بسم الله الرحمن الرحيم

ډالۍ

مشر ورور مرحوم استاد فضل الرحیم سیلۍ ته چې د معلمۍ مقدسې دندې سربېره، د خپل وخت د تیاتر او راډیو وتلی ممثل او لوبغاړی و!

نوي رياضيات

ک

د الجبري افادو تجزيه

ليکوال: پيمان ګردلو
ژباړنه: استاد پښتون ګل رسولي

پته: آسمايي واټ، سعيد خپرنځی، کابل - افغانستان

اړيکه: 0707575935 او 0788100157

Email: Shirahmad_saedy@yahoo.com

کتاب پېژندنه

• **کتاب**: د الجبري افادو تجزيه

• **ليکوال**: پيمان ګُردلو

• **ژباړنه**: استاد پشتون ګل رسولي

• **کمپوز او ډيزاين**: انجنيرمحمدافضل ذاکر او انجنير عبدالوهاب همت

• **علمي ايډيټ**: پوهاند ډاکټر محمد انور غوري

• **ژبنی ايډيټ**: انجنير عبدالباقي سلطاني

• **له اصل سره د فورمولونو پروف کتنه**: انجنيرعبدالوهاب همت، انجنير محمدافضل ذاکر، انجنير عبدالباقي سلطاني، انجنير تاج محمد جاهد، کاشف وردګ، وارث سمسور، اميد زرغون، عصمت وردګ، جاويد نعمتي

• **خپرندوی**: سعيد خپرنځی، • **چاپځای**: سعيد

• **شمېر**: 1000 ټوکه، • **چاپ وار**: لومړی، • **چاپ کال**: 1397 لمريز

• **کچه**: وزيری، • **صفحې**: 104 صفحې

بيه: **130** افغانی

د چاپ او خپراوي ټول حقوق: بيا ليکنه، چاپ، تکثير او کاپي د ژباړنې په اجازه له سعيد خپرنځي او زرغون خپرنې او ژباړې مرکز سره دي، په دې باب هر ډول بې اجازې تصرف قانوني څېړل کيږي.

یادښت

غرب یو مهال د طبیعي علومو ترجمه کوله او په دغه علمي حوزه کې یې ځکه پیداوار نه درلود، چې کلیسا د غربي فکر واگی په لاس درلـود، خلک یې له طبیعي څېړنو، معنوي افراطیت تـه قیـزه کـړي وو، حتـی د تجربي علومو له لورې نـوي عرضـه شـوي مفـاهیم بـه چـې د کلیسـا لـه موخو سره په ټکر کې وو، کتمان کېدل او څرگنـدونکي بـه یـې پـه عـام محضر کې وژل کیدل؛ یعنې د بکر فکر جرأت او په طبیعي علومـو کـې تصرف په مرگ منتهي کیده. د کلیسا مسـتبد فشـارونو خلـک پـه تنـگ کړل، چون فشار فاصلې له منځه وړي، نو د کلیسـا پـر وړانـدې مردمـي یووالی(انقلاب) رامنځته شو؛ د انسـاني علومـو یـو اصـل دی وایـي «هـر افراط تفریط او هر تفریط افراط زیږوي»، نو د کلیسا افراطي چلن باعث شـو چـې غـربي انسـان لـه دغـه علمـي انقـلاب (رنسـانس) وروسـته پـه معنویاتو کې له تفریطه کار واخلي او مادي برخه کې افراط وکړي.

افغانستان هم په طبیعي علومو کې چندان سابقه نلري، حتی په دغـه شق کې د سل‌کلن تاریخ مدعي نه گڼـل کیـږي، ددې لپـاره چـې افغـان انسان په دغه علمي برخه کې موزون او غیرافراطـي گامونـه واخـلي، نـو د ښاغلي احمدفهیم‌سپین‌غر په مشرۍ مـو پـه ۱۳۸۸ کـال کـې زرغـون د څېړنې او ژباړې مرکز ایجاد کـړ، د زرغـون لیـدلوری پـه افغانسـتان کـې د ساینس فرهنگ او زرغونې انرژۍ وده ده، چې د ساینسي کتـابونو، رسـالو او مقـالو ژبـاړل، پـه ساینسيـ موضـوعات څېړنـې کـول، د سـیمینارونو او کنفراسـونو تـدویرل مـو کـاري لومړیتوبونـه وو، مـوږ لـس گونـه ساینسيـ کتابونـه وژبـاړل او لـه دې سره جوخـت مـو د افغانسـتان پـه تـاریخ کـې د لومړي ځل لپاره «افغان طبیعي علومو ټولنه» چې د افغـان سـاینس‌پوهانو لپاره د راټولیدلو ځای دی ایجاد کړه، هوډ لرو چې ددغه هلوځلو په پایلـه کې افغانستان د طبیعي علومو او تکنالوژۍ په تولید کې برخـه واخـلي او له مصرفـي حالتـه راووزي. لـه ټولـو هغـو فرهنگپـالو پـه ځـانگړي ډول لـه شیراحمد سعیدي، حـاجي نـذیر خروټـي او انجنیـر عبـدالباقي سـلطاني څخه مننه کوم چې فرهنگي چارو ته ځانگړې پاملرنه کوي.

انجنیر محمدافضل ذاکر

د زرغون څېړنې او ژباړې مرکز مشر

د ژباړنې خبرې

ستاسې مخې ته پروت کتاب د رياضي د لړۍ يوه کړۍ ده، د دغه يوويشت ټوکو لړۍ کتابونه په ترتيب عبارت دي له: سيټ، توان، الجبري افادې، الجبري مطابقتونه، د الجبري افادو تجزيه، جذر، لومړۍ درجه افادې، دويمه درجه افادې، نامساوات، د پولينومونو تقسيم، دکارتي هندسه، مثلثات۱، مثلثات۲، مطلقه قيمت، زينه‌يي تابع(صحيح جز)، لوگارتم، تابع، ليمټ، متماديت، مشتق او د مشتق کارونې څخه. دغه لړۍ د رياضي ټولو شايقينو ته ده چې په لوست سره يې په رياضي برخه کې هر ډول ستونزه حل کېدلی شي.

کابو ديرش کاله مې د رياضي او فزيک تدريس کړی، ډېری وخت به د ديپارټمنټ همکارانو راته کړل: «شاگردان په رياضي کې غبي دي، نه پوهيږو څه ورسره وکړو». په دې هکله له فکر وروسته مو درک کړه چې ستونزه په شاگردانو کې نه ده بلکې د دغه ستونزې لمن پراخه ده او نور ډېر فکټورونه په ځان کې لري. موږ شايد کله هم فکر نه وي کړی چې درسي نصاب څومره د زده کوونکو له اړتياوو سره سم جوړ دی؟ شايد پام مو نه وي شوی چې څرنگه درسي پلان جوړ کړو ترڅو له رياضي سره د زده کوونکو مينه زياته شي؟ شايد موږ معلمينو کله هم خپل سر گريوان ته نه وي کړی او له ځانه مو نه وي پوښتلي چې ايا زما د تدريس طريقه سمه ده، که نه؟ نو بناً ويلی شو چې که شاگرد رياضي نشي- زده کولی بايد له شاگرد سره جوخت، درسي نصاب، درسي پلان او د خپل تدريس طريقه هم وارزوو.

رياضي هغه وخت ښه تدريس کېدلی شي چې د نصاب کارپوهان درسي نصاب د ښوونکو سره په مشوره او د شاگردانو له ورځنيو اړتياوو سره سم جوړ کړي. ښوونکي بايد درسي پلان او د تدريس طريقه د شاگردانو په خوښه وټاکي داسې نه خدای مه کړه له يوې خوا د رياضي محتوايي وچوالی او له بل لوري د ښوونکي نامناسبه درسي طريقه باعث شي ترڅو ابداً له رياضي څخه د شاگرد زړه تور شي. اصولاً په ټوله نړۍ کې دا باب دی چې د يوې برخې کارپوه په خپله کاري حوزه کې له کلونو کار وروسته په ليکلو يا ژباړلو پيل کوي. زه هم د رياضي او فزيک برخې د متقاعدې استادې په توگه هڅه کوم چې مناسب متنونه په رياضي او فزيک برخه کې را وژباړم ترڅو د درسي موادو له درکه د شاگردانو او ښوونکو ستونزه تر يوه بريده حل شي. د اوس لپاره خو د رياضي دغه لړۍ وگورئ، که عمر باقي و، نورې هڅې به هم کوو.

کاميابي مو غواړم

پشتون گل رسولي

سریزه

له مهربان خدای څخه منندوی یم چې په ډېر صداقت، تمایل او پرته له ریا مې علم پالو کسانو ته یو څه خدمت وکړ.

هڅه مې کړې چې کتاب له گونگوالي او اغماضه خالي وي، خدای وکړي زموږ دا هڅه د علمي ټولنې د منلو وړ وگرځي.

د ټولو استادانو او په ځانگړي توگه د «نسل نو اندیش» خپرنځي مسؤل ښاغلي بېژن علیپور څخه مننه کوم چې په دې برخه کې یې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې وکړې، ارامه او کامیاب ژوند ورته غواړم.

پیمان گردلو

ژمی ۱۳۸۵

د دغه لړۍ په هکله څو خبرې

د پیمان گردلو، د ریاضي مسلسل او مهم یوویشت ټوکه کتابونه په لاندې ډول دي:

1. سیټونه
2. توان
3. الجبري افادې
4. الجبري مطابقتونه
5. د الجبري افادو تجزیه
6. جذر
7. لومړۍ درجه افادې
8. دویمه درجه افادې
9. نامساوات
10. د پولینومونو تقسیم
11. دکارتي هندسه
12. مثلثات (لومړی ټوک)
13. مثلثات (دویم ټوک)
14. مطلقه قیمت
15. زینه‌یي تابع
16. لوگارتم
17. تابع
18. لیمټ
19. متمادیت
20. مشتق
21. د مشتق کارونې

د ریاضي دغه لړۍ د ښوونځیو لپاره د مرجع حیثیت لري او په ریاضي برخه کې د لوړو زده کړو لپاره بنسټ جوړوي. په دې کتابونو کې ټول مباحث په خورا دقت او د جزئیاتو په پام کې نیولو سره تر بحث لاندې نیول شوي او ټول موضوعات د بې ساري او بېلابېلو مثالونو په بیان سره بدرگه کېږي.

ددغه لړۍ ټول کتابونه گرانې خور استاد پشتون‌گل رسولي له فارسي څخه پښتو ته په پخو ادبیاتو او خوږو عباراتو په بریالیتوب سره ترجمه کړي. بې له شکه دا لوی کار د گران هېواد د ځوان نسل لپاره ستر خدمت او د وطن دوستۍ صریح نښه بلل کېږي.

د الله پاک څخه د استاد لپاره د نورو بریالیتوبونو هیله من یم.

پوهاند ډاکټر محمدانور غوري

د کابل پوهنتون د ریاضي پوهنځي رئیس

یادښت

تاریخ راته وایي چې هر ډول ټولنیز-اقتصادي تحول د مادي وسایلو له تحول سره کلک تړلی دی. بلخوا، غوڅ اکثریت مادي تحولاتو کې فزیک فعاله ونډه لرلې ده، یعنې فزیک د معاصر انسان په نړۍلید کې اساسي نقش لوبولی.

هېڅ علم له فلسفې سره دومره اُرګانیکه اړیکه نلري لکه فزیک یې چې لري. پخوا زمانو کې به دیني حلقاتو ته منسوب بنيادمان د فزیک له ودې بېریدل، ځکه فزیک نړۍ هغسې معرفي کوي څرنګه چې ده. د هغه وخت دخلکو دغه بېره د فزیک په فلسفي بُعد دلالت کوي، اما په فزیک کې د نسبیت، کوانتم او سترینګ تیوري منځته راتلل په مطلق ډول فزیک د فلسفې د جز په توګه تائید کړ.

بالمقابل د فزیک د محصل په توګه په دې باوري یم چې په قاطع توګه د فزیک په وده کې ریاضي اساسي نقش درلودلی او لري یې. که موږ د فزیک هرې برخې ته ځېر شو نو ریاضي به پکې ووینو. ځکه د طبیعت ټول اجزاء یوه بل پورې اړوند دي او د اجزاوو دغه اړیکه د تابع په مرسته ښودل کېږي تابع او د تابع اجزاء(لیمت، مشتق او انتیګرال) د فزیک کُلیات جوړوي.

اوس که څوک د بشري تحول په هکله ګرابي نو باید د ریاضي-فزیک په نقش او کارکړو بلد وي، تر څو په سمه توګه د بشري ارتقا او اقتصادي-ټولنیزو مناسباتو وړاندوینې وکړلی شي. یا که څوک له فلسفي مباحثو سره مینه لري او فلسفه کې دننه تلل غواړي نو باید د ریاضي-فزیک په اساساتو پوه وي، کنه نو سفسطې به غړوي. یا که څوک د تکنالوژۍ ماهر کېدل غواړي نو باید چې ریاضي-فزیک ته په کمه سترګه ونه ګوري.

کله چې محصل وم په ساینس برخه کې د درسي وثایقو پسې به لالهانده وم. معتبرې علمي منابع به کمي یا اصلا نه وې ځکه خو مو د احمدفهیم سپینغر په مشرۍ په دغه علمي حوزه کې د یو لړ علمي کارونو د ترسره کولو هوډ وکړ. د دغو هڅو لړۍ دا ده نن د ریاضي برخې د دایره‌المعارف چاپېدو ته را ورسېدله. د ریاضي دغه جامع لړۍ چې ستاسې په لاس کې ده، آغلې استاد پشتون‌ګل رسولي ژباړلې، تر کومه ځایه چې مې ژباړه لوستې موزونه او متوازنه ده. اصل کتاب کې هم د موضوعاتو تسلسل تر ډېره رعایت شوی، خو له دې چې د دایره‌المعارف یا مرجع حیثیت لري، نو ځینې ځایونو کې ځینې موضوعات تر وخت د مخه هم راغلي. خو په ټوله کې دغه لړۍ ټولو زده کوونکو، محصلینو او د ریاضي مینه والو ته ګټوره تمامېدلی شي، ویې پېرئ، زده یې کړئ او ورزده یې کړئ.

تاسې جار شم

انجنیر مطیع الله هوتک

د افغان طبیعي علومو ټولنې مؤسس

۱۳۹۶-۱۲-۱۵ سه شنبه د شپې یوولس نیمې بجې

رياضي د علومو مبادي ده

هنر له کيفيت سره او علوم له کميت سره کار لري، يعنې کله کله يو فرد شعر نسبت يوه اوږد شعر ته ډېر تاثير لري، ځکه شعر هنر دی او په هنر کې اصل، کيفيت دی نه کميت. بالمقابل دوه ماليکوله هايدروجن له يوه ماليکول اوکسيجن سره يو ځای کېږي اوبه جوړوي، دلته بحث د اوکسيجن او هايدروجن د ماليکولونو پر کيفيت نه، بلکې پر کميت يې دی. يعنې له دريو ماليکولونو هايدروجن او څلور ماليکولونو اوکسيجن څخه هېڅکله اوبه نشو ترلاسه کولی. ځکه خو وايو هنريت له کيفيت او علميت له کميت سره تړاو لري او د کميت بيان يوازې د رياضي په مرسته شونی دی.

بناً کله چې د علومو اساس کميت وي او د کميت بيان د رياضي په مرسته ممکن وي، خود به رياضي د ټولو علومو مبادي ګڼل کېږي. رياضي ته ځکه د علومو مبادي وايي، چې پرته له هغې د نورو علومو حصول ناممکن دی. په انجنيرۍ کې د کانال ميل يا د سړک ميل د تانجانت په مرسته معلوموي او تانجانت د رياضي موضوع ده. په برق-فزيک کې وايي کله چې مقاومت زياتيږي، امپير کمېږي د امپير او مقامت دغه رابطه د معکوس تناسب په ذريعه ښودل کېږي او معکوس تناسب د رياضي مبحث دی. په کيميا کې غلظت مساوي کېږي په (د هايدروجن د شمېر-منفي لوګارتم)، لوګارتم هم د رياضي بحث دی. ان سوداګري هم د رياضي په مرسته کېږي، تخفيف، د ګټې فيصدي او کميشن د رياضي په مرسته معلوميږي. يعنې که يو انجنير په تانجانت نه وي پوه، ميل نشي معلومولی. همدارنګه که د فزيکپوه تناسب نه وي زده، د امپير او مقاومت اړيکه نشي ښودلی او که د کيمياپوه لوګارتم نه وي زده، غلظت نشي معلومولی. او يو سوداګر په حساب د نه پوهېدو له وجهې ممکن موفق سوداګر ونه اوسي.

اوس نو که څوک علومو ته لاسرسی غواړي، نو لومړی دی رياضي په اساسي توګه زده کړي. د رياضي د زده کړې لومړی شرط معتبرو منابعو ته لاسرسی دی، له نيکه بختة ستاسې په لاس کې د رياضي دغه يوويشت ټوکه لړۍ چې آغلې استاد پشتون‌ګل رسولي، پښتو ژبې ته ترجمه کړې، متعلمينو او محصلينو ته د يوې مؤثرې او معتبرې مرجع په توګه واقع کېدلی شي. ارزو لرم، دغه لړۍ بار بار ولولئ او مثالونه يې له ځانه سره تکراراً کار کړئ په دې توګه به مو د ټولو علومو الفبا زده کړې وي.

انجنيرغلام‌نقيب‌رسولي

د اوبو او برېښنا وزارت متقاعد انجنير

رياضي (د کائناتو ژبه)

څلور پېړۍ مخکې (1610 کال کې)، کله چې ګالیله څرګنده کړه چې ځمګه د لمر په چاپېر چورلي، نو د کایناتو ژبه یې ریاضیکې ژبه وبلله او مثلثونه، دایرې او نور هندسي شکلونه یې د دې ژبې توري وبلل. ګاووس ریاضیات "د علومو ملکه" بللې. په 2010 کې معاصر ریاضي‌پوه، "پروفیسور ډیو سوټ وې" وویل: "یقیناً تلسکوپونه او مایکروسکوپونه، کتنې او تجربې یو نقش لري چې باید و یې لوبوي، خو زه باور لرم چې د معاصر ساینس تر شا اصلي چلوونکې قوه ریاضیات دي." د دې خبرو او د ورځني پدیدو پر بنسټ ټول د ریاضیاتو پر اهمیت پوهېږي او انکار ترې نشي کېدلی. خو پر دومره ستر اهمیت سربېره موږ په دې برخه کې د نورو برخو په څېر تر هر چا خوار یو. ځکه نه په نورو ژبو پوهېږو او نه په خپلو ژبو کافي مواد لرو.

د پوهنتونونو د محصلینو تر ټولو ستره ستونزه له درسي موادو سره ده. کله چې محصل وم، تقریباً ټول کتابونه مو په انګلسي وو، خو زیاتره محصلین یا خو په انګلیسي نه پوهېدل یا خو ډېر کم پرې پوهېدل. دوی ته به تر ټولو ښه خبر دا و چې کوم چا به کوم درس وژباړه. له بلې خوا په نورو پوهنځیو کې ستونزه دا وه چې درسي مواد یې اصلاً د پوهېدلو وړ نه وو. درسي چپټرونه خو یا پخواني دي او یا هم په ډېر بې کیفیته ډول لیکل شوي یا ژباړل شوي دي. باور لرم که مو په خپلو ژبو کې با کیفیته درسي مواد لرلی، د لوړو زده کړو حالت به له اوسني هغه څخه په ځلونو غوره و.

لومړی ځل دی چې په ریاضیاتو او په ټوله کې د ساینس په برخه کې په دومره شمېر کتابونه ژباړل کېږي او خپرېږي، یو کال مخکې په ټول هېواد کې څه باندې سل کتابونه چاپ شوي وو چې زیاتره یې د سیاسي او ټولنیزو کتابونو ژباړې وي. دغه کتاب د ریاضي د یووشتو کتابونو له سلسلې څخه یو کتاب دی، له دې ور هاخوا د دې کتابونو او د ژباړې په اړه یې ځینې ټکي شته دي، چې دا کتابونه له نورو څخه بېلوي. ټول کتابونه یوه لړۍ ده او یوه لیکوال لیکلې. ټول کتابونه ، یوې ژباړنې ژباړلي، چې پر ریاضیاتو او نورو ساینسي-مضمونو هم ښه برلاسی لري، کلونه کلونه یې تدریس کړي، او هم د ژباړې او لیکنې تجربه لري. د دې کتابونو د ژباړې په اړه مهمه خبره دا ده چې له دقیق ایډېټ او بیا کتنې وروسته یو ځای خپرېږي.

باور لرم چې دا کتابونه د ښوونځیو او کورسونو د زده کوونکو او د انسټېټونو او پوهنتونونو د محصلینو لپاره، په افغانستان کې غوره درسي مواد او د مطالعې لپاره د ریاضیاتو تر ټولو غوره کتابونه دي، او د ریاضیاتو په برخه کې د زده کوونکو ستونزې تر ډېره حلولی شي. دا کتابونه باید هر افغان زده کوونکي او محصل ته ورسول شي. راځئ چې دا کتابونه تر هره کوره او تر هر ټولګي پورې ورسوو.

استاد پشتون ګل رسولي ته د دې ستر کار مبارکي وایم، الله د پوره صحت، اوږد عمر او د ساینس او ژباړې په برخه کې لا حوصله او توفیق ورکړي.

