{b^2c}\Rightarrow x=\pm b\sqrt{c}\quad,\quad(c>0)\end{cases}$$

342 ځواب)

$$\left.\begin{cases}\alpha+\beta=-p\\\alpha\beta=q\end{cases}\right\rangle\begin{cases}p+q=\alpha\beta-\alpha-\beta\\pq=\alpha^2\beta+\alpha\beta^2\end{cases}$$