انجنیر عبدالباقي سلطاني

لړلیک

سرلیک	مخګڼه

1) سریزه...1

2) د تجزیې ډولونه...1

2−1) د فکتور نیونې په مرسته تجزیه...1

2−2) د ډلبندۍ او فکتور نیونې په مرسته تجزیه...1

2−3) د لومړي او دویم ډوله مطابقت په مرسته تجزیه...2

2−4) د مزدوج مطابقت په مرسته تجزیه...2

2−5) د ګډې جملې مطابقت په مرسته تجزیه...3

2−6) د دوو مکعبو جملو د جمع او تفریق مطابقونو په ذریعه تجزیه...................................3

2−7) د زیاتونې او کمونې په مرسته تجزیه..4

2−8) د اویلر مطابقت په مرسته تجزیه او پایلې یې..4

2−9) د لاندې مطابقتونو په مرسته تجزیه...5

2−10) د ځینو جملو د ماتولو په مرسته تجزیه...5

2−11) د نامعین ضریبونو طریقې په مرسته تجزیه...5

2−12) د معادلې له حل څخه ګټه اخیستنه..6

2−13) د الجبري عبارتونو په تجزیه کې له دوره یي ځانګړنې ګټه اخیستنه..............................6

3) د تجزیې کارونې..7

3−1) د یوه الجبري عبارت د ترټولو ستر ګډ قاسم او تر ټولو وړو کی ګډ مضرب محاسبه...7

3−2) د کسرونو ساده کول...8

3−3) د کسرونو ضرب او تقسیم...9

3−4) د کسرونو جمع او تفریق...9

4) په څو ساده کسرونو د یوه کسر تجزیه...13

1. سریزه

کله چې یوه الجبري افاده د دوو یا څو (صحیح ضریب لرونکي) الجبري افادو د ضرب پر حاصل واوړي، دې ته د الجبري افادې تجزیه وایي.

د $3x+2y$ ، $x+y+z$ ، x^2+1 ته ورته افاده نشو کولی د صحیح ضریب لرونکي الجبري افادې د ضرب حاصل په توګه واړوو.

اما x^2+x یا $9x^2-16y^2$ الجبري افاده کولی شو د الجبری افادو د ضرب حاصل په توګه ولیکو.

د تجزیې ډولونه

2-1) د فکتور نیونې په مرسته تجزیه

په دې طریقه کې د ګډو الجبري حدونو له تر ټولو ستر مقسوم علیه څخه فکتور نیسو.

مثال) لاندې افادې د فکتور نیونې په ذریعه تجزیه کړئ.

1) $2ab+3b$

2) $5a^2b^3+10a^3b^2$

3) $18a^4b^2c^4+12a^2b^4c^4+24a^2b^4c^4$

4) $4a^2(a+b)+8a(a+b)$

5) $2(a-b)^2-(a-b)$

6) $35a^3b-77a^2b+14ab$

7) $4a^2b(a+b)+2ab^2(a+b)$

8) $25a^2+30a^3-35a^6$

2-2) د ډلبندۍ او فکتور نیونې په مرسته تجزیه

که د یوې افادې ټول حدونه ګډ عامل ونلري، هر هغه حد چې ګډ عامل لري فکتور نیونه یې کوو، داسې چې په دویم ګام کې هم ګډ فکتور پیدا کړی شي.

مثال) لاندې افادې د ډلبندۍ او فکتور نیونې په مرسته تجزیه کړئ.

9) $x^4+x^3+x^2+4x+3$

10) $ac+bc+ad+bd$

11) $ac-bc+ad-bd$

12) $6ax+9ay-4bx-6by$

13) $a^5-a^4+a^3-a^2$

14) $8ax-bx+8ay-by$

15) a^3-2a+a^3-2

16) $x^2+ax+ab+bx$

17) $(a+b+c)^3-(a^3+b^3+c^3)$

18) $ab(a-b)+bc(b+c)+ac(a-c)$

19) $4x^4-4x^2y^2+y^4-4x^4y^4$

20) $y^3(a-x)-x^3(a-y)+a^3(x-y)$

21) $2x^4+x^3+4x^2+x+2$

22) $x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$

23) $x^2y+xy^2+x^2z+xz^2+y^2z+yz^2+3xyz$

2-3) د لومړي او دویم ډوله مطابقت په مرسته تجزیه

یادونه کوو چې:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

مثال) لاندې افادې د لومړي او دویم ډوله مطابقت په مرسته تجزیه کړئ.

24) $x^2 + 6x + 9$
25) $25a^2 - 30ab + 9b^2$
26) $4x^2 + 12xy + 9y^2$
27) $2x - x^2 - 1$
28) $9a^2 + 12ab + 4b^2$
29) $(a-b)^2 + 2(b-a) + 1$
30) $a^8 + 6a^4 + 9$
31) $5b^4 + 10b^2 + 5$
32) $a^8 - 32a^4 + 256$
33) $8x^2 + 8x + 2$
34) $20x^2 - 100x + 125$
35) $a^6 + a^4 + a^2b^2 + b^4 - b^6$

2-4) د مزدوج مطابقت په مرسته تجزیه

یادونه کوو چې:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

مثال) لاندې افادې د مزدوج مطابقت په مرسته تجزیه کړئ.

36) $x^2 - 4$
37) $4a^2 - 9b^2$
38) $x^4 - 16$
39) $(2a+b)^2 - 25$
40) $1 - (2x-3)^2$
41) $(4x+3)^2 - (3x-1)^2$
42) $16x^4 - 625$
43) $121a^3x - 49ax^3$
44) $2 - 2(x-3)^2$
45) $(x+1)^4 - (x-1)^4$
46) $3x^5 - 48xy^4$
47) $b^2y - b^2 - a^2y + a^2$
48) $4x^2 + 2x - 9y^2 - 3y$
49) $x^2 + 10y - y^2 - 25$
50) $x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1$
51) $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$
52) $1 - 4x^2 - y^2 - 4xy$
53) $3x^2 - 27y^2$
54) $4x^4 - 4$
55) $x^2 - y^2 - 2x + 1$
56) $x^2 - y^2 + 2y - 1$
57) $ab(a-b) + bc(b-c) + ac(c-a)$
58) $x^3(x^2 - 7)^2 - 36x$
59) $(a+b)^2 + (a-b)^2 - (a^2 - b^2)^2 - 1$
60) $xy^2 - xz^2 + yz^2 - yx^2 + zx^2 - zy^2$
61) $x^4 + 64$

2-5) د ګډې جملې مطابقت په مرسته تجزيه

يادونه کوو چې:

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

يادونه:

که د دويمې درجې ضريب کامل مربع نه وي، درې حده د دويمې درجې له ضريب سره ضرب او تقسيموو ترڅو د دويمې درجې ضريب کامل مربع شي، وروسته بيا د ګډې حد مطابقت څخه ګټه اخلو.

مثال) لاندې افادې د ګډ حد مطابقت په مرسته تجزيه کړئ.

62) $x^2+10x+24$

63) $x^2-7x+60$

64) $4x^2-20x+21$

65) $9x^2-9xy-10y^2$

66) $25x^2-5x-42$

67) $(x-2y)^2-(x-2y)-20$

68) $2x^2+7x+3$

69) $6x^2-x-1$

70) $x^2-19x+48$

71) $100x^2+40x-21$

72) x^4-17x^2+16

73) $16x^4-52x^2+36$

74) x^6-7x^3-8

75) $a^4+a^3+a^2-2a-3$

76) $x^4-10x^2y^2+9y^4$

77) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

78) $x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$

79) $(x^2-5x)^2-36$

80) $(x^4+36)^2-25x^2(x^4+36)+156x^4$

81) $(x^2-3x)^2-14(x^2-3x)+40$

82) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

83) x^3+3x^2+5x+6

84) $x^4+x^3+x^2+4x+3$

85) $5x^2-40x+75$

86) $50x^2-30xy+56y^2$

87) x^4-10^2+9

88) $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$

89) $(a+b)^2-5a-5b+4$

90) a^8-5a^4+4

91) $2a^2(b^2+c^2)-b^2(2c^2+b^2)-(a^4+c^2)$

92) $(x+2)(x+3)(x+5)(x+4)-120$

93) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

94) $x^2+4y^2-5x+10-4xy-24$

95) $(x+1)(x+3)(x+7)(x+5)+15$

2-6) د دوو مکعبو حدونو د جمع او تفريق مطابقتونو په ذريعه تجزيه

بايد ووايو چې:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

مثال) د دوو مکعبو حدونو د تفاضل او جمع مطابقت په مرسته لاندې افادې تجزيه کړئ.

96) $8a^3+b^3$

97) $27a^3-1$

98) $64a^3-27$

99) a^3+125

100) $\left(18a^3+4b^3\right)^2-\left(9a^3-5b^3\right)^2$ 101) $\left(x^5-1\right)-x^2(x-1)$

102) $x^4+2x^3-7x^2-8x+12$ 103) $x^7+x^4-16x^3-16$

104) x^3-4x^2+5x-2 105) a^3+a-10

106) $ax^3+x^2+x+1-a$ 107) $8a^3+b^3-4a^2b-2ab^2$

108) a^6-b^6 109) $a^3+b^3-a^2+ab-b^2$

110) $a^2b^2(b-a)+b^2c^2(c-b)+c^2a^2(a-c)$

111) $a^2\left(b^3-c^3\right)+b^2\left(c^3-a^3\right)+c^2\left(a^3-b^3\right)$

112) $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$ 113) $y^3(a-x)-x^3(a-y)+a^3(x-y)$

114) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2$ 115) $x^3+y^3-x^2y-xy^2-x-y$

2-7) د زياتونې او كمونې په مرسته تجزيه

په دې طريقه کې يوې الجبري افادې ته يو حد ورزياتوو يا يې ترې کموو، وروسته يې د الجبري مطابقتونو په ذريعه تجزيه کوو.

مثال) لاندې افادې د زياتونې او کمونې طريقې په مرسته تجزيه کړئ.

116) x^4+4 117) $a^4+a^2b^2+4$

118) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2$ 119) $a^{10}+a^5+1$

120) $\left(x^4+x^2+1\right)^2-24x^4-24x^2+29$ 121) $4x^4-5x^2y^2+y^4$

122) $x^4+y^4-11x^2y^2$ 123) $x^4-47x^2y^2+y^4$

124) x^8+x^4+1 125) $5x^5-5x\left(15x^2-144\right)$

126) $3x^3-5x+2$ 127) $(x+1)^2-13x-61$

128) $x^4+4x^2y^2+16y^4$ 129) $11x^2+15x-14$

130) $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2$ 131) x^4-6x^2+1

132) x^4-x^2+7 133) x^4+4x-1 (n صحيح او مثبت عدد)

134) $a^{5n}+a^n+1$

2-8) د اويلر مطابقت په مرسته تجزيه او پايلې يې

يادونه کوو چې:

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc\right)$$
$$=\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2\right]$$

ځانګړي حالتونه:

$$if \quad a+b+c=0\Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$$

$$a=b=c\Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$$

مثال) لاندې افادې د اویلر مطابقت په مرسته تجزیه کړئ.

135) $8x^3 + y^3 + 1 - 6xy$ 136) $a^3 + (2-a)^3 - 8$

137) $(2a-b)^3 - (a-b)^3 - a^3$ 138) $(a-b)^3 + (b-c)^3 - (a-c)^3$

139) $(a^2-b^2)^3 - (c^2-b^2)^3 + (c^2-a^2)^3$ 140) $8x^3 - y^3 - 1 - 6xy$

141) $(a-b-c)^3 + (2b-a-c)^3 + (2c-b)^3$

142) $(a^2-bc)^3 + (b^2-ac)^3 + (c^2-ab)^3 - 3(a^2-bc)(b^2-ac)(c^2-ab)$

2-9) د لاندې مطابقتونو په مرسته تجزیه

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + ...+ b^{n-1})$$
$$a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + ...+ b^{n-1})$$
(n تاق دی)

مثال) لاندې افادې تجزیه کړئ.

143) $a^5 - 1$ 144) $a^5 + 32$

2-10) د ځینو حدونو د ماتولو په مرسته تجزیه

په دې طریقه کې ځینې حدونه د دوو نورو حدونو د تفاضل یا مجموعې په توګه لیکو، وروسته بیا د ډلبندۍ او فکتور نیونې په ذریعه الجبري افادې تجزیه کوو.

مثال) لاندې افادې د ځینو حدونو د ماتولو په مرسته تجزیه کړئ.

145) $2x^2 + 5x - 3$ 146) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$

147) $a^5 - 2a^2 + 1$ 148) $x^3(x^2-7)^2 - 36x$

149) $a^2 + 8ab + 15b^2$

2-11) د نامعینو ضریبونو طریقې په مرسته تجزیه

تجزیه منونکی پولینوم کولی شو د نامعین ضریب لرونکو پولینومونو د ضرب حاصل په توګه په پام کې ونیسو، وروسته دواړه خواوې له یوه بل سره یو ځای کوو تر څو ضریبونه محاسبه کړو.

دغه طریقه هغه مهال ممکنه ده چې وکولی شو ترلاسه شوې سیستم حل کړو، ځکه دغه سیستمونه ټل حل کېدونکې نه وي.

150**مثال)** $f(x) = x^4 + x^3 + x - 1$ پولینوم د امکان په صورت کې په دوو دویمه درجه افادو تجزیه کړئ داسې چې یو عامل یې $x^2 + 1$ وي.

151**مثال)** $x^4 + 2x^2 + 5$ پولینوم د امکان په صورت کې په دوو دویمه درجه افادو تجزیه کړئ.

2 - 12) د معادلې له حل څخه ګټه اخيستنه

فرض کړئ د لاندې افادې تجزيه غوښتل شوي وي:

$$A = 4\left(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1\right)$$

A يوه څلوررمه درجه معکوسه افاده ده:

$$A = 4x^2\left(x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = 4x^2\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1\right]$$

$$if \quad x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

$$A = 4x^2\left[\left(t^2 - 2\right) + t + 1\right] = 4x^2\left(t^2 + t - 1\right)$$

د قوس د ننه افاده نسبت t ته دويمه درجه او د تجزيې وړ افاده ده او د دې افادې جذرونه $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ دي.

$$t^2 + t - 1 = (t - t_1)(t - t_2) = \left(t - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)\left[t - \left(\frac{-\sqrt{5} - 1}{2}\right)\right] = \left(t - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)\left(t + \frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)$$

$$A = 4x^2\left(t + \frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)\left(t - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right) \xrightarrow{x + \frac{1}{x} = t} A = 4x^2\left(x + \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{x} - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)$$

2–13) د الجبري افادو په تجزيه کې له دوره يي ځاګړنې ګټه اخيستنه

تعريف:

د يوې الجبري افادې دوره يي تبديل نسبت n $(k, l, \ldots, c, b, a)$ تورو ته، هغه الجبري افاده ده چې له لومړۍ افادې څخه د a په b، b په c $l, \ldots,$ په k او k په a له تبديل څخه ترلاسه شوي وي.

مثلاً $a^2 + b$ افاده نسبت b, a ته د دوره يي تبديل وروسته پر $b^2 + a$ افاده اوړي (a پر b او b پر a اړول شوې) ښکاره ده چې که په $b^2 + a$ دوره يي تبديل ترسره کړو بېرته خپل اصلي عبارت ترلاسه کيږي.

که وغواړو د $x^2 + 3xy + 4z^2$ افادې دوره يي تبديل د څلور t, z, y, x تورو په نسبت ترلاسه کړو، لرو چې:

اصلي افاده : $x^2 + 3xy + 4z^2$

لومړۍ اړونه : $y^2 + 3yz + 4t^2$

دويمه اړونه : $z^2 + 3zt + 4x^2$

درېیمه اړونه: $t^2+3tx+4y^2$

که (3) افاده یعني دویم تبدیل، پر دوره یي تبدیل ترسره شي، هماغه اصلي افاده ترلاسه کېږي.

دوره يي افادې:

يو افاده نسبت n، ($l,k,...,c,b,a$) تورو ته دوره یي ده که په لومړي دوره يي تبدیل کې پر خپل ځان بېرته واوړي.

ab افاده نسبت a او b ته او $(x-y)(y-z)(z-x)$ افاده نسبت z,y,x ته دوره يي افادې دي، ځکه په لومړي دوره يي تبديل کې بېرته پر خپل ځان اوړي.

که یوه افاده نسبت n تورو ته دوره يي نه وي، $n-1$ دوره يي تبدیلونه لري.

اصلي ځانگړنه:

د يوې دروه يي افادې اصلي ځانگړنه دا ده چې که په هر ډول ولیکل شي بېرته یوه دوره يي افاده راکوي.

هېڅکله د ساده کولو، د قوسونو د رفع کولو، تجزيه کولو، د مطابقتونو په انکشاف ورکولو او داسې نورو عمليو سره نشو کولی یوه دوره يي افاده پر یوه غیر دوره يي افاده او یا بالغکس یې واړوو.

152**مثال)** ایا لاندې مساوات مطابقت دی؟

$$(a+b-c)^3+(ab+2c)^3=(ab-2c)^3+(a+b+c)^3+3a^2bc$$

مثال) لاندې افادې تجزیه کړئ:

153) $xy(x+y)+yz(y-z)-xz(x+z)$ 154) $(x-y)^5+(y-z)^5+(z-x)^5$

155) $4(x^2+xy+y^2)^3-27x^2y^2(x+y)^2$ 156) $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$

158) $x^2y+x\ y^2+x^2z+xz^2+y^2z+yz^2+2xyz$

157) $(x+y+z)^5-x^5-y^5-z^5$

3 د تجزیې کارونې

3–1) د یوې الجبري افادې د تر ټولو ستر گډ قاسم او تر ټولو وړوکی گډ مضرب محاسبه

الف) د الجبري حدونو د تر ټولو ستر گډ قاسم ټاکل

تر هرڅه د مخه هره افاده تجزيه کوو، وروسته د تجزيه شوو افادو له ډلې تر ټول وړوکي توان لرونکي گډ عامل د یادو حدونو تر ټولو ستر گډ قاسم په توگه معرفي کوو.

ب) د الجبري حدونو د تر ټولو وړوکي گډ مضرب ټاکل

لومړی هره یوه افاده تجزیه کوو، وروسته د تجزیه شوو افادو له ډلې تر ټولو ستر توان لرونکي گډ عامل د ناگډ عواملو سره د ضرب په حالت کې د تر ټولو وړوکي گډ مضرب په توگه معرفي کوو.

مثال) د لاندې حدونو تر ټولو ستر گډ قاسم او تر ټولو وړوکی گډ مضرب وټاکئ.

159) $A=36a^2b^2c^2,\quad B=24ab^4c^4,\quad C=16a^2b^3cd$

160) $A=2^3\times3\times5\times(x-1)^2(x+1)$, $B=2^2\times3^2\times(x-1)(x-2)^2$

$C=2^4\times5^2\times(x-1)^3$, $D=2\times3^2\times(x-1)^4(x+1)^2$

161) $A=x^3-8$, $B=(x^2-4)^2$, $C=(x^4-3x^2-4)^2$

162) $A=120(x-3)^2(x-1)^3$, $B=180(x-3)(x-1)^2$, $C=144(x-3)^3(x+1)$

163) $A=9x^2-81$, $B=x^2-6x+9$, $C=5x^2-15x$

164) $A=4a^2-9$, $B)=4a^2-12a+9$, $C)10a-15$

165) $A=a^4-81$, $B=a^4+18a^2+81$

166) $A=40y^3-5$, $B=4y^2-4y+1$ $C=40y^3-60y^2+30y-5$

167) $A=x^3+8x^2+15x$, $B=x^4+3x^3-10x^2$

168) $A=x^2-2xy-15y^2$, $B=x^2+7xy+12y^2$

169) $A=24a-24b$, $B=(6a-6b)^2$, $C=(4a-4b)^3$, $D=(4a^2-9b^2)^2$

170) $A=a^3+27b^3$, $B=5a^2-45b^2$, $C=a^2+5ab+6b^2$

171) $A=a^4+a^2+1$, $B=a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$

172) $A=a^4+5a^3-36a^2$, $B=a^3+2a^2-24a$

2-3) د کسرونو ساده کول

د يوه کسر د ساده کولو لپاره صورت او مخرج يې تجزيه کوو، وروسته له صورت او مخرج څخه ګډ عوامل ساده کوو.

مثال) لاندې کسرونه ساده کړئ.

173) $\dfrac{4ax+8ay}{3bx+6by}$

174) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2+4x+4}$

175) $\dfrac{ax-bx-ay+by}{(b^2-a^2)(x-y)}$

176) $\dfrac{14b^4x\times5ay\times6a}{15a^2x\times7b^3y}$

177) $\dfrac{34a^2b^5c^5\times6a^7b^2d^3}{ac^3d^3\times51a^4b^2c^2}$

178) $\dfrac{a^3+b^3}{(a-b)^2+ab}$

179) $\dfrac{4a^2+12a+9}{4a^2-9}$

180) $\dfrac{12ax^2+3ax}{8x^2+22x+5}$

181) $\dfrac{16x^3-128}{8x^2-24x+16}$

182) $\dfrac{a^6-b^6}{(a+b)(a^3-b^3)}$

183) $\dfrac{c^2-a^2-b^2-2ab}{a+b+c}$

184) $\dfrac{x^4-9x^2}{x^4-3x^3-6x^2}$

185) $\dfrac{xy+5x+7y+35}{y+5}$

186) $\dfrac{(a^2+b^2-c^2)^2(a^2-b^2+c^2)^2}{4ab^2-4abc}$

187) $\dfrac{(a^8+2a^4x^2+x^4)(a^4-x^2)}{(a^2+x)(a^6-a^4x+a^2x^2-x^3)}$

188) $\dfrac{(x^2-1)(y^2-1)}{(xy+1)^2-(x+y)^2}$

189) $\dfrac{2x^2-11x+5}{6x^2+5x-4}$

190) $\dfrac{6x^3+3x^2-3x}{2x^2+x-1}$

191) $\dfrac{a^6+a^4+a^2+1}{a^3+a^2+a+1}\ ,\quad a\neq -1$

192) $\dfrac{(a^2+b^2)^2-a^2b^2}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}$

193) $\dfrac{5a^4+5a^2-3a^2b-3b}{a^4+3a^2+2}$

194) $\dfrac{2a^4+7a^2+6}{3a^4+3a^2-6}$

195) $\dfrac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^6-b^6}$

196) $\dfrac{a^4-a^2-12}{a^4+8a^2+15}$

4-3) د کسرونو ضرب او تقسیم

د څو کسرونو د حاصل ضرب د ترلاسه کولو لپاره، لومړی کسرونه ساده کوو، بیا صورتونه له یوه بل او مخرجونه له یوه بل سره ضربوو.

د تقسیم د ترسره کولو لپاره لومړی د تقسیم نښه پر ضرب اړوو، دویم کسر معکوسوو او بیا د کسرونو د ضرب په شان عمل ورسره کوو.

مثال) لاندې د ضرب یا تقسم حاصل ترلاسه کړئ.

197) $\dfrac{6a^4b^2c}{7x^2y}\times\dfrac{14x^4y}{12a^2b^4}$

198) $\dfrac{2c-2a}{4a+4b}\times\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$

199) $\dfrac{6x^2+x-1}{9x^2+9x-4}\times\dfrac{9x^2-16}{4x^2+4x+1}$

200) $\dfrac{4x^2-9a^2}{ab-a^2}\div\dfrac{2x-3a}{a^3b-a^4}$

201) $\dfrac{a^3-8}{a^2-a-2}\div\dfrac{2a^2+4a+8}{2a+2}$

202) $\dfrac{x^2-4}{x^2-x-2}\times\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-2x-8}$

203) $\dfrac{a^2b^2+3ab}{4a^2-1}\times\dfrac{2a+1}{ab+3}$

204) $\dfrac{4x^2-9a^2}{ab-a^2}\div\dfrac{2x-3a}{a^3b-a^4}$

205) $\dfrac{x^3+y^3}{x^4-y^4}\times\dfrac{x^2y+y^3}{x^4+x^2y^2+y^4}\times\dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y}$

206) $\dfrac{x^2-x-2}{a^2-b^2}\div\dfrac{x-2}{a^2+ab}$

3-4) د کسرونو جمع او تفریق

د کسرونو د جمع او تفریق د محاسبې لپاره لومړی هر کسر د امکان تر حده ساده کوو، بیا کسرونه هم مخرجوو، یعنې مخرجونه تجزیه کوو، د مخرجونو تر ټولو وړوکی ګډ مضرب ترلاسه کوو او د ګډ مخرج په توګه یې ټاکو.

دکسرونو له هم مخرجه کولو وروسته، يو مخرج ليکو او د صورت الجبري مجموعه د صورت په ځای کې ليکو.

مثال) لاندې مساوات ثبوت کړئ:

207) $\frac{1}{x}+\frac{3x}{x+1}-\frac{1}{x(x+1)}=\frac{3x+1}{x+1}$

208) $\frac{2x^3-x^3}{x^4+x^3}-\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}+\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{3-x^2}{x+1}$

209) $1+x+x^2+\frac{x^3}{1-x}=\frac{1}{1-x}$

210) $\frac{30a}{9a^2-1}+\frac{4}{3a-1}-\frac{5}{3a+1}=\frac{9}{3a-1}$

211) $\frac{x}{x^2+5x+6}+\frac{15}{x^2+9x+14}-\frac{12}{x^2+10x+21}=\frac{1}{x+2}$

212) $\frac{a^2+ac}{a^2c-c^3}-\frac{a^2-c^2}{a^2c+2ac^2+c^3}+\frac{2c}{c^2-a^2}-\frac{3}{a+c}=0$

213) $\frac{x}{x^2-y^2}+\frac{y}{x^2+y^2}+\frac{x^3+y^3}{y^4-x^4}+\frac{xy}{(x+y)\left(x^2+y^2\right)}=\frac{2x}{x^2+y^2}$

214) $\left(a^2-x+\frac{2x^2}{a^2+x}\right)\left(a^2+x\right)=a^4+x^2$

215) $\left(\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x}-1\right)=\frac{1}{x}$

216) $\frac{a}{a^2-1}+\frac{a^2+a-1}{a^3-a^2+a-1}+\frac{a^2-a-1}{a^3+a^2+a+1}-\frac{2a^3}{a^4-1}=\frac{a}{a^2-1}$

217) $\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)=\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$

218) $\frac{bc}{(a-c)(a-b)}+\frac{ac}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab}{(c-a)(c-b)}=1$

219) $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}+\frac{b+c}{(c-a)(a-b)}+\frac{c+a}{(a-b)(b-c)}=0$

220) $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}-\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}+\frac{2b^3-b^2+a^2}{a^2-b^2}=1$

221) $\frac{3a-6b}{a+b}-\frac{5a-6b}{a-b}-\frac{4a-5b}{a+b}+\frac{7a-8b}{a-b}=1$

222) $\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)\left(\frac{3}{4x}+\frac{x}{4}-x\right)=3$

223) $\left(\frac{a+b}{2a-2b}-\frac{a-b}{2a+2b}+\frac{2b^2}{a^2-b^2}\right)\times\frac{(a-b)^2}{2b}=a-b$

224) $\frac{x+1}{2x-2}-\frac{x-1}{2x+2}-\frac{4x}{x^2-1}+\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{x-1}{x+1}$

225) $\frac{a}{a-b}-\frac{a}{a+b}+\frac{2a}{a^2+b^2}+\frac{4a^2b^2}{a^4-b^4}=\frac{2a}{a-b}$

226) $\dfrac{\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}}{\left(\frac{1+x}{1-x}-1\right)\left(1-\frac{1}{1+x}\right)}=1$

227) $\frac{x^2y^2}{a^2b^2}+\frac{(x^2-a^2)(y^2-a^2)}{a^2(a^2-b^2)}+\frac{(x^2-b^2)(y^2-b^2)}{b^2(b^2-a^2)}=1$

228) $\frac{(x+b)(x+c)}{(a-b)(a-c)}+\frac{(x+c)(x+a)}{(b-c)(b-a)}+\frac{(x+a)(x+b)}{(c-a)(c-b)}=1$

229) $\frac{1+a}{(a-b)(a-c)}+\frac{1+b}{(b-c)(b-a)}+\frac{1+c}{(c-a)(c-b)}=0$

230) $\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}=\frac{1}{abc}$

131) $\frac{x^4-(x-1)^2}{(x^2+1)^2-x^2}+\frac{x^4-(x-1)^2}{x^2(x+1)^2-1}+\frac{x^2(x-1)^2-1}{x^2-(x^2+1)^2}=1$

132) $\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}+\frac{2ab}{b^2-a^2}\right)\frac{a}{a-b}+\left(\frac{b}{b-a}+\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)=1$

233) $\left[\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)^{-1}\right]\left[\left(1+\frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{x-y}\right)\right]^{-1}=1$

234) $\left(\frac{a^2-6a+5}{a^2-7a+10}-\frac{a^2-6a+8}{a^2-5a+4}\right)\div\frac{1}{a^2-3a+2}=2a-3$

235) $\frac{(a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3}{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}=(a+b)(b+c)(c+a)$

236) $\left(\frac{b}{a+b}+a\right)\left(\frac{a}{a-b}-b\right)-\left(\frac{a}{a+b}+b\right)\left(\frac{b}{a-b}-a\right)=2ab$

237) $\dfrac{y^2}{x^3-y^3}+\dfrac{x^3y^2}{y^6-x^6}=\dfrac{y^5}{(x^3-y^3)(x^3+y^3)}$

238) $1-2x+x^2+\dfrac{1-x^4}{1+2x+x^2}=\dfrac{2(1-x)}{1+x}$

239) $\dfrac{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}-1}{\dfrac{x^2}{y^2}+\dfrac{x}{y}+1}\times\dfrac{1+\dfrac{y}{x}}{x-y}\div\dfrac{1+\dfrac{y^3}{x^3}}{\dfrac{x^2}{y}-\dfrac{y^2}{x}}=1$

240) $\dfrac{5}{(x^{-1}+y^{-1})-1}=\dfrac{5(x+y)}{xy}$

241) $\left(1-x+\dfrac{4+x^2}{1+x}\right)(1-x^2)=5(1-x)$

242) $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-a)(b-c)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

243) $\left(1-\dfrac{a-b}{a+b}\right)\div\left(\dfrac{a+b}{a-b}-1\right)=\dfrac{a-b}{a+b}$

244) $\dfrac{b+c}{bc}(b^2+c^2-a^2)+\dfrac{c+a}{ca}(c^2+a^2-b^2)+\dfrac{a+b}{ab}(a^2+b^2-c^2)=2(a+b+c)$

245) $\dfrac{1}{a^2bc}\,\dfrac{1}{ab^2c}+\dfrac{1}{abc^2}=\dfrac{bc+ac+ab}{a^2b^2c^2}$

246) $\dfrac{3a}{a^2-16}-\dfrac{2}{(a-4)}=\dfrac{(a-8)}{(a-4)(a+4)}$

247) $\dfrac{a}{3+a}+\dfrac{a}{3-a}+\dfrac{2a^2}{9-a^2}=\dfrac{2a}{3-a}$

248) $\dfrac{3x}{x+2}+\dfrac{12x}{x^2-4}-\dfrac{3x^2-12}{x^2-4}=\dfrac{6}{(x-2)}$

249) $\dfrac{a+5}{a-1}-\dfrac{6}{a^2+a+1}-\dfrac{6(a^2+2)}{a^3-1}=1$

250) $1-x-x^2-\dfrac{x^3}{1+x}=\dfrac{1}{1+x}$

151) $1-2x+x^2+\dfrac{1-x^4}{1+2x+x^2}=\dfrac{2(1-x)}{1+x}$

252) $\dfrac{x-2y}{xy}+\dfrac{3y-a}{ay}=\dfrac{3x-2a}{ax}=0$

253 **مثال**) $a+b+c=2s$ $\quad a^2+b^2+c^2=2\delta^2$) د لومړي حد په فرضولو سره دويم حد

ثابت کړئ.

$$\left(\delta^2-a^2\right)\left(\delta^2-b^2\right)+\left(\delta^2-b^2\right)\left(\delta^2-c^2\right)+\left(\delta^2-c^2\right)\left(\delta^2-a^2\right)=4S(S-a)(S-b)(S-c)$$

153**مثال)** $(a+b+c)^3-(a+b-c)^3-(b+c-a)^3-(c+a-b)^3$ افاده ساده کړئ.

254 **مثال)** ثبوت کړئ چې که $a+b+c=0$ وي، نو لرو چې :

$$\left(a^2+b^2+c^2\right)^2=2\left(a^4+b^4+c^4\right)$$

مثال) د $a+b+c=0$ په فرضولو سره ثبوت کړئ چې:

256) $2\left(a^5+b^5+c^5\right)=5abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$

257) $10\left(a^7+b^7+c^7\right)=7\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a^5+b^5+c^5\right)$

4. په څو ساده کسرونو د یوه کسر تجزیه

په څو ساده کسرونو د یوه کسر اړولو ته تجزیه وایي.

د کسر د تجزیې په موخه لومړی هغه ساده کوو او فرضوو چې داسې کسر دی چې د صورت درجه یې د مخرج تر درجې وړوکې ده. که داسې نه وي کولی شو صورت پرمخرج تقسیم کړو او هغه د پولینوم او یوه کسر د مجموع په شان(چې د صورت درجه یې د مخرج تر هغه وړوکې وي) تبدیلوو.

د هغه کسر د تجزیې لپاره چې د صورت درجه یې د مخرج تر درجې وړوکې وي، د لومړیو عواملو په ضرب سره یې تجزیه کوو، او وروسته د لاندې قانون په پام کې نیولو سره یې تجزیه کوو:

فرض کړئ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ته ورته کسر ولرو:

$$g(x)=(x-a)^k(x-b)^t\ldots\left(x^2+\alpha x+\beta\right)^r\left(x^2+\gamma x+\lambda\right)^s\ldots.$$

په دې کې دوه حده افادې بېلې او درې حده افادې بېلې وي او درې حده افادې باید حقیقي جذر ونلري.

نو په دې صورت کې یې لیکو:

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{A_1}{(x-a)}+\frac{A_2}{(x-a)^2}+\cdots+\frac{A_K}{(x-a)^K}+\frac{B_1}{(x-b)^1}+\frac{B_2}{(x-b)^2}+\cdots+\frac{B_t}{(x-b)^t}$$
$$+\frac{M_1x+N_1}{\left(x^2+\alpha x+\beta\right)^1}+\frac{M_2x+N_2}{\left(x^2+\alpha x+\beta\right)^2}+\cdots+\frac{M_rx+N_r}{\left(x^2+\alpha x+\beta\right)^r}$$
$$+\frac{R_1x+L_1}{\left(x^2+\gamma x+\lambda\right)^1}+\frac{R_2x+L_2}{\left(x^2+\gamma x+\lambda\right)^2}+\cdots+\frac{R_sx+L_s}{\left(x^2+\gamma x+\lambda\right)^s}$$

د ښي خوا کسرونو له مخرج نیونې او لـه $p(x)$ سره د صورت متحد کولو وروسته لاندې مقدارونه ترلاسه کېږي.

$$\cdots L_2L_1\cdots R_2R_1\cdots N_2N_1\cdots M_2M_1\cdots B_2B_1\cdots A_2A_1$$

مثال) لاندې کسرونه تجزیه کړئ:

258) $\frac{1}{k(k+1)}$

259) $\frac{1}{(k+4)(k+6)}$

260) $\frac{1}{x^2-4}$

161) $\frac{1-x}{x^2+4x+3}$

262) $\frac{1}{x^2-x}$

263) $\frac{15x^2-4x-81}{(x-3)(x+4)(x-1)}$

264) $\frac{x}{(x-2)^2}$

265) $\frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}$

266) $\frac{1}{(x^2+1)(x-1)}$

267) $\frac{9x^2-16x+4}{x^3-3x^2+2x}$

268) $\frac{2x^3+3x^2-2}{x^2+x-2}$

269) $\frac{x^4+x^3-x^2-19x+16}{x^2+x-6}$

270) $\frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}$

271) $\frac{2x}{(x+1)^2}$

272) $\frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)}$

273) $\frac{x^3-x^2-x-3}{x^4-1}$

ځوابونه

1 ځواب)

$$2ab+3b=b(2a+3)$$

2 ځواب)

$$5a^2b^3+10a^3b^2=5a^2b^2(b+2a)$$

3 ځواب)

$$18a^4b^2c^4+12a^2b^4c^4+24a^4b^4c^4=6a^2b^2c^2(3a^2c^2+2b^2c^2+4a^2b^2c^2)$$

4 ځواب)

$$4a^2(a+b)+8a(a+b)=4a(a+b)(a+2)$$

5 ځواب)

$$\begin{aligned}2(a-b)^2-(a-b)&=(a-b)[2(a-b)-1]\\&=(a-b)(2a-2b-1)\end{aligned}$$

6 ځواب)

$$35a^3b-77a^2b+14ab=7ab(5a^2-11a+2)$$

7 ځواب)

$$4a^2b(a+b)+2ab^2(a+b)=2ab(a+b)(2a+b)$$

8 ځواب)

$$25a^2+30a^3-35a^6=5a^2(5+6a-7a^4)$$

9 ځواب)

$$\begin{aligned}x^4+x^3+x^2+4x+3&=(x^4+x^3)+(x^2+4x+3)\\&=x^3(x+1)+(x+1)(x+3)\\&=(x+1)[x^3+(x+3)]\end{aligned}$$

10 ځواب)

$$\begin{aligned}ac+bc+ad+bd&=(ac+bc)+(ad+bd)\\&=a(a+b)+d(a+b)\\&=(a+b)(c+d)\end{aligned}$$

11 ځواب)

$$\begin{aligned}ac-bc+ad-bd&=(ac-bc)+(ad-bd)\\&=c(a-b)+d(a-b)\\&=(a-b)(c+d)\end{aligned}$$

12 ځواب)

$$6ax+9ay-4bx-6by=(6ax+9ay)+(-4bx-6by)$$
$$=3a(2x+3y)-2b(2x+3y)$$
$$=(2x+3y)(3a-2b)$$

13 ځواب)

$$a^5-a^4+a^3-a^2=(a^5-a^4)+(a^3-a^2)$$
$$=a^4(a-1)+a^2(a-1)$$
$$=(a-1)(a^4+a^2)$$
$$=(a-1)a^2(a^2+1)$$

14 ځواب)

$$8ax-bx+8ay-by=(8ax-bx)+(8ay-by)$$
$$=x(8a-b)+y(8a-b)$$
$$=(8a-b)(x+y)$$

15 ځواب)

$$a^3-2a+a^2-2=(a^3-2a)+(a^2-2)$$
$$=a(a^2-2)+(a^2-2)$$
$$=(a^2-2)(a+1)$$

16 ځواب)

$$x^2+ax+ab+bx=(x^2+ax)+(ab+bx)$$
$$=x(x+a)+b(a+x)$$
$$=(a+x)(x+b)$$

17 ځواب)

$$(a+b+c)^3-(a^3+b^3+c^3)=[(a+b)+c]^3-(a^3+b^3+c^3)$$
$$=\left[(a+b)^3+3(a+b)^2c+3(a+b)c^2+c^3\right]-a^3-b^3-c^3$$
$$=\left[(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)+3(a^2+2ab+b^2)c+3ac^2+3bc^2+c^3\right]-a^3-b^3-c^3$$
$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3-a^3-b^3-c^3$$
$$=3a^2b+3b^2a+3a^2c+3b^2c+3c^2a+3c^2b+6abc$$
$$=3(a^2b+a^2c+b^2a+b^2c+c^2a+c^2b+2bc)$$
$$=3[(a^2b+b^2a+abc+b^2c)-(a^2c+ac^2+bc^2+abc)]$$
$$=3[b(a^2+ab+ac+bc)+c(a^2+ab+ac+bc)]$$
$$=3(a^2+ab+ac+bc)(b+c)$$

$$= 3[a(a+b)+c(a+b)](a+c)$$
$$= 3(a+b)(a+c)(b+c)$$

18 ځواب)

$$a+b=(b+c)+(a-c)$$
$$ab(a+b)-bc(b+c)+ac(a-c)=ab[(b+c)+(a-c)]-bc\,(b+c)+ac\,(a-c)$$
$$=ab(b+c)+ab\,(a-c)-bc(b+c)+ac(a-c)$$
$$=(b+c)(ab-bc)+(a-c)(ab+ac)$$
$$=(b+c)b(a-c)+(a-c)a(b+c)$$
$$=(b+c)(a-c)(a+b)$$

19 ځواب)

$$4x^4-4x^2y^2+y^4-4x^4y^4=(4x^4-4x^2y^2+y^4)-4x^4y^4$$
$$=(2x^2-y^2)^2-4x^4y^4$$
$$=(2x^2-y^2-2x^2y^2)(2x^2-y^2+2x^2y^2)$$

20 ځواب)

$$y^3(a-x)-x^3(a-y)+a^3(x-y)=ay^3-xy^3-ax^3+yx^3+a^3x-a^3y$$
$$=(ay^3-ax^3)+(-y^3x+yx^3)+(-a^3y+a^3x)$$
$$=a(y^3-x^3)-yx(y^2-x^2)-a^3(y-x)$$
$$=[a(y-x)(y^2+yx+xy)]-yx(y-x)(y+x)-a^3(y-x)$$
$$=(y-x)[(a(y^2+x^2+xy)-yx(y+x)-a^2)]$$
$$=(y-x)(ay^2+ax^2+axy-y^2x-yx^2-a^2)$$

21 ځواب)

$$2x^4+x^3+4x^2+x+2=2x^4+x^3+2x^2+2x^2+x+2$$
$$=(2x^4+x^3+2x)+(2x^2+x+2)$$
$$=x^2(2x^2+x+2)+(2x^2+x+2)$$
$$=(2x^2+x+2)(x^2+1)$$

22 ځواب)

$$x^5+x^4+x^3+x^2+x+1=(x^5+x^4)+(x^3+x^2)+(x+1)$$
$$=x^4(x+1)+x^2(x+1)+(x+1)$$
$$=(x+1)(x^4+x^2+1)$$
$$=(x+1)[(x^4+2x^2+1)-x^2]$$
$$=(x+1)[(x^2+1)^2-x^2]$$

$$=(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

23 ځواب)

$$\begin{aligned}
&x^2y+xy^2+x^2z+xz^2+y^2z+yz^2+3xyz\\
&=\left(x^2y+xy^2+xyz\right)+\left(x^2z+xz^2+xyz\right)+\left(y^2z+yz^2+xyz\right)\\
&=xy\ (x+y+z)+zx\ (x+y+z)+yz\ (x+y+z)\\
&=(x+y+z)(xy+yz+zx)
\end{aligned}$$

24 ځواب)

$$\begin{aligned}
x^2+6x+9&=(x)^2+2(x)\times 3+(3)^2\\
&=(x+3)^2
\end{aligned}$$

25 ځواب)

$$\begin{aligned}
25a^2-30ab+9b^2&=(5a)^2-2(5a)(3b)+(3b)^2\\
&=(5a-3b)^2
\end{aligned}$$

26 ځواب)

$$\begin{aligned}
4x^2+12xy+9y^2&=(2x)^2+2(2x)(3y)+(3y)^2\\
&=(2x+3y)^2
\end{aligned}$$

27 ځواب)

$$\begin{aligned}
2x-x^2-1&=-(x^2-2x+1)\\
&=-(x-1)^2
\end{aligned}$$

28 ځواب)

$$\begin{aligned}
9a^2+12ab+4b^2&=(3a)^2+2(3a)(2b)+(2b)^2\\
&=(3a+2b)^2
\end{aligned}$$

29 ځواب)

$$\begin{aligned}
(a-b)^2+2(b-a)+1&=(a-b)^2-2(a-b)+1\\
&=\left[(a-b)^2-2(a-b)(1)+(1)^2\right]\\
&=[(a-b)-1]^2\\
&=(a-b-1)^2
\end{aligned}$$

30 ځواب)

$$\begin{aligned}
a^8+6a^4+9&=(a^4)^2+2(a^4)\times(3)+(3)^2\\
&=(a^4+3)^2
\end{aligned}$$

31 ځواب)

$$5b^4+10b^2+5=5(b^4+2b^2+1)$$
$$=5[(b^2)^2+2(b^2)(1)+(1)^2]$$
$$=5(b^2+1)^2$$

32 ځواب)

$$a^8-32a^4+256=((a^4)^2-2(a^4)(16)+(16)^2)$$
$$=(a^4-16)^2$$

33 ځواب)

$$8x^2+8x+2=2(4x^2+4x+1)$$
$$=2(2x+1)^2$$

34 ځواب)

$$20x^2-100x+125=5(4x^2+-20x+25)$$
$$=5(2x-5)^2$$

35 ځواب)

$$a^6-b^6=(a^3-b^3)(a^3+b^3)$$
$$=(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^4+b^4=(a^2+b^2)^2-2a^2b^2$$
$$a^6+a^4+a^2b^2+b^4-b^6$$
$$=(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)+(a^2+b^2)^2-2a^2b^2+a^2b^2$$
$$=(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)+(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$$
$$(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)[(a-b)(a+b)+1]$$
$$(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)(a^2-b^2+1)$$

36 ځواب)

$$x^2-4=(x-2)(x+2)$$

37 ځواب)

$$4a^2-9b^2=(2a)^2-(3b)^2$$
$$=(2a-3b)(2a+3b)$$

38 ځواب)

$$x^4 - 16 = (x^2)^2 - (4)^2$$
$$= (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$
$$= (x-2)(x+2)(x^2 + 4)$$

39 ځواب)

$$(2a + b\ \ )^2 - 25 = (2a+b)^2 - (5)^2$$
$$= [(2a+b)-5][(2a+b)+5]$$
$$(2a+b-5)(2a+b+5)$$

40 ځواب)

$$1 - (2x-3)^2 = \left[(1)^2 - (2x-3)^2\right]$$
$$= [1-(2x-3)][1+(2x-3)]$$
$$= (-2x+4)(2x-2)$$
$$= 2(-x+2)2(x-1)$$
$$4(2-x)(x-1)$$

41 ځواب)

$$(4x+3)^2 - (3x-1)^2 = [(4x+3)-(4x-1)][(4x+3)+(3x-1)]$$
$$= (x+4)(7x+2)$$

42 ځواب)

$$16x^4 - 625 = (4x^2)^2 - (25)^2$$
$$= (4x^2 - 25)(4x^2 + 25)$$
$$= (2x-5)(2x+5)(4x^2 + 25)$$

43 ځواب)

$$121a^3x - 49ax^3 = ax(121a^2 - 49x^2)$$
$$= ax\left[(11a)^2 - (7x)^2\right]$$
$$= ax(11a - 7x)(11a + 7x)$$

44 ځواب)

$$2 - 2(x-3)^2 = 2\left[1-(x-3)^2\right]^2$$
$$= 2[1-(x-3)][1+(x-3)]$$
$$= 2(-x+4)(x-2)$$
$$= 2(4-x)(x-2)$$

45 ځواب)

$$(x+1)^4-(x-1)^4 = \left[(x+1)^2\right]^2-\left[(x-1)^2\right]^2$$
$$= \left[(x+1)^2-(x-1)^2\right]\left[(x+1)^2+(x-1)^2\right]$$
$$= \left[(x+1)+(x-1)\right]\left[(x+1)+(x-1)\right]\left[2(x^2+1)\right]$$
$$= (2)(2x)\times 2(x^2+1)$$
$$= 8x(x^2+1)$$

46 ځواب)

$$3x^5-48xy^4 = 3x(x^4-16y^4)$$
$$= 3x(x^2-4y)(x^2+4y^2)$$
$$= 3x(x-2y)(x+2y)(x^2+4y^2)$$

47 ځواب)

$$b^2y-b^2-a^2y+a^2 = (b^2y-b^2)-(a^2y-a^2)$$
$$= b^2(y-1)-a^2(y-1)$$
$$= (y-1)(b^2-a^2)$$
$$= (y-1)(b-a)(b+a)$$

48 ځواب)

$$4x^2+2x-9y^2-3y = (4x^2-9y^2)+(2x-3y)$$
$$= \left[(2x-3y)(2x+3y)\right]+(2x-3y)$$
$$= (2x-3y)\left[(2x+3y)+1\right]$$
$$= (2x-3y)(2x+3y+1)$$

49 ځواب)

$$x^2+10y-y^2-25 = x^2-(y^2-10y+25)$$
$$= x^2-(y-5)^2$$
$$= \left[x-(y-5)\right]\left[x+(y-5)\right]$$
$$= (x-y+5)(x+y-5)$$

50 ځواب)

$$x^4-x^3-x^2+2x-1 = (x^4-x^3)-(x^2-2x+1)$$
$$= x^3(x-1)-(x-1)^2$$
$$= (x-1)\left[x^3-(x-1)\right]$$
$$= (x-1)(x^3-x-1)$$

51 ځواب)

$$(a^2+b^2)^2-4a^2b^2=\left[(a^2+b^2)^2-(2ab)^2\right]$$
$$=\left[(a^2+b^2-2ab)\right]\left[(a^2+b^2+2ab)\right]$$
$$=(a-b)^2(a+b)^2$$

52 ځواب)

$$1-4x^2-y^2-4xy=1-(4x^2+4xy+y^2)$$
$$=1-\left[(2x)^2+2(2x)(y)+(y)^2\right]$$
$$=1-(2x+y)^2$$
$$=\left[(1)^2-(2x+y)^2\right]$$
$$=\left[1-(2x+y)\right]\left[1+(2x+y)\right]$$
$$=(1-2x-y)(1+2x+y)$$

53 ځواب)

$$3x^2-27y^2=3(x^2-9y^2)$$
$$=3(x-3y)(x+3y)$$

54 ځواب)

$$4x^4-4=4(x^4-1)$$
$$=4(x^2-1)(x^2+1)$$
$$=4(x^2-1)(x+1)(x^2+1)$$

55 ځواب)

$$x^2-y^2-2x+1=(x^2-2x+1)-y^2$$
$$=(x-1)^2-y^2$$
$$=[(x-1)-y][(x-1)+y]$$
$$=(x-y-1)(x+y-1)$$

56 ځواب)

$$x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$$
$$=x^2-(y-1)^2$$
$$=[x-(y-1)][x+(y-1)]$$
$$=(x-y+1)(x+y-1)$$

57 ځواب)

$$ab(a-b)+bc(b-c)+ac(c-a)=\left(a^2b-ab^2\right)+\left(b^2c-bc^2\right)+ac(c-a)$$
$$=\left(a^2b-bc^2\right)+\left(-ab^2+b^2c\right)+ac(c-a)$$
$$=b\left(a^2-c^2\right)-b^2(a-c)-ac(a-c)$$
$$=b(a-c)(a+c)-b^2-ac(a-c)$$
$$=(a-c)\left[b\ (a+c)-b^2-ac\right]$$
$$=(a-c)\left(ba+bc-b^2-ac\right)$$
$$=(a-c)\left[(ba-b^2)+(bc-ac)\right]$$
$$=(a-c)\left[b(a-b)-c\ (a-b)\right]$$
$$=(a-c)\left[(a-b)(b-c)\right]$$
$$=(a-c)(a-b)(b-c)$$

58 ځواب)

$$x^3\left(x^2-7\right)^2-36x=x^3\left(x^4-14x^2+49\right)-36x$$
$$=x^7-14x^5+49x^3-36x$$
$$=x\ \left(x^6-14x^4+49x^2-36\right)$$
$$=x\left[\left(x^6-14x^4+49x^2\right)-36\right]$$
$$=x\left[x^2\left(x^4-14x^2+49\right)-36\right]$$
$$=x\left[x^2\left(x^3-7\right)^2-36\right]$$
$$=x\left[\left(x^3-7\right)^2-36\right]$$
$$=x\left[\left(x^3-7\right)^2-(6)^2\right]$$
$$=x\left(x^3-7x-6\right)\left(x^3-7x+6\right)$$

59 ځواب)

$$(a+b)^2+(a-b)^2-\left(a^2-b^2\right)^2-1=(a+b)^2+(a-b)^2-\left[\ (a-b)(a+b)\right]^2-1$$
$$=(a+b)^2+(a-b)^2-(a-b)^2(a+b)^2-1$$
$$=\left[(a-b)^2-1\right]+(a+b)^2\left[1-(a-b)^2\right]$$
$$=-\left[1-(a-b)^2\right]+(a+b)^2\left[1-(a-b)^2\right]$$
$$=\left[1-(a-b)^2\right]\left[-1+(a+b)^2\right]$$
$$=\left[1-(a-b)^2\right]\left[(a+b)^2-1\right]$$

60 ځواب)

$$xy^2 - xz^2 + yz^2 - yx^2 + zx^2 - zy^2 = (xy^2 - zy^2) + (-xz^2 + x^2z) + (yz^2 - yx^2)$$
$$= y^2(x-z) + xz(x-z) + y(z^2 - x^2)$$
$$= y^2(x-z) + xz(x-z) - y(x-z)(x+z)$$
$$= (x-z)\left[y^2 + xz - y(x+z)\right]$$
$$= (x-z)\left(y^2 + xz - yx - yz\right)$$

61 ځواب)

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$x^4 + 64 = (x^2)^2 + (8)^2$$
$$= (x^2 + 8)^2 - 16x^2$$
$$= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2$$
$$= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x)$$

62 ځواب)

$$x^2 + 10x + 24 = x^2 + (6+4)x + (6)(4)$$
$$= (x+6)(x+4)$$

63 ځواب)

$$x^2 - 7x + 60 = x^2 + (-12+5)x + (-12)(5)$$
$$= (x-12)(x+5)$$

64 ځواب)

$$4x^2 - 20x + 21 = (2x)^2 + (-3-7)(2x) + (-3)(-7)$$
$$= (2x-3)(2x-7)$$

65 ځواب)

$$9x^2 - 9xy - 10y^2 = (3x)^2 + (-3y)(3x) - 10y^2$$
$$= (3x)^2 + (-5y + 2y)(3x) + (-5y)(2y)$$
$$= (3x - 5y)(3x + 2y)$$

66 ځواب)

$$25x^2 - 5x - 42 = (5x)^2 + (-1)(5x) - 42$$
$$= (5x)^2 + (-7+6)(5x) + (-7)(6)$$
$$= (5x-7)(5x+6)$$

67 ځواب)

$$\begin{aligned}(x-2y)^2-(x-2y)-20 &= (x-2)^2+(-1)(x-2y)-20\\ &= (x-2y)^2+(-5+4)(x-2y)+(-5)(4)\\ &= [(x-2y)-5][(x-2y)+4]\\ &= (x-2y-5)(x-2y+4)\end{aligned}$$

68 ځواب)

$$\begin{aligned}2x^2+7x+3 &= \frac{1}{2}\left[1\left(2x^2+7x+3\right)\right]\\ &= \frac{1}{2}\left(4x^2+14x+6\right)\\ &= \frac{1}{2}\left[(2x)^2+(7)(2x)+6\right]\\ &= \frac{1}{2}\left[(2x)^2+(6+1)(2x)+(6)(1)\right]\\ &= \frac{1}{2}(2x+6)(2x+1)\\ &= (x+3)(2x+1)\end{aligned}$$

69 ځواب)

$$\begin{aligned}6x^2-x-1 &= \frac{1}{6}\left[6\left(6x^2-x-1\right)\right]\\ &= \frac{1}{6}\left(36x^2-6x-6\right)\\ &= \frac{1}{6}\left[(6x)^2+(-1)(6x)-6\right]\\ &= \frac{1}{6}\left[(6x)^2+(-3+2)(6x)+(-3)(2)\right]\\ &= \frac{1}{6}(6x-3)(6x+2)\\ &= \frac{1}{6}\left[3(2x-1)(6x+2)\right]\\ &= \frac{1}{2}(2x-1)(6x+2)\\ &= \frac{1}{2}\left[2(2x-1)(3x+1)\right]\\ &= (2x-1)(3x+1)\end{aligned}$$

70 ځواب)

$$
\begin{aligned}
x^2 - 19x + 48 &= (x)^2 + (-19)x + 48 \\
&= (x)^2 + (-16-3)x + (-16)(-3) \\
&= (x-16)(x-3)
\end{aligned}
$$

71 ځواب)

$$
\begin{aligned}
100x^2 + 40x - 21 &= (10x)^2 + (4)(10x) - 21 \\
&= (10x)^2 + (7-3)(10-x) + (7)(-3) \\
&= (10x+7)(10x-3)
\end{aligned}
$$

72 ځواب)

$$
\begin{aligned}
x^4 - 17x^2 + 16 &= (x^2)^2 + (-7)(x^2) + 16 \\
&= (x^2)^2 + (-16-1)(x^2) + (-16)(-1) \\
&= (x^2-16)(x^2-1) \\
&= (x-4)(x+4)(x-1)(x+1)
\end{aligned}
$$

73 ځواب)

$$
\begin{aligned}
16x^4 - 52x^2 + 36 &= (4x^2)^2 + (-13)(4x^2) + 36 \\
&= (4x^2)^2 + (-9-4)(4x^2) + (-9)(-4) \\
&= (4x^2-9)(4x^2-4)
\end{aligned}
$$

74 ځواب)

$$
\begin{aligned}
x^6 - 7x^3 - 8 &= (x^3)^2 + (-7)(x^3) - 8 \\
&= (x^3)^2 + (-8+1)(x^3) + (-8)(1) \\
&= (x^3-8)(x^3+1)
\end{aligned}
$$

75 ځواب)

$$
\begin{aligned}
a^4 + a^3 + a^2 - 2a - 3 &= (a^4 + a^3) + (a^2 - 2a - 3) \\
&= a^3(a+1) + (a+1)(a-3) \\
&= (a+1)[a^3 + (a-3)] \\
&= (a+1)(a^3 + a - 3)
\end{aligned}
$$

76 ځواب)

$$
\begin{aligned}
x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2)^2 + (-10y^2)(x^2) + 9y^4 \\
&= (x^2)^2 + (-9y^2 - y^2)(x^2) + (-9y^2)(-y^2)
\end{aligned}
$$

$$= \left(x^2 - 9y^2\right)\left(x^2 - y^2\right)$$
$$= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)$$

77 ځواب)

$$\left(x^2 + 3x\right)^2 - 2\left(x^2 + 3x\right) - 8 = \left(x^2 + 3x\right)^2 + (-2)\left(x^2 + 3x\right) - 8$$
$$= \left(x^2 + 3x\right)^2 + (-4 + 2)\left(x^2 + 3x\right) + (-4)(2)$$
$$= \left[\left(x^2 + 3x\right) - 4\right]\left[\left(x^2 + 3x\right) + 2\right]$$
$$= \left(x^2 + 3x - 4\right)\left(x^2 + 3x + 2\right)$$
$$= (x - 1)(x + 4)(x + 1)(x + 2)$$

78 ځواب)

$$x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = \left(x^7 + x^6 + x^5 + x^4\right) + \left(x^3 + x^2 + x + 1\right)$$
$$= x^4\left(x^3 + x^2 + x + 1\right) + \left(x^3 + x^2 + x + 1\right)$$
$$= \left(x^3 + x^2 + x + 1\right)\left(x^4 + 1\right)$$

79 ځواب)

$$\left(x^2 - 5x\right)^2 - 36 = \left[\left(x^2 - 5x\right) - 6\right]\left[\left(x^2 - 5x\right) + 6\right]$$
$$= \left(x^2 - 5x - 6\right)\left(x^2 - 5x + 6\right)$$
$$= (x + 1)(x - 6)(x - 2)(x - 3)$$

80 ځواب)

$$\left(x^4 + 36\right)^2 - 25x^2\left(x^4 + 36\right) + 156x^4$$
$$= \left(x^4 + 36\right)^2 + \left(-25x^2\right)\left(x^4 + 36\right) + 156x^4$$
$$= \left(x^4 + 36\right) + \left(-13x^2 - 12x^2\right)\left(x^4 + 36\right) + \left(-12x^2\right)\left(-13x^2\right)$$
$$= \left[\left(x^4 + 36\right) - 12x^2\right]\left[\left(x^4 + 36\right) - 13x^2\right]$$
$$= \left(x^4 - 12x^2 + 36\right)\left(x^4 - 13x^2 + 36\right)$$
$$= \left[\left(x^2 - 6\right)\left(x^2 - 6\right)\right]\left[\left(x^2 - 4\right)\left(x^2 - 9\right)\right]$$
$$= \left(x^2 - 6\right)\left(x^2 - 6\right)(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

81 ځواب)

$$\left(x^2 - 3x\right)^2 - 14\left(x^2 - 3x\right) + 40 = \left(x^2 - 3x\right)^2 (-10 - 4)\left(x^2 - 3x\right) + (-10)(-4)$$
$$= \left[\left(x^2 - 3x\right) - 10\right]\left[\left(x^2 - 3x\right) - 4\right]$$
$$= \left(x^2 - 3x - 10\right)\left(x^2 - 3x - 4\right)$$
$$= (x - 5)(x + 2)(x + 1)(x - 4)$$

82 ځواب)

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24=\{x^4+(1+2+3+4)x^3$$
$$+[(1)(2)+(1)(3)+(1)(4)+(2)(3)+(2)(4)+(3)(4)]x^2$$
$$+[(1)(2)(3)+(1)(2)(4)+(2)(3)(4)+]x+(1\times 2\times 3\times 4)\}-24$$
$$=x^4+10x^3+35x^2+38x+24-24$$
$$=x^4+10x^3+35x^2+38x$$
$$=x(x^3+10x^2+35x+38)$$

83 ځواب)

$$x^3+3x^2+5x+6=(x^3+2x^2)+(x^2+5x+6)$$
$$=x^2(x+2)+(x+2)(x+3)$$
$$=(x+2)(x^2+x+3)$$

84 ځواب)

$$x^4+x^3+x^2+4x+3=(x^4+x^3)+(x^2+4x+3)$$
$$=x^3(x+1)+(x+1)(x+3)$$
$$=(x+1)(x^3+x+3)$$

85 ځواب)

$$5x^2-40x+75=5(x^2-8x+15)$$
$$=5(x-3)(x-5)$$

86 ځواب)

$$50x^2-30xy+56y^2=2(25x^2-15xy-28y^2)$$
$$=2[(5x)^2+(3y)(5x)-28y^2]$$
$$=2[(5x)^2+(7y-4y)(5x)+(7y)(-4y)]$$
$$=2(5x+7y)(5x-4y)$$

87 ځواب)

$$x^4-10^2+9=(x^2)^2(-10)(x^2)+9$$
$$=(x^2)^2+(-9-1)(x^2)+(-9)(-1)$$
$$=(x^2-1)(x^2-9)$$
$$=(x-1)(x-1)(x-3)(x+3)$$

88 ځواب)

$$(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12=[(x^2-x)-2][(x^2-x)-6]$$
$$=(x^2-x-2)(x^2-x-6)$$
$$=(x+1)(x-2)(x-3)(x+2)$$

89 ځواب)

$$(a+b)^2-5a-5b+4=(a+b)^2-5(a+b)+4$$
$$=[(a+b)-1][(a+b)-4]$$
$$=(a+b-1)(a+b-4)$$

90 ځواب)

$$a^8-5a^4+4=(a^4)^2+(-5)(a^4)+4$$
$$=(a^4)^2+(-1-4)(a^4)+(-1)(-4)$$
$$=(a^4-1)(a^4-4)$$
$$=(a^2-1)(a^2+1)(a^2-2)(a^2+2)$$
$$=(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^2-2)(a^2+2)$$

91 ځواب)

$$2a^2(b^2+c^2)-b^2(2c^2+b^2)-(a^4+c^2)=2a^2b^2+2a^2c^2-2b^2c^2-b^4-a^4-c^4$$
$$=(-a^4+2a^2b^2-b^4)+2a^2c^2-2b^2c^2-c^4$$
$$=-(a^4-2a^2b^2+b^4)+2a^2c^2-2b^2c^2-c^4$$
$$=-(a^2-b^2)^2+2c^2(a^2-b^2)-c^4$$
$$=-[(a^2-b^2)^2-2c^2(a^2-b^2)+c^4]$$
$$=-[(a^2-b^2)^2+(-2c^2)(a^2-b^2)+c^4]$$
$$=-[(a^2-b^2)^2+(-c^2-c^2)(a^2-b^2)+c^4]$$
$$=-[(a^2-b^2)-c^2][(a^2-b^2)-c^2]$$
$$=-[(a^2-b^2)-c^2]^2$$
$$=-(a^2-b^2-c^2)^2$$

92 ځواب)

$$(x+2)(x+3)(x+5)(x+4)-120=[(x+2)(x+5)][(x+3)(x+4)]-120$$
$$=(x^2+7x+10)(x^2+7x+12)-120$$
$$=[(x^2+7x)+10][(x^2+7x)+12]-120$$

$$= \left(x^2 + 7x\right)^2 + 22\left(x^2 + 7x\right) + 120 - 120$$
$$= \left(x^2 + 7x\right)^2 + 22\left(x^2 + 7x\right)$$
$$= \left(x^2 + 7x\right)\left(x^2 + 7x + 22\right)$$
$$= x\left(x + 7x\right)\left(x^2 + 7x + 22\right)$$

93 ځواب)

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24 = [(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3) - 24]$$
$$= \left(x^2 + 5x + 4\right)\left(x^2 + 5x + 6\right) - 24$$
$$= \left[\left(x^2 + 5x\right) + 4\right]\left[\left(x^2 + 5x\right) + 6\right] - 24$$
$$= \left(x^2 + 5x\right)^2 + 10\left(x^2 + 5x\right) + 24 - 24$$
$$= \left(x^2 + 5x\right) + 10\left(x^2 + 5x\right)$$
$$= \left(x^2 + 5x\right)^2\left(x^2 + 5x + 10\right)$$
$$= x(x+5)\left(x^2 + 5x + 10\right)$$

94 ځواب)

$$x^2 + 4y^2 - 5x + 10 - 4xy - 24 = \left(x^2 - 4xy + 4y^2\right) + \left(-5x + 10y\right) - 24$$
$$= (x - 2y)^2 - 5(x - 2y) - 24$$
$$= \left(x^2 + 2x\right)^2 + (-5)(x - 2y) - 24$$
$$= \left(x^2 + 2x\right)^2 + (-8 + 3)(x - 2y) + (-8)(3)$$
$$= [(x - 2y) - 8][(x - 2y) + 3]$$
$$= (x - 2y - 8)(x - 2y + 3)$$

95 ځواب)

$$(x+1)(x+3)(x+7)(x+5) + 15 = [(x+7)(x+1)][(x+5)(x+3)] + 15$$
$$= \left(x^2 + 8x + 7\right)\left(x^2 + 8x + 15\right) + 15$$
$$= \left[\left(x^2 + 8x\right) + 7\right]\left[\left(x^2 + 8x\right) + 15\right] + 15$$
$$= \left(x^2 + 8x\right)^2 + 22\left(x^2 + 8x\right) + 105 + 15$$
$$= \left[\left(x^2 + 8x\right) + 11\right]^2 - 1$$
$$= \left(x^2 + 8x + 11 - 1\right)\left(x^2 + 8x + 11 + 1\right)$$
$$= \left(x^2 + 8x + 12\right)\left(x^2 + 8x + 10\right)$$
$$= (x+2)(x+6)\left(x + 4 + \sqrt{6}\right)\left(x + 4 - \sqrt{6}\right)$$

96 ځواب)

$$8a^3+b^3=(2a)^3+(b)^3$$
$$=(2a+b)\left[(2a)^2-(2a)(b)+(b)^2\right]$$
$$=(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$$

97 ځواب)

$$27a^3-1=(3a)^3-(1)$$
$$=(3a-1)\left[(3a)^2+(3a)(1)+(1)^2\right]$$
$$=(3a-1)(9a^2+3a+1)$$

98 ځواب)

$$64a^3-27=(4a)^3-(3)^3$$
$$=(4a-3)\left[(4a)^2+(4a)(3)+(3)^2\right]$$
$$=(4a-3)(16a^2+12a+9)$$

99 ځواب)

$$a^3+125=(a)^3+(5)^3$$
$$=(a+5)\left[(a)^2-(a)(5)+(5)^2\right]$$
$$=(a+5)(a^2-5a+25)$$

100 ځواب)

$$(18a^3+4b^3)^2-(9a^3-5b^3)^2=\left[(18a^3+4b^3)-(9a^3-5b^3)\right]\left[(18a^3+4b^3)+(9a^3-5b^3)\right]$$
$$=(9a^3+9b^3)(27a^3-b^3)$$
$$=9(a^3+b^3)(27a^3-b^3)$$
$$=9\left[(a+b)(a^2-ab+b^2)\right]\left[(3a+b)(9a^2+3ab+b^2)\right]$$

101 ځواب)

$$(x^5-1)-x^2(x-1)=x^5-1-x^3+x^2$$
$$=(x^5-x^3)+(x^2-1)$$
$$=x^3(x^2-1)+(x^2-1)$$
$$=(x^2-1)(x^3+1)$$
$$=\left[(x-1)(x+1)\right]\left[(x+1)(x^2-x+1)\right]$$

102 ځواب)

$$x^4+2x^3-7x^2-8x+12=(x^4-7x^2+12)+(2x^3-8x)$$
$$=\left[(x^2-3)(x^2-4)\right]+2x(x^2-4)$$

$$=\left(x^2-4\right)\left(x^2-3+2x\right)$$
$$=\left(x-2\right)\left(x+2\right)\left(x^2+2x-3\right)$$
$$=\left(x-2\right)\left(x+2\right)\left(x-1\right)\left(x+3\right)$$

103 ځواب)

$$x^7+x^4-16x^3-16=\left(x^7-16x^3\right)+\left(x^4-16\right)$$
$$=x^3\left(x^4-16\right)+\left(x^4-16\right)$$
$$=\left(x^4-16\right)\left(x^3+1\right)$$
$$=\left[\left(x^2-4\right)\left(x^2+4\right)\right]\left[\left(x+1\right)\left(x^2-x+1\right)\right]$$
$$=\left(x-2\right)\left(x+2\right)\left(x^2+4\right)\left(x+1\right)\left(x^2-x+1\right)$$

104 ځواب)

$$x^3-4x^2+5x-2=\left(x^3-3x^2+3x-1\right)+\left(-x^2+2x-1\right)$$
$$=\left(x-1\right)^3-\left(x^2-2x+1\right)$$
$$=\left(x-1\right)^3-\left(x-1\right)^2$$
$$=\left(x-1\right)^2\left(x-1-1\right)$$
$$=\left(x-1\right)\left(x-1\right)\left(x-2\right)$$

105 ځواب)

$$a^3+a-10=\left(a^3-8\right)+\left(a-2\right)$$
$$=\left(a-2\right)\left(a^2+2a+4\right)+\left(a-2\right)$$
$$=\left(a-2\right)\left(a^2+2a+4+1\right)$$
$$=\left(a-2\right)\left(a^2+2a+5\right)$$

106 ځواب)

$$ax^3+x^2+x+1-a=\left(ax^3-a\right)+\left(x^2+x+1\right)$$
$$=a\left(x^3-1\right)+\left(x^2+x+1\right)$$
$$=a\left(x-1\right)\left(x^2+x+1\right)+\left(x^2+x+1\right)$$
$$=\left(x^2+x+1\right)\left[a\left(x-1\right)+1\right]$$
$$=\left(x^2+x+1\right)\left(ax-a+1\right)$$

107 ځواب)

$$8a^3+b^3-4a^2b-2ab^2=\left(8a^3+b^3\right)-2ab\left(2a+b\right)$$
$$=\left[\left(2a+b\right)\left(4a^2-2ab+b^2\right)\right]-2ab\left(2a+b\right)$$
$$=\left(2a+b\right)\left(4a^2-2ab+b^2-2ab\right)$$

$$= (2a+b)(4a^2-4ab+b^2)$$
$$= (2a+b)(2a-b)^2$$
$$= (2a+b)(2a-b)(2a-b)$$

108 ځواب)

$$a^6-b^6 = (a^3-b^3)(a^3+b^3)$$
$$= [(a-b)(a^2+ab+b^2)][(a+b)(a^2-ab+b^2)]$$

109 ځواب)

$$a^3+b^3-a^2+ab-b^2 = (a^3+b^3)-(a^2-ab+b^2)$$
$$= [(a+b)(a^2-ab+b^2)]-(a^2-ab+b^2)$$
$$= (a^2-ab+b^2)(a+b-1)$$

110 ځواب)

$$a^2b^2(b-a)+b^2c^2(c-b)+c^2a^2(a-c)$$
$$= a^2b^3-a^3b^2+b^2c^3-b^3c^2+c^2a^2(a-c)$$
$$= (a^2b^3-b^3c^2)+(-a^3b^2+b^2c^3)+c^2a^2(a-c)$$
$$= b^3(a^2-c^2)-b^2(a^3-c^3)+c^2a^2(a-c)$$
$$= b^3[(a-c)(a+c)]-b^2[(a-c)(a^2+ac+c^2)]+c^2a^2(a-c)$$
$$= (a-c)[b^3a+b^3c-b^2a^2-b^2ac-b^2c^2+c^2a^2]$$
$$= (a-c)[(b^3a-b^2ac)+(b^3c-b^2c^2)+(-b^2a^2+c^2a^2)]$$
$$= (a-c)[b^2a(b-c)+b^2c(b-c)-a^2(b^2-c^2)]$$
$$= (a-c)[(b-c)(b^2a+b^2c-a^2(b+c))]$$
$$= (a-c)[(b-c)(b^2a+b^2c-a^2b-a^2c)]$$
$$= (a-c)[(b-c)\{(b^2a-a^2b)+(b^2c-a^2c)\}]$$
$$= (a-c)[(b-c)\{ab(b-a)+c(b^2-a^2)\}]$$
$$= (a-c)[(b-c)\{ab(b-a)+c(b-a)(b+a)\}]$$
$$= (a-c)(b-c)(b-a)(ab+cb+ca)$$

111 ځواب)

$$a^2(b^3-c^3)+b^2(c^3-a^3)+c^2(a^3-b^3)$$
$$= (a^2b^3-a^2c^3)+(b^2c^3-b^2c^3)+(c^2a^3-c^2b^3)$$
$$= (a^2b^3-c^2b^3)+(-a^2c^3+c^2a^3)+(b^2c^3-b^2a^3)$$
$$= -b^3(c^2-a^2)-a^2c^2(c-a)+b^2(c^3-a^3)$$

$$=b^2\left(c^3-a^3\right)-a^2c^2(c-a)-b^3\left(c^2-a^2\right)$$
$$=b^2(c-a)\left(c^2+ac+a^2\right)-a^2c^2(c-a)-b^3(c-a)(c+a)$$
$$=(c-a)\left[b^2\left(c^2+ac+a^2\right)-a^2c^2-b^3(c+a)\right]$$
$$=(c-a)\left[(b^2c^2-a^2c^2)+\left(b^2ac-b^3c\right)+\left(b^2a^2-b^3a\right)\right]$$
$$=(c-a)\left[c^2\left(b^2-a^2\right)-b^2c(b-a)-b^2a(b-a)\right]$$
$$=(c-a)(b-a)\left[c^2(b+a)-b^2c-b^2a\right]$$
$$=(c-a)(b-a)\left[c^2b+c^2a-b^2c-b^2a\right]$$
$$=(c-a)(b-a)\left[\left(c^2b-b^2c\right)+\left(c^2a-b^2a\right)\right]$$
$$=(c-a)(b-a)\left[cb(c-b)+a\left(c^2-b^2\right)\right]$$
$$=(c-a)(b-a)(c-b)[cb+a(c+b)]$$
$$=(c-a)(b-a)(c-b)(cb+ac+ab)$$

ځواب) 112

$$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=\left[(a+b+c)^3-a^3\right]-\left(b^3+c^3\right)$$
$$=(a+b+c-a)\left[(a+b+c)^2+(a+b+c)a+a^2\right]-(b+c)\left(b^2-bc+c^2\right)$$
$$=(b+c)\left(a^2+b^2+c^2 2ab+2ac+2bc+a^2+ba+ac+a^2+(b+c)\left(-b^2+bc-c^2\right)\right)$$
$$=(b+c)\left(a^2+b^2+c^2 2ab+2ac+2bc+a^2+ba+ac+a^2-b^2+bc-c^2\right)$$
$$=(b+c)\left(3a^2+3ab+3ac+3bc\right)$$
$$=3(b+c)\left(a^2+ab+ac+bc\right)$$
$$=3(b+c)[a(a+b)+c(a+b)]$$
$$=3(b+c)(a+b)(a+c)$$

ځواب) 113

$$y^3(a-x)-x^3(a-y)+a^3(x-y)=y^3a-y^3x-x^3a-x^3y+a^3x-a^3y$$
$$=\left(y^3a-x^3a\right)+\left(x^3y-y^3x\right)+\left(a^3x-a^3y\right)$$
$$=-a\left(x^3-y^3\right)+xy\left(x^2-y^2\right)+a^3(x-y)$$
$$=-a(x-y)\left(x^2+xy+y^2\right)+xy(x-y)(x+y)+a^3(x-y)$$
$$=(x-y)\left[-a\left(x^2+xy+y^2\right)+xy(x+y)+a^3\right]$$
$$=(x-y)\left[\left(-ax^2+x^2y\right)+(xy^2-axy)+(a^3-ay^2)\right]$$
$$=(x-y)\left[x^2(y-a)+xy(y-a)-a\left(y^2-a^2\right)\right]$$

ځواب) 114

$$8x^3(y+z)-y^3(z+2x)-z^3(2x-y)=\left(8x^3y+8x^3z\right)-y^3z-2y^3x-2z^3x+z^3y$$

$$=\left(8x^3y-z^3y\right)+\left(8x^3z-2z^3x\right)+\left(-y^3z-2y^3x\right)$$
$$=y\left(8x^3+z^3\right)+2xz\left(4x^2-z^2\right)-y^3\left(z+2x\right)$$
$$=y\left[\left(2x+z\right)\left(4x^2+2xy+z^2\right)\right]+2xz\left[\left(2x+z\right)\left(2x-z\right)\right]-y^3\left(z+2x\right)$$
$$=\left(2x+z\right)\left[y\left(4x^2+2xy+z^2\right)+2xz\left(2x-z\right)-y^3\right]$$
$$=\left(2x+z\right)\left[4x^2y+2xy+z^2y+4x^2z-2xz^2-y^3\right]$$
$$=\left(2x+z\right)\left[\left(z^2y-y^3\right)+\left(2xy^2-2xz^2\right)+\left(4x^2y+4x^2z\right)\right]$$
$$=\left(2x+z\right)\left[y\left(z^2-y^2\right)-2x\left(z^2-y^2\right)+4x^2\left(y+z\right)\right]$$
$$=\left(2x+z\right)\left[y\left(z-y\right)\left(z+y\right)-2x\left(z-y\right)\left(z+y\right)+4x^2\left(y+z\right)\right]$$
$$=\left(2x+z\right)\left(y+z\right)\left[y\left(z-y\right)-2x\left(z-y\right)+4x^2\right]$$
$$=\left(2x+z\right)\left(y+z\right)\left(yz-y^2-2xz+2xy+4x^2\right)$$

115 **ځواب)**

$$x^3+y^3-x^2y-xy^2-x-y=\left(x^3+y^3\right)+\left(-x^2y-xy^2\right)+\left(-x-y\right)$$
$$=\left[\left(x+y\right)\left(x^2+y^2-xy\right)\right]-xy\left(x+y\right)-\left(x+y\right)$$
$$=\left(x+y\right)\left(x^2+y^2-xy-xy-1\right)$$
$$=\left(x+y\right)\left[\left(x^2+y^2-2xy\right)-1\right]$$
$$=\left(x+y\right)\left[\left(x-y\right)^2-1\right]$$
$$=\left(x+y\right)\left(x-y+1\right)\left(x-y-1\right)$$

116 **ځواب)**

$$x^4+4=\left(x^4+4x^2+4\right)-4x^2$$
$$=\left(x^2+2\right)^2-\left(2x\right)^2$$
$$=\left(x^2+2-2x\right)\left(x^2+2+2x\right)$$

117 **ځواب)**

$$a^4+a^2b^2+4=\ a^4+a^2b^2+4+a^2b^2-a^2b^2$$
$$=\left(a^4+2a^2b^2+4\right)-a^2b^2$$
$$=\left(a^2+b^2\right)^2-a^2b^2$$
$$=\left(a^2+b^2-ab\right)\left(a^2+b^2+ab\right)$$

118 **ځواب)**

$$a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2=\left[\ a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2\right]\ -4b^2c^2$$
$$=\left(a^2-b^2-c^2\right)^2--4b^2c^2$$
$$=\left(a^2-b^2-c^2-2bc\right)\left(a^2-b^2-c^2+2bc\right)$$

$$= \left[a^2 - \left(b^2 + c^2 + 2bc\right)\right] \left[a^2 - \left(b^2 + c^2 - 2bc\right)\right]$$
$$= \left[a^2 - (b+c)^2\right]\left[a^2 - (b-c)^2\right]$$
$$= \left[(a-b-c)(a+b+c)\right]\left[(a-b+c)(a+b-c)\right]$$

119 ځواب)

$$a^{10} + a^5 + 1 = \left(a^{10} + a^9 + a^8\right) - \left(a^9 + a^8 + a^7\right) + \left(a^7 + a^6 + a^5\right) - \left(a^6 + a^5 + a^4\right)$$
$$+ \left(a^5 + a^4 + a^3\right) - \left(a^3 + a^2 + a\right) + \left(a^2 + a + 1\right)$$
$$= a^8\left(a^2 + a + 1\right) - a^7\left(a^2 + a + 1\right) + a^5\left(a^2 + a + 1\right) - a^4\left(a^2 + a + 1\right)$$
$$+ a^3\left(a^2 + a + 1\right) - a\left(a^2 + a + 1\right) + \left(a^2 + a + 1\right)$$
$$= \left(a^2 + a + 1\right)\left(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a + 1\right)$$

120 ځواب)

$$\left(x^4 + x^2 + 1\right)^2 - 24x^4 - 24x^2 + 39 = \left(x^4 + x^2 + 1\right)^2 - 24x^4 - 24x^2 - 24 + 24 + 39$$
$$= \left(x^4 + x^2 + 1\right)^2 - 24\left(x^4 + x^2 + 1\right) + 63$$
$$= \left(x^4 + x^2 + 1\right)^2 + (-3 - 21)\left(x^4 + x^2 + 1\right) + (-3)(-21)$$
$$= \left[\left(x^4 + x^2 + 1\right) - 3\right]\left[\left(x^4 + x^2 + 1\right) - 21\right]$$
$$= \left(x^4 + x^2 - 2\right)\left(x^4 + x^2 - 20\right)$$

121 ځواب)

$$4x^4 - 5x^2y^2 + y^4 = 4x^4 - 4x^2y^2 + y^4 - x^2y^2$$
$$= \left[\left(2x^2\right)^2 - 2\left(2x^2\right)\left(y^2\right) + \left(y^2\right)^2\right] - x^2y^2$$
$$= \left(x^2 - y^2\right)^2 - (xy)^2$$
$$= \left(2x^2 - y^2 - xy\right)\left(2x^2 - y^2 + xy\right)$$

122 ځواب)

$$x^4 + y^4 - 11x^2y^2 = \left[x^4 - 2x^2y^2 + y^4\right] - 9x^2y^2$$
$$= \left(x^2 - y^2\right)^2 - 9x^2y^2$$
$$= \left[\left(x^2 - y^2\right) - 3xy\right]\left[\left(x^2 - y^2\right) + 3xy\right]$$
$$= \left(x^2 - y^2 - 3xy\right)\left(x^2 - y^2 + 3xy\right)$$

123 ځواب)

$$x^4 - 47x^2y^2 + y^4 = \left[x^4 + 2x^2y^2 + y^4\right] - 2x^2y^2 - 47x^2y^2$$
$$= \left(x^2 + y^2\right)^2 - 49x^2y^2$$
$$= \left[\left(x^2 + y^2\right) - 7xy\right]\left[\left(x^2 + y^2\right) + 7xy\right]$$

$$=\left(x^2+y^2-7xy\right)\left(x^2+y^2+7xy\right)$$

124 ځواب)

$$x^8+x^4+1=\left(x^8+2x^4+1\right)-x^4$$
$$=\left(x^4+1\right)^2-x^4$$
$$=\left[\left(x^4+1\right)-x^2\right]\left[\left(x^4+1\right)+x^2\right]$$
$$=\left(x^4-x^2+1\right)\left(x^4+x^2+1\right)$$

125 ځواب)

$$5x^5-5x\left(25x^2-144\right)=5x\left[x^4-25x^2+144\right]$$
$$=5x\left[(x^4-24x^2+(12)^2)-x^2\right]$$
$$=5x\left[\left(x^2-12\right)^2-x^2\right]$$
$$=5x\left[\left(x^2-12-x\right)\left(x^2-12+x\right)\right]$$
$$=5x\left(x^2-x-12\right)\left(x^2-x-12\right)$$
$$=5x(x-4)(x+3)(x+4)(x-3)$$

126 ځواب)

$$3x^3-5x+2=\left(3x^3-3\right)-5x+2+3$$
$$=\left(3x^3-3\right)-5x+5$$
$$=3\left(x^3-1\right)-5(x-1)$$
$$=3\left[(x-1)\left(x^2+x+1\right)\right]-5(x-1)$$
$$=(x-1)\left[3\left(x^2+x+1\right)-5\right]$$
$$=(x-1)\left(3x^2+3x-2\right)$$

127 ځواب)

$$(x+1)^2-13x-61=[(x+1)^2-13x-13]-48$$
$$=(x+1)^2-13(x+1)-48$$
$$=\left[(x+1)-16\right]\left[(x+1)+3\right]$$
$$=(x-15)(x+4)$$

128 ځواب)

$$x^4+4x^2y^2+16y^4=(x^4+8x^2y^2+16y^4)-4x^2y^2$$
$$=\left(x^2+4y^2\right)^2-4x^2y^2$$
$$=\left(x^2+4y^2-2xy\right)\left(x^2+4y^2+2xy\right)$$

ځواب) 129

$$
\begin{aligned}
11x^2+15x-14 &= (10x^2+20x)+(x^2-5x-14)\\
&=10x(x+2)+(x+2)(x-7)\\
&=(x+2)(10x+x-7)\\
&=(x+2)(11x-7)
\end{aligned}
$$

ځواب) 130

$2a^2b^2$ جمله ور زياتوو او کموو:

$$
\begin{aligned}
&a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2\\
&=\left(a^4+b^4+c^4+2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2\right)-4b^2c^2\\
&=\left(a^2+b^2-c^2\right)^2-4a^2b^2\\
&=\left(a^2+b^2-c^2+2ab\right)\left(a^2+b^2-c^2-2ab\right)\\
&=\left[(a+b)^2-c^2\right]\left[(a-b)^2-c^2\right]\\
&=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)
\end{aligned}
$$

ځواب) 131

$$
\begin{aligned}
x^4+6x^2+1 &= (x^4-6x^2+9)-9+1\\
&=\left(x^2-3\right)^2-9+1\\
&=\left(x^2-3\right)^2-8\\
&=\left(x^2-3+2\sqrt{2}\right)\left(x^2-3-2\sqrt{2}\right)
\end{aligned}
$$

ځواب) 132

$$
\begin{aligned}
x^4-x^2+7 &= \left(x^4+2\sqrt{7}x^2+7\right)-2x^2\sqrt{7}-x^2\\
&=\left(x^2+2\sqrt{7}\right)^2-2x^2\sqrt{7}-x^2\\
&=\left(x^2+2\sqrt{7}\right)^2-\left(2\sqrt{7}+1\right)x^2\\
&=\left(x^2+\sqrt{7}-\sqrt{2\sqrt{7}+1}x\right)\left(x^2+\sqrt{7}+\sqrt{2\sqrt{7}+1}x\right)\\
&=\left(x^2+\sqrt{2\sqrt{7}+1}x+\sqrt{7}\right)\left(x^2-\sqrt{2\sqrt{7}+1}x+\sqrt{7}\right)
\end{aligned}
$$

ځواب) 133

$$
\begin{aligned}
x^4+4x-1 &= \left(x^4+2x^2+1\right)-\left(2x^2-4x+2\right)\\
&=\left(x^2+1\right)^2-2(x-1)^2\\
&=\left[x^2+1+\sqrt{2}(x-1)^2\right]\left[x^2+1-\sqrt{2}(x-1)\right]
\end{aligned}
$$

$$=\left(x^2+\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}\right)\left(x^2-\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}\right)$$

134 ځواب)

$$a^{5n}+a^n+1=\left(a^{5n}-a^{2n}\right)+\left(a^{2n}+a^n+1\right)$$
$$=a^{2n}\left(a^{3n}-1\right)+\left(a^{2n}+a^n+1\right)$$
$$=a^{2n}\left(a^n-1\right)\left(a^{2n}+a^n+1\right)+\left(a^{2n}+a^n+1\right)$$
$$=\left(a^{2n}+a^n+1\right)\left(a^{3n}-a^n+1\right)$$

135 ځواب)

$$8x^3+y^3+1-6xy=(2x)^3+(y)^3+(1)^3-3(2x)(y)(1)$$
$$=(2x+y+1)\left[(2x)^2+(y)^2+(1)^2-(2x)(y)-(2x)(1)-(y)(1)\right]$$
$$=(2x+y+1)\left(4x^2+y^2+1-2xy-2x-y\right)$$

136 ځواب)

$$a^3+(2-a)^3-8=(a)^3+(2-a)^3-(2)^3$$
$$=(a)^3+(2-a)^3+(-2)^3$$

$$a+(2-a)+(-2)=0\Rightarrow(a)^3+(2-a)^3+(-2)^3=3(a)(2-a)(-2)$$
$$=-6a(2-a)$$
$$=6a(a-2)$$

137 ځواب)

$$(2a-b)^3-(a-b)^3-a^3=(2a-b)^3+(b-a)^3-(a)^3$$
$$(2a-b)+(b-a)+(-a)=0\Rightarrow(2a-b)^3+(b-a)^3+(-a)^3$$
$$=3(2a-b)+(b-a)+(-a)$$
$$\Rightarrow(2a-b)^3+(b-a)^3+(-a)^3=3(2a-b)(a-b)(a)$$

138 ځواب)

$$(a-b)^3+(b-c)^3-(a-c)^3=(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$$
$$(a-b)+(b-c)+(c-a)=0\Rightarrow(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$$
$$=3(a-b)+(b-c)+(c-a)$$

139 ځواب)

$$\left(a^2-b^2\right)^3-\left(c^2-b^2\right)^3+\left(c^2-a^2\right)^3=\left(a^2-b^2\right)^3+\left(b^2-c^2\right)^3+\left(c^2-a^2\right)^3$$
$$\left(a^2-b^2\right)+\left(b^2-c^2\right)+\left(c^2-a^2\right)=0\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)^3+\left(b^2-c^2\right)^3+\left(c^2-a^2\right)^3$$
$$=3\left(a^2-b^2\right)+\left(b^2-c^2\right)+\left(c^2-a^2\right)$$

$$\Rightarrow (a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3$$
$$=3(a-b)(a+b)(b-c)(b+c)(c-a)(c+a)$$

140 ځواب)

$$8x^3-y^3-1-6xy=(2x)^3+(-y)^3+(-1)^3-3(2x)(-y)(-1)$$
$$=(2x-y-1)\left(4x^2+y^2+1+2xy+2x-y\right)$$

141 ځواب)

$$(a-b-c)+(2b-a-c)+(2c-b)=0\Rightarrow (a-b-c)^3+(2b-a-c)^3+(2c-b)^3$$
$$=3(a-b-c)+(2b-a-c)+(2c-b)$$

142 ځواب)

فرض کړئ $a^2-bc=x, b^2-ac=y, c^2-ab=z$. وي، د اويلر مطابقت له مخې لرو چې:

$$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)$$
$$=\left[(a^2-bc)+(b^2-ac)+(c^2-ab)\right]$$
$$\left[\begin{array}{l}(a^2-bc)^2+(b^2-ac)^2+(c^2-ab)^2\\-(a^2-bc)(b^2-ac)-(a^2-bc)(c^2-ab)-(b^2-ac)(c^2-ab)\end{array}\right]$$

143 ځواب)

$$a^5-1=(a)^5-(1)^5$$
$$=(a-1)\left(a^4-a^3\times 1+a^2\times(1)^2+a(1)^3+(1)^4\right)$$
$$=(a-1)\left(a^4+a^3+a^2+a+1\right)$$

144 ځواب)

$$a^5-32=(a)^5+(2)^5$$
$$=(a-2)\left(a^4+a^3\times 2+a^2\times 2^2-a\times 2^3+2^4\right)$$
$$=(a-1)\left(a^4+2a^3+4a^2-8a+16\right)$$

145 ځواب)

$$2x^2+5x-3=\left(2x^2-x\right)+(6x-3)$$
$$=x(2x-1)+3(2x-1)$$
$$=(2x-1)(x+3)$$

146 ځواب)

$$2x^3-5x^2+5x-3=\left(2x^3-3x^2\right)-2x^2+3x+(2x-3)$$
$$=x^2(2x-3)-x(2x-3)+(2x-3)$$
$$=(2x-3)(x^2-x+1)$$

147 ځواب)

$$
\begin{aligned}
a^5-2a^2+1 &= \left(a^5-a^2\right)-a^2+1\\
&= a^2\left(a^3-1\right)-\left(a^2-1\right)\\
&= a^2\left[(a-1)\left(a^2+a+1\right)\right]-(a-1)(a+1)\\
&= (a-1)\left[a^2\left(a^2+a+1\right)-(a+1)\right]\\
&= (a-1)\left(a^4+a^3+a^2-a-1\right)
\end{aligned}
$$

148 ځواب)

$$
\begin{aligned}
x^3\left(x^2-7\right)^2-36x &= x\left[x^2\left(x^2-7\right)^2-36\right]\\
&= x\left[x^2\left(x^2-7\right)+6\right]\left[x\left(x^2-7\right)-6\right]\\
&= x\left(x^3-7x+6\right)\left(x^3-7x-6\right)\\
&= x\left[\left(x^3-x\right)-6x+6\right]\left[\left(x^3-x\right)-6x-6\right]\\
&= x\left[x\left(x^2-1\right)-6(x-1)\right]\left[x\left(x^2-1\right)-6(x+1)\right]\\
&= x\left[x(x-1)(x+1)-6(x-1)\right]\left[x(x-1)(x+1)-6(x+1)\right]\\
&= x\left[(x-1)\left(x^2+x-6\right)\right]\left[(x-1)\left(x^2-x-6\right)\right]\\
&= x(x-1)(x+3)(x-2)(x+1)(x-3)(x+2)\\
&= x(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)(x-2)(x+3)
\end{aligned}
$$

149 ځواب)

$$
\begin{aligned}
a^2+8ab+15b^2 &= \left(a^2+8ab+16b^2\right)-b^2\\
&= (a+4b)^2-b^2\\
&= (a+4b+b)(a+4b-b)\\
&= (a+5b)(a+3b)
\end{aligned}
$$

150 ځواب)

$$
\begin{aligned}
x^4+x^3+x-1 &\equiv \left(x^2+1\right)\left(x^2+ax+b\right)\\
&\equiv x^4+ax^3+bx^2+x^2+ax+b\\
&\equiv x^4+ax^3+(b+1)x^2+ax+b
\end{aligned}
$$

$$
\left\{\begin{array}{l} a=1\\ b+1=0\\ a=1\\ b=-1 \end{array}\right\rangle
$$

$$x^4+x^3+x-1=\left(x^2+1\right)\left(x^2+x-1\right)$$

151 **ځواب**) فرض کړئ غواړو لاندې افادې د دوو دويمه درجه حقيقي عواملو په توګه تجزيه کوو:

$$x^4+2x^2+5\equiv\left(x^2+ax+b\right)\left(x^2+ax+\beta\right)$$

$$\equiv x^4+ax^3\beta x^2+ax^3+a\alpha x^2+a\beta x+bx^2+b\alpha x+b\beta$$

$$\equiv x^4+\left(\alpha+\alpha\right)x^3+\left(b+\beta+a\alpha\right)x^2+\left(a\beta+b\alpha\right)x+b\beta$$

$$\begin{cases}a+\alpha=0\\ b+\beta+a\,\alpha=2\\ a\beta+b\alpha=0\\ b\beta=5\end{cases}$$

$$a+b=0\Rightarrow a=-\alpha\xrightarrow{(3)}-\alpha\beta+b\alpha=0\Rightarrow b\alpha-\beta\alpha=0\Rightarrow\alpha\left(b-\beta\right)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha=0\Rightarrow a=0\\ b-\beta=0\Rightarrow b=\beta\end{cases}$$

د لاندې دويمه درجه معادلې جذرونه دي چې مبين يې منفي او جذرونه موهومي دي. b او β

$$\xrightarrow{2.4}\left.\begin{cases}s=b+\beta=2\\ p=b\beta=5\end{cases}\right\rangle t^2-st+p=0\Rightarrow t^2-2t+5=0$$

$$if\qquad b=\beta\xrightarrow{4}\beta^2=5\Rightarrow\beta=\pm\sqrt{5}$$

$$if\qquad b=\beta=-\sqrt{5}\xrightarrow{(2)}-\sqrt{5}+\sqrt{5}+\left(-\alpha\right)\alpha=2\Rightarrow\alpha^2=-2\sqrt{5}+1$$

a او α موهومي مقدار کېږي.

$$if\qquad b=\beta=\sqrt{5}\xrightarrow{2}\sqrt{5}+\sqrt{5}+\left(-\alpha\right)\alpha=2\Rightarrow\alpha^2=2\left(\sqrt{5}-1\right)$$

$$\alpha=\pm\sqrt{2\left(\sqrt{5}-1\right)}$$

$$\alpha=\mp\sqrt{2\left(\sqrt{5}-1\right)}$$

$$x^4+2x^2+5=\left(x^2+x\sqrt{2\left(\sqrt{5}-1\right)}+\sqrt{5}\right)\left(x^2-x\sqrt{2\left(\sqrt{5}-1\right)}+\sqrt{5}\right)$$

152 **ځواب**)

د مساواتو کيڼ لوري د دوو a او b تورو په نسبت دوره يي افادې دي (يعنې پر يوه او بل د a او b د اړولو په صورت کې بدلون نه مومي) په داسې حال کې چې د مساواتو د ښي لوري افاده د همدې دوو a او b تورو په نسبت غير دوره يي ده (ځکه $3a^2bc$ حد د a او b د اړولو په صورت کې بدلون

مومي) نو پر دې اساس نشي کېدلی یو مطابقت واوسي.

توضح: ښکاره ده چې که د یوه مساوات دواړې خواوې د څو تورو په نسبت دوره يي وي، نو دا معنا نلري چې حتمن به یو مطابقت وي.

153 **ځواب)**

$$A = xy(x+y)+yz(y-z)-xz(x+z)=$$
$$= x^2y+xy^2+y^2z-yz^2-x^2z-xz^2$$
$$=(x^2y-x^2z)+(xy^2-xz^2)+(y^2z-yz^2)$$
$$= x^2(y-z)+x(y^2-z^2)-yz(y-z)$$
$$=(y-z)[x^2+x(y+z)+yz]$$
$$=(y-z)(x^2+xy+xz+yz)$$
$$=(y-z)[x(x+y)+z(x+y)]$$
$$=(y-z)[(x+y)(x+z)]$$
$$=(y-z)(x+y)(x+z)$$

154 **ځواب)**

که $x=y$ وي افاده مساوي په صفر دی، نو په افاده کې $(x-y)$ عامل موجود دی، څکه نسبت تورو ته متناظر دی، پر دې اساس ویلی شو چې یاده افاده پر $(x-y)(y-z)(z-x)$ د تقسیم وړتیا لري؛ یعنې:

$$(x-y)^5+(y-z)^5+(z-x)^5=(x-y)(y-z)(z-x)[A(x^2+y^2+z^2)+B(xy+xz+yz)]$$

د x^4، ضریب په دواړو خواوو کې په ترتیب $5(y-z)+$ او $A(y-z)$ دی، یعنې $A=5$ د دریو $X=2$ ، $Y=1$، $Z=0$ اعدادو په وضع کولو سره پایله ترلاسه کوو چې $B=-5$ دی پر دې اساس

$$(x-y)^5+(y-z)^5+(z-x)^5=5(x-y)(y-z)(z-x)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)$$

155 **ځواب)**

افاده نسبت y،x ته متناظره ده (یعنې د x او y,y او x په بدلون سره بدلون مومي)

$$if \qquad y=x \Rightarrow A=0$$

پر دې اساس A پر $(x+2y)^2$ د تقسیم وړتیا لري. $if \qquad y=-2y \Rightarrow A=0$

په دې اساس A پر $(n+2y)$ د تقسیم وړتیا لري. $if \qquad y=-2x \Rightarrow A=0$

$$A=[(x+2y)(2x+y)(x-y)]^2$$

156 **ځواب)** افاده نسبت c,b,a ته دوره يي ده او د $a=-b$ لپاره صفر کېږي، پر دې اساس لاندې شکل غوره کوي (د دوره يي والي له مخې د $a=-c$ او $b=-c$ لپاره افاده صفر کېږي.)

$$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=\lambda(a+b)(b+c)(c+a)$$
$$\Rightarrow [(a+b)+c]^3-a^3-b^3-c^3=\lambda(ab+ac+b^2+bc)(c+a)$$
$$\Rightarrow \left[(a+b)^3+3(a+b)^2c+3(a+b)c^2+c^3\right]-a^3-b^3-c^3$$
$$=\lambda(abc+a^2b+a^2c+ac^2+b^2c+b^2a+bc^2+abc)$$
$$\Rightarrow \left[(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3(a^2+2ab+b^2)c+3ac^2+3bc^2+c^3)\right]-a^3-b^3-c^3$$
$$=\lambda(2ab+a^2b+ac^2+a^2c+b^2c+b^2a+bc^2)$$
$$\Rightarrow a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3-a^3-b^3-c^3$$
$$=\lambda(2ab+a^2b+ac^2+a^2c+b^2c+b^2a+bc^2)$$
$$\Rightarrow 3a^2b+3ab^2+3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2=$$
$$=\lambda(2ab+a^2b+a^2c+ac^2+b^2c+b^2a+bc^2)$$
$$\Rightarrow 3(a^2b+a^2c+2abc+b^2c+ac^2+bc^2)=$$
$$=\lambda(a^2b+ab^2+a^2c+2ab+b^2c+ac^2+bc^2)$$
$$\Rightarrow \lambda=3$$
$$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=\lambda(a+b)(b+c)(c+a)$$
$$=3(a+b)(b+c)(c+a)$$

157 **ځواب)**

افاده نسبت z,y,x ته دوره يي او د $x=-y$ لپاره مساوي په صفر ده، پر دې اساس په $x+y$ او اړونده دوره يي اوړېدلو افادو يې ($y+x$ ، $z+x$) د تقسيم وړتيا لري.

$$(x+y+z)^5-x^5-y^5-z^5=M(x+y)(y+z)(z+x)$$

د مساواتو کېڼ لوري د z,y,x په پرتله متجانس، متناظر او پنځمه درجه دي، له بل پلوه $(x+y)(y+z)(z+x)$ هم متجانس، متناظر او درېيمه درجه دي، پر دې اساس M بايد نسبت z,y,x ته متناظر، متجانس او دويمه درجه افاده وي، يعنې:

$$M=A(x^2+y^2+z^2)+B(xy+yz+xz)$$
$$(x+y+z)^5-x^5-y^5-z^5=(x+y)(y+z)(z+x)\times\left[A(x^2+y^2+z^2)+B(xy+yz+xz)\right]$$

پاسنى مطابقت بايد د z,y,x ټولو قيمتونو ته صدق وکړي، فرض کړئ $x=y=z=1$

$$\left.\begin{array}{l}240=8(3A+3B)\Rightarrow A+B=10\\ if\quad x=y=1\ ,z=0\Rightarrow 30=2(2A+B)\Rightarrow 2A+B=15\end{array}\right\rangle\quad A=B=5$$

$$(x+y+z)^5-x^5-y^5-z^5=(x+y)(y+z)(z+x)\times\left[5(x^2+y^2+z^2)+5(xy+yz+xz)\right]$$

158 **ځواب)**

مفروض عبارت نسبت z,y,x ته متفارن دى او د $x=-y$ لپاره صفر کيږي په دې اساس په ډېره آسانئ په لاندې شکل اوړي:

$$x^2y+x\ y^2+x^2z+xz^2+y^2z+yz^2+2xyz=(x+y)(y+z)(z+x)$$

159 ځواب)

$$A=36a^2b^2c^2=2^2\times3^2\times a^2\times b^2\times c^2$$
$$B=24ab^4c^4=2^3\times3\times a\times b^4\times c^4$$
$$C=16a^2b^3cd=2^4\times a^2\times b^3\times c\times d$$

تر ټولو ستر ګډ قاسم $=2^2\times a\times b^2\times c=4ab^2c$

تر ټولو کوچنی ګډ مضرب $=2^4\times3^2\times a^2\times b^4\times c^4\times d=144a^2b^4c^4d$

160 ځواب)

$$A=2^3\times3\times5\times(x-1)^2\times(x+1)$$
$$B=2^2\times3^2\times(x-1)\times(x+2)^2$$
$$C=2^4\times5^2\times(x-1)^3$$
$$D=2\times3^2\times(x-1)^4\times(x+1)^2$$

تر ټولو ستر ګډ قاسم $=2(x-1)$

تر ټولو کوچنی ګډ مضرب $=2^4\times3^2\times5^2\times(x-1)^4\times(x+1)^2\times(x-1)^2=3600\times(x-1)^4(x+1)^2(x+2)^2$

161 ځواب)

$$A=x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$$
$$B=(x^2-4)^2=[(x-2)(x+2)]^2=(x-2)^2(x+2)^2$$
$$C=(x^4-3x^2-4)^2=[(x^2+4)(x^2+1)]^2=(x^2+4)^2(x^2+1)^2=(x-2)^2(x+2)^2(x+1)^2$$

ب.م.م $=(x-2)$

ک.م.م $=(x-2)^2(x+2)^2(x+1)^2(x^2+2x+4)$

162 ځواب)

$$A=2^3\times3\times5\times(x-3)^2(x-1)^3$$
$$B=2^2\times3^2\times5\times(x-3)(x-1)^2\qquad,$$
$$C=2^4\times3^2\times(x-3)^3(x+1)$$

ب.م.م $=2^2\times3\times(x-3)$

ک.م.م $=2^4\times3^2\times5\times(x-3)^3\times(x-1)^3\times(x+1)$

163 ځواب)

$$A=9x^2-81=(3x-9)(3x+9)=3^2(x-3)(x+3)$$

$B = x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$

$C = 5x^2 - 15x = 5x(x-3) = 5x(x-3)$

ب.م.م $= (x-3)$

ک.م.م $= 3^2 \times 5 \times x \times (x-3)^2 \times (x+3)$

164 ځواب)

$A = 4a^2 - 9 = (2a-3)(2a+3)$

$B = 4a^2 - 12a + 9 = (2a-3)^2$

$C = 10a - 15 = 5(2a-3)$

ب.م.م $= (2a-3)$

ک.م.م $= 5(2a-3)^3(2a+3)$

165 ځواب)

$A = a^4 - 81 = (a^2-9)(a^2+9) = (a-3)(a+3)(a^2+9)$

$B = a^4 + 18a^2 + 81 = (a^2+9)^2$

ب.م.م $= (a^2+9)$

ک.م.م $= (a^2+9)^2(a-3)(a+3)$

166 ځواب)

$A = 40y^3 - 5 = 5(8y^3-1) = 5(2y-1)(4y^2+2y+1)$

$B = 4y^2 - 4y + 1 = (2y-1)^2$

$$
\begin{aligned}
C &= 40y^3 - 60y^2 + 30y - 5 \\
&= (40y^3 - 5) - (60y^2 - 30y) \\
&= 5(8y^3 - 1) - 30y(2y-1) \\
&= 5(2y-1)(4y^2 + 2y + 1) - 30y(2y-1) \\
&= (2y-1)[5 \times (4y^2 + 2y + 1) - 30y] \\
&= (2y-1)(20y^2 - 20y + 5) \\
&= 5(2y-1)(4y^2 - 4y + 1) \\
&= 5(2y-1)(2y-1)^2 \\
&= 5(2y-1)^3
\end{aligned}
$$

$$A = 5(2y-1)(4y^2+2y+1)$$
$$B = (2y-1)^2$$
$$C = 5(2y-1)^3$$

ب.م.م $= (2y-1)$

ک.م.م $= 5(2y-1)^3(4y^2+2y+1)$

167 ځواب)

$$A = x^3+8x^2+15x = x(x^2+8x+15) = x(x+3)(x+5)$$
$$B = x^4+3x^3-10x^2 = x^2(x^2+3x-10) = x^2(x-2)(x+5)$$

ب.م.م $= x(x+5)$

ک.م.م $= x^2(x+5)(x+3)(x-2)$

168 ځواب)

$$A = x^2-2xy-15y^2 = (x)^2+(-2y)(x)-15y^2$$
$$= (x)^2+(-5y+3y)(x)+(-5y)(3y) = (x-5y)(x+3y)$$
$$B = x^2+7xy+12y^2 = (x)^2+(7y)(x)+12y^2$$
$$= (x)^2+(3y+4y)(x)+(3y)(4y) = (x+3y)(x+4y)$$
$$A = (x-5y)(x+3y)$$
$$B = (x+3y)(x+4y)$$

ب.م.م $= (x+3y)$

ک.م.م $= (x+3y)(x-5y)(x+4y)$

169 ځواب)

$$A = 24a-24b = 24(a-b) = 2^3\times 3\times(a-b)$$
$$B = (6a-6b)^2 = 36(a-b)^2 = 2^2\times 3^2\times(a-b)^2$$
$$C = (4a-4b)^3 = 64(a-b)^3 = 2^6(a-b)^3$$
$$D = (4a^2-9b^2)^2 = (3a-3b)^2(3a+3b)^2 = 9\times 9(a-b)^2(a+b)^2 = 3^4(a-b)^2(a+b)^2$$
$$A = 2^3\times 3\times(a-b)$$
$$B = 2^2\times 3^2\times(a-b)^2$$

$$C=2^6(a-b)^3$$
$$D=3^4\times(a-b)^2(a+b)^2$$

ب.م.م $=(a-b)$

ک.م.م $=2^6\times3^4(a-b)^3(a+b)^2$

170 ځواب)

$$A=a^3+27b^3=(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)$$
$$B=5a^2-45b^2=5(a^2-9b^2)=5(a-3b)(a+3b)$$
$$C=a^2+5ab+6b^2=(a+2b)(a+3b)$$

ب.م.م $=(a+3b)$

ک.م.م $=5(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)(a-3b)(a+2b)$

171 ځواب)

$$A=a^4+a^2+1$$
$$=(a^4+2a^2+1)-a^2$$
$$=(a^2+1)^2-a^2$$
$$=(a^2+1-a)(a^2+1+a)$$

$$B=(a^5+a^4+a^3)+(a^2+a+1)$$
$$=a^3(a^2+a+1)+(a^2+a+1)$$
$$=(a^2+a+1)(a^3+1)$$
$$=(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$$

ب.م.م $=(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

مک.م $=(a^2+a+1)(a^2-a+1)(a+1)$

172 ځواب)

$$A=a^4+5a^3-36a^2$$
$$=a^2(a^2+5a-36)$$
$$=a^2(a+9)(a-4)$$

$$B=a^3+2a^2-24a$$
$$=a(a^2+2a-24)$$
$$=a(a+6)(a-4)$$

ب.م.م $=a(a-4)$

ک.م.م $=a^2(a-4)(a+6)(a+9)$

173 ځواب)

173) $\dfrac{4ax+8ay}{3bx+6by}=\dfrac{4a(x+2y)}{3b(x+2y)}$

$$=\frac{4a}{3b}$$

174 ځواب)

$$\frac{x^2-x-6}{x^2+4x+4}=\frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)^2}$$
$$=\frac{x-3}{x+2}$$

175 ځواب)

$$\frac{ax-bx-ay+by}{(b^2-a^2)(x-y)}=\frac{(ax-bx)-ay+by}{(b^2-a^2)(x-y)}$$
$$=\frac{x(a-b)-y(a-b)}{(a-b)(b+a)(x-y)}$$
$$=\frac{(a-b)(x-y)}{(a-b)(b+a)(x-y)}$$
$$=\frac{(a-b)(x-y)}{-(a-b)(b+a)(x-y)}$$
$$=\frac{-1}{(b+a)}$$

176 ځواب)

$$\frac{14b^4x\times 5ay\times 6a}{15a^2x\times 7b^3y}=\frac{14\times 5\times 6\times (a\times b)\times b^4\times x\times y}{15\times 7\times a^2\times b^3\times x\times y}$$
$$=\frac{14\times 5\times 6\times a^2b^4xy}{15\times 7\times a^2b^3xy}$$
$$=4\times\frac{b}{1}$$
$$=4b$$

177 ځواب)

$$\frac{34a^2b^5c^5\times 6a^7b^2d^3}{ac^3d^3\times 51a^4b^2c^2}=\frac{(34\times 6)(a^2\times a^7)(b^5\times b^2)(c)(d^3)}{(51)(a^4\times a\ )(b^2)(c^3\times c^2)(d^3)}$$
$$=\frac{36\times 6\times a^9\times b^7\times c^5\times d^3}{51\times a^5\times b^2\times c^5\times d^3}$$
$$=\frac{4a^4b^5}{1}$$
$$=4a^4b^5$$

178 ځواب)

$$\frac{a^3+b^3}{(a-b)^2+ab}=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-2ab+b^2+ab}$$
$$=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2-ab+b^2)}$$
$$=(a+b)$$

179 ځواب)

$$\frac{4a^2+12a+9}{4a^2-9}=\frac{(2a+3)^2}{(2a-3)(2a+3)}$$
$$=\frac{2a+3}{2a-3}$$

180 ځواب)

$$8x^2+22x+5=\frac{1}{8}(64x^2+17x+40)$$
$$=\frac{1}{8}\left[(8x)^2+(22)(8x)+40\right]$$
$$=\frac{1}{8}\left[(8x)^2+(20+2)(8x)+(20)(2)\right]$$
$$=\frac{1}{8}(8x+20)(8x+2)$$
$$=\left(\frac{8}{3}x+\frac{20}{8}\right)2(4x+1)$$
$$=2\left(x+\frac{5}{2}\right)(4x+1)$$
$$=(2x-15)(4x+1)$$
$$\frac{12ax^2+3ax}{8x^2+22x+5}=\frac{3ax(4x+1)}{(2x+15)(4x+1)}=\frac{3ax}{2x+5}$$

181 ځواب)

$$\frac{16x^3-128}{8x^2-24x+16}=\frac{16(x^3-8)}{8(x^2-3x+2)}$$
$$=\frac{16(x-2)(x^2+2x+4)}{8(x-1)(x-2)}$$
$$=\frac{2(x^2+2x+4)}{x-1}$$

182 ځواب)

$$\frac{a^6 - b^6}{(a+b)(a^3 - b^3)} = \frac{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)}{(a+b)(a^3 - b^3)}$$
$$= \frac{(a^3 + b^3)}{(a+b)}$$
$$= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a+b}$$
$$= a^2 - ab + b^2$$

183 ځواب)

$$\frac{c^2 - a^2 - b^2 - 2ab}{a+b+c} = \frac{c^2 - (a^2 + 2ab + b^2)}{a+b+c}$$
$$= \frac{c^2 - (a+b)^2}{a+b+c}$$
$$= \frac{[c - (a+b)][c + (a+b)]}{a+b+c}$$
$$= \frac{(c-a-b)(c+a+b)}{a+b+c}$$
$$= c - a - b$$

184 ځواب)

$$\frac{x^4 - 9x^2}{x^4 - x^3 - 6x^2} = \frac{(x^3 - 3x)(x^3 + 3x)}{x^2(x^2 - x - 6)}$$
$$= \frac{x(x-3) \times x(x+3)}{x^2(x-3)x(x+2)}$$
$$= \frac{x+3}{x+2}$$

185 ځواب)

$$\frac{xy + 5x + 7y + 35}{y+5} = \frac{(xy + 7y) + (5x + 35)}{y+5}$$
$$= \frac{y(x+7) + 5(x+7)}{y+5}$$
$$= \frac{(x+7)(y+5)}{y+5}$$
$$= x + 7$$

186 ځواب)

$$\frac{(a^2+b^2-c^2)^2-\left(a^2-b^2+c^2\right)^2}{4ab^2-4abc}=$$

$$=\frac{\left[(a^2+b^2-c^2)-\left(a^2-b^2+c^2\right)\right]\left[(a^2+b^2-c^2)+\left(a^2-b^2+c^2\right)\right]}{4ab^2-4abc}$$

$$=\frac{(a^2+b^2-c^2-a^2+b^2-c^2)(a^2+b^2-c^2+a^2-b^2+c^2)}{4ab^2-4abc}$$

$$=\frac{\left(2b^2-2c^2\right)\left(2a^2\right)}{4ab^2-4abc}$$

$$=\frac{4a^2b^2-4a^2c^2}{4ab^2-4abc}$$

$$=\frac{4a^2\left(b^2-c^2\right)}{4ab(b-c)}$$

$$=\frac{a(b-c)(b+c)}{b(b-c)}$$

$$=\frac{a}{b}(b+c)$$

187 ځواب)

$$\frac{\left(a^8+2a^4x^2+x^4\right)\left(a^4-x^2\right)}{\left(a^2+x\right)\left(a^6-a^4x^2-x^3\right)}=\frac{\left(a^4+x^2\right)^2\left[\left(a^2-x\right)\left(a^2+x\right)\right]}{\left(a^2+x\right)\left[a^4\left(a^2-x\right)+x^2\left(a^2-x\right)\right]}$$

$$=\frac{\left(a^4+x^2\right)^2\left(a^2-x\right)}{\left(a^2-x\right)\left(a^4+x^2\right)}$$

$$=\left(a^4+x^2\right)$$

188 ځواب)

$$(xy+1)^2-(x+y)^2=x^2y^2+2xy+1-x^2-2xy-y^2$$

$$=x^2y^2+1-x^2-y^2$$

$$=\left(x^2y^2-x^2\right)-\left(y^2-1\right)$$

$$=x^2\left(y^2-1\right)-\left(y^2-1\right)$$

$$=\left(y^2-1\right)\left(x^2-1\right)$$

$$\frac{\left(x^2-1\right)\left(y^2-1\right)}{(xy+1)^2-(x+y)^2}=\frac{\left(x^2-1\right)\left(y^2-1\right)}{\left(y^2-1\right)\left(x^2-1\right)}=1$$

189 ځواب)

$$2x^2-11x+5=\left(2x^2-10x\right)-x+5$$
$$=2x(x-5)-(x-5)$$
$$=(x-5)(2x-1)$$

$$6x^2+5x-4=\frac{1}{6}\left(36x^2+30x-24\right)$$
$$=\frac{1}{6}\left[(6x)^2+(5)(6x)-24\right]$$
$$=\frac{1}{6}\left[(6x)^2+(-3+8)(6x)-24\right]$$
$$=\frac{1}{6}(6x-3)(6x+8)$$
$$=\frac{1}{6}\times 3(2x-1)\times 2(3x+4)$$
$$=(2x-1)(3x+4)$$

$$\frac{2x^2-11x+5}{6x^2+5x-4}=\frac{(x-5)(2x-1)}{(2x-1)(3x+4)}=\frac{x-5}{3x+4}$$

190 ځواب)

$$\frac{6x^3+3x^2-3x}{2x^2+x-1}=\frac{3x\left(2x^2+x-1\right)}{\left(2x^2+x-1\right)}$$
$$=3x$$

191 ځواب)

$$\frac{a^6+a^4+a^2+1}{a^3+a^2+a+1}=\frac{\left(a^6+a^4\right)+\left(a^2+1\right)}{\left(a^3+a^2\right)(a+1)}$$
$$=\frac{a^4\left(a^2+1\right)+\left(a^2+1\right)}{a^2(a+1)+(a+1)}$$
$$=\frac{\left(a^2+1\right)\left(a^4+1\right)}{(a+1)\left(a^2+1\right)}$$
$$=\frac{a^4+1}{a+1}$$

192 ځواب)

$$\frac{\left(a^2+b^2\right)^2-a^2b^2}{\left(a^3-b^3\right)\left(a^3+b^3\right)}=\frac{\left(a^2+b^2+ab\right)\left(a^2+b^2-ab\right)}{(a-b)(a+b)\left(a^2+b^2+ab\right)\left(a^2+b^2-ab\right)}$$

$$=\frac{1}{(a-b)(a+b)}$$

$$=\frac{1}{a^2-b^2}$$

193 ځواب)

$$\frac{5a^4+5a^2-3a^2b-3b}{a^4+3a^2+2}=\frac{\left(5a^4+5a^2\right)-3a^2b-3b}{a^4+3a^2+2}$$

$$=\frac{5a^2\left(a^2+1\right)-3b\left(a^2+1\right)}{\left(a^2+1\right)\left(a^2+2\right)}$$

$$=\frac{\left(a^2+1\right)\left(5a^2-3b\right)}{\left(a^2+1\right)\left(a^2+2\right)}$$

$$=\frac{5a^2-3b}{a^2+2}$$

194 ځواب)

$$\frac{2a^4+7a^2+6}{3a^4+3a^2-6}=\frac{\left(2a^4+3a^2\right)+\left(4a^2+6\right)}{3\left(a^4+a^2-2\right)}$$

$$=\frac{a^2\left(2a^2+3\right)+2\left(2a^2+3\right)}{3\left(a^2-1\right)\left(a^2+2\right)}$$

$$=\frac{\left(2a^2+3\right)\left(a^2+2\right)}{3\left(a^2-1\right)\left(a^2+2\right)}$$

$$=\frac{2a^2+3}{3\left(a^2-1\right)}$$

195 ځواب)

$$\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^6-b^6}=\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{\left(a^2-b^2\right)\left(a^4+a^2b^2+b^4\right)}$$

$$=\frac{1}{a^2-b^2}$$

196 ځواب)

$$\frac{a^4-a^2-12}{a^4+8a^2+15}=\frac{(a^2-4)(a^2+3)}{(a^2+3)(a^2+5)}$$
$$=\frac{a^2-4}{a^2+5}$$

197 ځواب)

$$\frac{6a^4b^2c}{7x^2y}\times\frac{14x^4y}{12a^2b^4}=\frac{a^2x^2c}{b^2}$$

198 ځواب)

$$\frac{2c-2a}{4a+4b}\times\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}=\frac{-2(a-b)}{4(a+b)}\times\frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)}$$
$$=-\frac{2}{4}$$
$$=-\frac{1}{2}$$

199 ځواب)

$$6x^2+x-1=\frac{1}{6}(36x^2+6x-6)$$
$$=\frac{1}{6}\left[(6x)^2+(3-2)(6x)+(3)(-2)\right]$$
$$=\frac{1}{6}(6x+3)(6x-2)$$
$$=(2x+1)(3x-1)$$
$$\frac{6x^2+x-1}{9x^2+9x-4}\times\frac{9x^2-16}{4x^2+4x+1}=\frac{(3x-1)(2x+1)}{(3x-1)(3x+4)}\times\frac{(3x-4)(3x+4)}{(2x+1)^2}=\frac{3x-4}{2x+1}$$

200 ځواب)

$$\frac{4x^2-9a^2}{ab-a^2}\div\frac{2x-3a}{a^3b-a^4}=\frac{4x^2-9a^2}{ab-a^2}\times\frac{a^3b-a^4}{2x-3a}$$
$$=\frac{(2x-3a)(2x+3a)}{a(b-a)}\times\frac{a^3(b-a)}{(2x-3a)}$$
$$=a^2(2x+3a)$$

ځواب) 201

$$\frac{a^3-8}{a^2-a-2}\div\frac{2a^2+4a+8}{2a+2}=\frac{a^3-8}{a^2-a-2}\times\frac{2a+2}{2a^2+4a+8}$$
$$=\frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{(a-2)(a+1)}\times\frac{2(a+1)}{2(a^2+2a+4)}$$
$$=1$$

ځواب) 202

$$\frac{x^2-4}{x^2-x-2}\times\frac{x^2-3x-4}{x^2-2x-8}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+1)}\times\frac{(x-4)(x+1)}{(x+2)(x-4)}$$
$$=1$$

ځواب) 203

$$\frac{a^2b^2+3ab}{4a^2-1}\times\frac{2a+1}{ab+3}=\frac{ab(ab+3)}{(2a-1)(2a+1)}\times\frac{(2a+1)}{ab+3}$$
$$=\frac{ab}{2a-1}$$

ځواب) 204

$$\frac{4x^2-9a^2}{ab-a^2}\div\frac{2x-3a}{a^3b-a^4}=\frac{(2x-3a)(2x+3a)}{a(b-a)}\times\frac{a^3(b-a)}{(2x-3a)}$$
$$=\frac{(2x+3a)\times a^2}{1}$$
$$=a^2(2x+3a)$$

ځواب) 205

$$\frac{x^3+y^3}{x^4-y^4}\times\frac{x^2y+y^3}{x^4+x^2y^2+y^4}\times\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$$
$$=\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)}\times\frac{y(x^2+y^2)}{x^4+x^2y^2+y^4}\times\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$$
$$=\frac{(x^2-xy+y\ )}{(x-y)}\times\frac{y}{x^4+x^2y^2+y^4}\times\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$$
$$=\frac{y(x^2-xy+y)(x^2+xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)}$$
$$=\frac{y(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)}{(x^2)^3-(y^2)^3}$$

$$=\frac{y\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)}{x^5-y^5}$$

206 ځواب)

$$\frac{x^2-x-2}{a^2-b^2}\div\frac{x-2}{a^2+ab}=\frac{x^2-x-2}{a^2-b^2}\times\frac{a^2+ab}{x-2}$$
$$=\frac{(x+1)(x-2)}{(a-b)(a+b)}\times\frac{a(a+b)}{(x-2)}$$
$$=\frac{a(x+1)}{(a-b)}$$

207 ځواب)

$$\frac{1}{x}+\frac{3x}{x+1}-\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1\times(x+1)+3x(x)-1}{x(x+1)}$$
$$=\frac{x+1+3x^2-1}{x(x+1)}$$
$$=\frac{3x^2+x}{x(x+1)}$$
$$=\frac{x(3+x)}{x(x+1)}$$
$$=\frac{3x+1}{x+1}$$

208 ځواب)

$$\frac{2x^3-x^2}{x^4+x^3}-\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}+\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{x^2(2x-1)}{x^3(x+1)}-\frac{(x-1)^2}{x(x-1)}+\frac{x-1}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\frac{(2x-1)}{x(x+1)}-\frac{(x-1)}{x}+\frac{1}{x+1}$$
$$=\frac{(2x-1)-(x-1)(x+1)+x}{x(x+1)}$$
$$=\frac{2x-1-\left(x^2-1\right)+x}{x(x+1)}$$
$$\frac{2x-1-x^2+1+x}{x(x+1)}$$
$$=\frac{3x-x^2}{x(x+1)}$$

$$= \frac{x(3-x)}{x(x+1)}$$

$$= \frac{3-x}{x+1}$$

209 ځواب)

$$1+x+x^2+\frac{x^3}{1-x} = \frac{(1+x+x^2)}{1}+\frac{x^3}{1-x}$$

$$= \frac{(1-x)(1+x+x^2)+x^3}{(1-x)}$$

$$= \frac{(1-x^3)+x^3}{(1-x)}$$

$$= \frac{1}{1-x}$$

210 ځواب)

$$\frac{30a}{9a^2-1}+\frac{4}{3a-1}-\frac{5}{3a+1} = \frac{30a}{(3a-1)(3a+1)}+\frac{4}{3a-1}-\frac{5}{3a+1}$$

$$= \frac{30a+4(3a+1)-5(3a-1)}{(3a-1)(3a+1)}$$

$$= \frac{30a+12a+4-15a+5}{(3a-1)(3a+1)}$$

$$= \frac{27a+9}{(3a-1)(3a+1)}$$

$$= \frac{9(3a+1)}{(3a-1)(3a+1)}$$

$$= \frac{9}{3a-1}$$

211 ځواب)

$$\frac{x}{x^2+5x+6}+\frac{15}{x^2+9x+14}-\frac{12}{x^2+10x+21}$$

$$= \frac{x}{(x+2)(x+3)}+\frac{15}{(x+7)(x+2)}-\frac{12}{(x+3)(x+7)}$$

$$= \frac{x(x+7)+15(x+3)-12(x+2)}{(x+2)(x+3)(x+7)}$$

$$= \frac{x^2 + 7x + 15x + 45 - 12x - 24}{(x+2)(x+3)(x+7)}$$

$$= \frac{x^2 + 10x + 21}{(x+2)(x+3)(x+7)}$$

$$= \frac{(x+3)(x+7)}{(x+2)(x+3)(x+7)}$$

$$= \frac{1}{x+2}$$

212 ځواب)

$$\frac{a^2 + ac}{a^2c - c^3} - \frac{a^2 - c^2}{a^2c + 2ac^2 + c^3} + \frac{2c}{c^2 - a^2} - \frac{3}{a+c}$$

$$= \frac{a^2 + ac}{c(a^2 - c^2)} - \frac{a^2 - c^2}{c(a^2 + 2ac + c^2)} - \frac{2c}{(a^2 - c^2)} - \frac{3}{a+c}$$

$$= \frac{a^2 + ac}{c(a^2 - c^2)} - \frac{a^2 - c^2}{c(a+c)^2} - \frac{2c}{(a^2 - c^2)} - \frac{3}{a+c}$$

$$= \frac{(a^2 + ac)(a+c)^2 - (a^2 - c^2)(a^2 - c^2) - 2c \times c(a+c)^2 - 3c(a-c)(a+c)^2}{c(a^2 - c^2)(a+c)^2}$$

$$= \frac{(a^2 + ac)(a^2 + 2ac + c^2) - (a^2 - c^2)^2 - 2c^2(a^2 + 2ac + c^2) - (3ca - 3c^2)(a^2 + 2ac + c^2)}{c(a^2 - c^2)(a+c)^2}$$

$$= \frac{(a^4 + 2a^3c + a^2c^2 + a^3c + 2a^2c^2 + ac^3) - (a^4 - 2a^2c^2 + c^4) + (-2a^2c^2 - 4ac^3 - 2c^4) - (3a^3c + 6a^2c^2 + 3c^3a - 3a^2c^2 - 6ac^3 - 3c^4)}{c(a^2 - c^2)(a+c)^2}$$

$$= \frac{a^4 + 2a^3c + a^2c^2 + a^3c + 2a^2c^2 + ac^3 - a^4 - 2a^2c^2 - c^4 - 2a^2c^2 - 4ac^3 - 2c^4 - 3a^3c - 6a^2c^2 - 3c^3a + 3a^2c^2 + 6ac^3 + 3c^4}{c(a^2 - c^2)(a+c)^2}$$

$$= \frac{0}{c(a^2 - c^2)(a+c)^2} = 0$$

213 ځواب)

$$\frac{x}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x^2 + y^2} + \frac{x^3 + y^3}{y^4 - x^4} + \frac{xy}{(x+y)(x^2 + y^2)} =$$

$$= \frac{x}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x^2 + y^2} - \frac{x^3 + y^3}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)} + \frac{xy}{(x+y)(x^2 + y^2)}$$

$$= \frac{x(x^2 + y^2) + y(x^2 - y^2) - (x^3 - y^3) + (x - y)xy}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}$$

$$= \frac{2x^2y - 2y^3}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}$$

$$\frac{2x\left(x^2-y^2\right)}{\left(x^2-y^2\right)\left(x^2+y^2\right)}$$

$$=\frac{2y}{x^2+y^2}$$

214 ځواب)

$$\left(a^2-x+\frac{2x^2}{a^2+x}\right)\left(a^2+x\right)=\left[\frac{\left(a^2-x\right)\left(a^2+x\right)+2x^2}{a^2+x}\right]\left(a^2+x\right)$$

$$=\left(\frac{a^4-x^2+2x^2}{a^2+x}\right)\left(a^2+x\right)$$

$$=a^4-x^2+2x^2$$

$$=a^4+x^2$$

215 ځواب)

$$\left(\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x}-1\right)=\left[\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{(1-x)(1+x)}\right]\left(\frac{1}{x}-1\right)$$

$$=\left(\frac{1\times(1-x)+2x(1)}{(1-x)(1+x)}\right)\left(\frac{1-x}{x}\right)$$

$$=\frac{1-x+2x}{(1-x)(1+x)}\times\frac{(1-x)}{x}$$

$$=\frac{1+x}{1+x}\times\frac{1}{x}$$

$$=\frac{1}{x}$$

216 ځواب)

$$\frac{a}{a^2-1}+\frac{a^2+a-1}{a^3-a^2+a-1}+\frac{a^2-a-1}{a^3+a^2+a+1}-\frac{2a^3}{a^4-1}=$$

$$=\frac{a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a^2+a-1}{a^2(a-1)+(a-1)}+\frac{a^2-a-1}{a^2(a+1)+(a+1)}-\frac{2a^3}{\left(a^2-1\right)\left(a^2+1\right)}$$

$$=\frac{a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a^2+a-1}{(a-1)+\left(a^2+1\right)}+\frac{a^2-a-1}{(a+1)+\left(a^2+1\right)}-\frac{2a^3}{(a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)}$$

$$=\frac{a\left(a^2+1\right)+(a+1)\left(a^2+a-1\right)+(a-1)\left(a^2-a-1\right)-2a^3}{(a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)}$$

$$= \frac{a^3 + a + \left(a^3 + a^2 - a + a^2 + a - 1\right) + \left(a^3 - a^2 - a - a^2 + a + 1\right) - 2a^3}{(a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)}$$

$$= \frac{a^3 + a + \left(a^3 + 2a^2 - 1\right) + \left(a^3 - 2a^2 + 1\right) - 2a^3}{(a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)}$$

$$= \frac{a^3 + a}{(a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)} = \frac{a\left(a^2+1\right)}{\left(a^2-1\right)\left(a^2+1\right)}$$

$$= \frac{a}{a^2 - 1}$$

217 ځواب)

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}\left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) = \frac{\frac{(b+c)+a}{a(b+c)}}{\frac{(b+c)-a}{a(b+c)}}\left(\frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

$$= \frac{b+c+a}{b+c-a} \times \left(\frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc}\right)$$

$$= \frac{b+c+a}{b+c-a} \times \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2bc}$$

$$= \frac{(a+b+c)^2}{2bc}$$

218 ځواب)

$$\frac{bc}{(a-c)(a-b)} + \frac{ac}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{bc}{(a-c)(a-b)} + \frac{(-1)ac}{(b-c)(a-b)} + \frac{(-1)(-1)ab}{(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{bc}{(a-c)(a-b)} - \frac{ac}{(b-c)(a-b)} + \frac{ab}{(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{b^2c - c^2b - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{\left(b^2c - ab^2\right) + \left(a^2b - c^2b\right) + \left(ac^2 - a^2c\right)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{b^2(c-a)-b(c^2-a^2)+ac(c-a)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{b^2(c-a)-b(c-a)(c+a)+ac(c-a)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{(c-a)[b^2-b(c+a)+ac]}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{(c-a)(b^2-bc-ba+ac)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)[(b^2-ba)+(-bc+ac)]}{(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)[b(b-a)-c(b-a)]}{(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)[(b-a)(b-c)]}{(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(a-b)(b-c)}{(a-b)(b-c)}$$

$$= 1$$

219 ځواب)

$$\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)+(b-c)(b+c)+(c-a)(c+a)}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$= \frac{(a^2-b^2)+(b^2-c^2)+(c^2-a^2)}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$= \frac{0}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$= 0$$

220 ځواب)

$$\frac{a^2+ab+b^2}{a+b} - \frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{2b^3-b^2+a^2}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} - \frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{2b^3-b^2+a^2}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)-(a+b)(a^2-ab+b^2)+2b^3-b^2+a^2}{(a-b)(a+b)}$$
$$= \frac{(a^3-b^3)-(a^3+b^3)+2b^3-b^2+a^2}{(a-b)(a+b)}$$
$$= \frac{a^3-b^3-a^3-b^3+2b^3-b^2+a^2}{(a-b)(a+b)}$$
$$= \frac{a^2-b^2}{(a-b)(a+b)}$$
$$= \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$$
$$=1$$

221 ځواب)

$$\frac{3a-6b}{a+b}-\frac{5a-6b}{a-b}-\frac{4a-5b}{a+b}+\frac{7a-8b}{a-b}$$
$$= \frac{(3a-6b)(a-b)-(a+b)(5a-6b)-(a-b)(4a-5b)+(a+b)(7a-8b)}{(a+b)(a-b)}$$
$$= \frac{3a^2-3ab-6ab+6b^2-(5a^2-6ab+5ab-6b^2)-(4a^2-5ab-4ab+5b^2)+(7a^2-8ab+7ab-8b^2)}{(a+b)(a-b)}$$
$$= \frac{3a^2-3ab-6ab+6b^2-5a^2+6ab-5ab+6b^2-4a^2+5ab+4ab-5b^2+7a^2-8ab+7ab-8b^2}{(a+b)(a-b)}$$
$$= \frac{a^2-b^2}{(a+b)(a-b)}$$
$$= \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$$
$$=1$$

222 ځواب)

$$\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)\left(\frac{3}{4x}+\frac{x}{4}-x\right)=\left[\frac{(1+x)(1+x)-(1-x)(1-x)}{(1-x)(1+x)}\right]\left(\frac{3+x^2-4x^2}{4x}\right)$$
$$= \frac{(1+2x+x^2)-(1-2x+x^2)}{(1-x)(1+x)}\left(\frac{-3x^2+3}{4x}\right)$$
$$= \frac{4x}{(1-x)(1+x)}\frac{3(1-x^2)}{4x}$$
$$= \frac{4x}{(1-x^2)}\frac{3(1-x^2)}{4x}$$

$$= 3$$

223 ځواب)

$$\left(\frac{a+b}{2a-2b}-\frac{a-b}{2a+2b}+\frac{2b^2}{a^2-b^2}\right)\times\frac{(a-b)^2}{2b}$$

$$=\left[\left(\frac{a+b}{2(a-b)}-\frac{a-b}{2(a+b)}+\frac{2b^2}{(a-b)(a+b)}\right)\right]\times\frac{(a-b)^2}{2b}$$

$$=\left[\frac{(a+b)(a+b)-(a-b)(a-b)+2b^2\times 2}{2(a-b)(a+b)}\right]\times\frac{(a-b)^2}{2b}$$

$$=\frac{(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)+4b^2}{2(a-b)(a+b)}\times\frac{(a-b)^2}{2b}$$

$$=\frac{4ab+4b^2}{2(a-b)(a+b)}\times\frac{(a-b)^2}{2b}$$

$$=\frac{4b(a+b)}{2(a-b)(a+b)}\times\frac{(a-b)^2}{2b}$$

$$=(a-b)$$

224 ځواب)

$$\frac{x+1}{2x-2}-\frac{x-1}{2x+2}-\frac{4x}{x^2-1}+\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{x+1}{2(x-1)}-\frac{x-1}{2(x+1)}-\frac{4x}{(x-1)(x+1)}+\frac{x^2+1}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{(x+1)(x+1)-(x-1)(x-1)-2\times 4x+2\times(x^2+1)}{2(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1)-8x+2x^2+2}{2(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{4x-8x+2x^2+2}{2(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{2x^2-4x+2}{2(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{2(x^2-2x+1)}{2(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{x-1}{x+1}$$

225 ځواب)

$$\frac{a}{a-b}-\frac{a}{a+b}+\frac{2a^2}{a^2+b^2}+\frac{4a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$=\frac{a}{a-b}-\frac{a}{a+b}+\frac{2a^2}{a^2+b^2}+\frac{4a^2b^2}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{a(a+b)(a^2+b^2)-a(a-b)(a^2+b^2)+2a^2a(a-b)(a+b)+4a^2b^2}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{(a^4+a^2b^2+ba^3+ab^3)-(a^4+a^2b^2-ba^3-ab^3)+(2a^4-2a^2b^2)+4a^2b^2}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{2ba^3+2ab^3+2a^4-2a^2b^2+4a^2b^2}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{(2ba^3+2ab^3)+(2a^4+2a^2b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{2ab(a^2+b^2)+2a^2(a^2+b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)(2ab+2a^2)}{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{2a(b+a)}{(a-b)(a+b)}$$

$$=\frac{2a}{a-b}$$

226 ځواب)

$$\frac{\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}}{\left(\frac{1+x}{1-x}-1\right)\left(1-\frac{1}{1+x}\right)}$$

$$=\frac{\frac{(1+x)^2-(1-x)^2}{(1-x)(1+x)}}{\left(\frac{1+x-(1-x)}{1-x}\right)\left(\frac{(1+x)-1}{1+x}\right)}=\frac{\frac{4x}{(1-x)(1+x)}}{\left(\frac{2x}{1-x}\right)\left(\frac{x}{1+x}\right)}=\frac{\frac{4x}{(1-x)(1+x)}}{\frac{2x\times x}{(1-x)(1+x)}}=\frac{4x}{4x}=1$$

227 ځواب)

$$\frac{x^2y^2}{a^2b^2}+\frac{(x^2-a^2)(y^2-a^2)}{a^2(a^2-b^2)}-\frac{(x^2-b^2)(y^2-b^2)}{b^2(b^2-a^2)}$$

$$= \frac{x^2y^2\left(a^2-b^2\right)+b^2\left(x^2-a^2\right)\left(y^2-a^2\right)-a^2\left(x^2-b^2\right)\left(y^2-b^2\right)}{a^2b^2\left(a^2-b^2\right)}$$

$$= \frac{x^2y^2a^2-x^2y^2b^2+b^2\left(x^2y^2-x^2a^2-a^2y^2+a^4\right)-a^2\left(x^2y^2-x^2b^2-b^2y^2+b^4\right)}{a^2b^2\left(a^2-b^2\right)}$$

$$= \frac{\left(a^2x^2y^2-b^2x^2y^2\right)+\left(b^2x^2y^2-b^2a^2x^2\right)-\left(b^2a^2y^2+b^2a^4\right)-a^2x^2y^2+a^2x^2b^2+a^2b^2y^2-a^2b^4}{a^2b^2\left(a^2-b^2\right)}$$

$$= \frac{b^2a^4-a^2b^4}{a^2b^2\left(a^2-b^2\right)} = \frac{a^2b^2\left(a^2-b^2\right)}{a^2b^2\left(a^2-b^2\right)}$$

$$= 1$$

228 **ځواب)**

$$\frac{(x+b)(x+c)}{(a-b)(a-c)} - \frac{(x+c)(x+a)}{(b-c)(b-a)} + \frac{(x+a)(x+b)}{(c-a)(b-c)}$$

$$= \frac{(x+b)(x+c)(b-c)-(x+c)(x+a)(a-c)+(x+a)(x+b)(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{\left(x^2+(b+c)x+bc(b-c)\right)-\left(x^2+(a+c)x+ac(a-c)\right)+\left(x^2+(a+b)x+ab(a-b)\right)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$\frac{bx^2+b(b+c)x+b^2c-cx^2-c(b+c)x-bc^2-\left(ax^2+a(a+c)x+a^2c-cx^2-c(a+c)x-ac^2\right)+\left(ax^2+a(a+b)x+a^2b-b^2x-b(a+b)x-ab^2\right)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$\frac{bx^2+b^2x+bcx+b^2c-cx^2-cbx-c^2x-bc^2-ax^2-ax^2-acx-a^2c+cx^2+cax+c^2x+ac^2+ax^2+a^2x+abx+a^2b-bx^2-abx-b^2x-ab^2}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{b^2c-bc^2-a^2c+ac^2+a^2b-ab^2}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{\left(b^2c-bc^2\right)+\left(-a^2c+a^2b\right)+\left(ac^2-ab^2\right)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{bc(b-c)+a^2(b-c)-a(b-c)(b+c)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{(b-c)\left[bc+a^2-a(b+c)\right]}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{bc+a^2-ab-ac}{(a-b)(a-c)}$$

$$= \frac{(bc-ab)+\left(a^2-ac\right)}{(a-b)(a-c)}$$

$$= \frac{b(c-a)+a(a-c)}{(a-b)(a-c)}$$

$$= \frac{-b(a-c)+a(a-c)}{(a-b)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-c)(a-b)}{(a-b)(a-c)}$$
$$=1$$

229 ځواب)

$$\frac{1+a}{(a-b)(a-c)}+\frac{1+b}{(b-c)(b-a)}+\frac{1+c}{(c-a)(c-b)}$$
$$= \frac{(1+a)}{(a-b)(a-c)}-\frac{(1+b)}{(b-c)(a-b)}+\frac{1+c}{(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{(1+a)(b-c)-(1+b)(a-c)+(1+c)(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{(b-c+ab-ac)-(a-c+ab-bc)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{b-c+ab-ac-a+c-ab+bc+a-b+ac-bc}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$=0$$

230 ځواب)

$$\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}$$
$$= \frac{1}{a(a-b)(a-c)}-\frac{1}{b(a-b)(b-c)}+\frac{1}{c(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{bc(b-c)-ac(a-c)+ab(a-b)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{b^2c-bc^2-a^2c+ac^2+a^2b+a^2b-ab^2}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{(b^2c-ab^2)+(-bc^2+a^2b)+(-a^2c+ac^2)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}$$
$$= \frac{b^2(c-a)-b(c^2-a^2)+ac(c-a)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{(c-a)\left[b^2 - b(c+a) + ac\right]}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)\left(b^2 - bc - ba + ac\right)}{abc(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)\left[\left(b^2 - ba\right) + (ac - bc)\right]}{abc(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)\left[b(b-a) - c(b-a)\right]}{abc(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(-1)\left[(b-a)(b-c)\right]}{abc(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{(a-b)(b-c)}{abc(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{1}{abc}$$

231 ځواب)

$$\frac{x^4 - (x-1)^2}{\left(x^2+1\right)^2 - x^2} + \frac{x^4 - (x-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^2 - \left(x^2+1\right)^2}$$

$$= \frac{x^4 - (x-1)^2}{\left[\left(x^2+1-x\right)\left(x^2+1+x\right)\right]} + \frac{x^4 - (x-1)^2}{\left[x(x+1)-1\right]\left[x(x+1)+1\right]} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{\left[x - \left(x^2+1\right)\right]\left[x + \left(x^2+1\right)\right]}$$

$$= \frac{x^4 - (x-1)^2}{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+1+x\right)} + \frac{x^4 - (x-1)^2}{\left(x^2+x-1\right)\left(x^2+x+1\right)} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{\left(x-x^2+1\right)\left(x^2+x+1\right)}$$

$$= \frac{x^4 - (x-1)^2}{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+1+x\right)} + \frac{x^4 - (x-1)^2}{\left(x^2+x-1\right)\left(x^2+x+1\right)} - \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{(-1)\left(x-x^2+1\right)\left(x^2+x+1\right)}$$

$$= \frac{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+x-1\right)}{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+1+x\right)} + \frac{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+x-1\right)}{\left(x^2+x-1\right)\left(x^2+x+1\right)} - \frac{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2-x-1\right)}{\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+x+1\right)}$$

$$= \frac{x^2+x-1}{x^2+x+1} + \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} - \frac{x^2-x-1}{x^2+x+1}$$

$$= \frac{\left(x^2+x-1\right) + \left(x^2-x+1\right) - \left(x^2-x-1\right)}{x^2+x+1}$$

$$= \frac{x^2+x+1}{x^2+x+1}$$

$$= 1$$

232 ځواب)

$$\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}+\frac{2ab}{b^2-a^2}\right)\frac{a}{a-b}+\left(\frac{b}{b-a}+\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)$$

$$=\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}+\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)\frac{a}{a-b}+\left(\frac{-b}{a-b}+\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)$$

$$=\left[\frac{a(a-b)+b(a+b)-2ab}{a^2-b^2}\right]\frac{a}{a-b}+\left[\frac{-b(a+b)+2ab}{a^2-b^2}\right]$$

$$=\left(\frac{a^2-ab+ab+b^2-2ab}{a^2-b^2}\right)\frac{a}{a-b}+\left(\frac{-ab-b^2+2ab}{a^2-b^2}\right)$$

$$=\left[\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}\right]\frac{a}{a-b}+\frac{-b^2+ab}{a^2-b^2}$$

$$=\frac{a-b}{(a-b)(a+b)}\times a+\frac{b(a-b)}{(a-b)(a+b)}$$

$$=\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}$$

$$=\frac{a+b}{a+b}$$

$$=1$$

233 ځواب)

$$\left[\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)^{-1}\right]\left[\left(1+\frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{x-y}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\left(\frac{x^2-y^2}{xy}\right)\left(\frac{x^2+y^2-2xy}{xy}\right)^{-1}\right]\left[\left(\frac{x+y}{x}\right)\left(\frac{x}{x-y}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\frac{x^2-y^2}{xy}\times\frac{xy}{(x-y)^2}\right]\left[\frac{x+y}{x-y}\right]^{-1}$$

$$=\left(\frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}\right)\left(\frac{x-y}{x+y}\right)$$

$$=\frac{(x-y)(x+y)(x-y)}{(x-y)(x+y)(x-y)}$$

$$=1$$

234 ځواب)

$$\left(\frac{a^2-6a+5}{a^2-7a+10}-\frac{a^2-6a+8}{a^2-5a+4}\right)\div\frac{1}{a^2-3a+2}$$
$$=\left[\frac{(a-1)(a-5)}{(a-2)(a-5)}-\frac{(a-4)(a-2)}{(a-1)(a-4)}\right]\times\frac{(a-1)(a-2)}{1}$$
$$=\left(\frac{a-1}{a-2}-\frac{a-2}{a-1}\right)(a-1)(a-2)$$
$$=\left[\frac{(a-1)(a-1)-(a-2)(a-2)}{(a-1)(a-2)}\right](a-1)(a-2)$$
$$=\left[(a-1)^2-(a-2)^2\right]$$
$$=\left(a^2-2a+1\right)\left(a^2-4a+4\right)$$
$$=2a-3$$

235 ځواب)

$$:if \qquad x+y+z=0\Rightarrow x^3+y^3+z^3=3xyz$$
$$\left(a^2-b^2\right)+\left(b^2-c^2\right)+\left(c^2-a^2\right)=0\Rightarrow$$
$$\left(a^2-b^2\right)^3+\left(b^2-c^2\right)^3+\left(c^2-a^2\right)^3=3\left(a^2-b^2\right)\left(b^2-c^2\right)\left(c^2-a^2\right)$$
$$(a-b)+(b-c)+(c-a)=0=>(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=3(a-b)(b-c)(c-a)$$
$$\frac{\left(a^2-b^2\right)^3+\left(b^2-c^2\right)^3+\left(c^2-a^2\right)^3}{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}=\frac{3\left(a^2-b^2\right)\left(b^2-c^2\right)\left(c^2-a^2\right)}{3(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$=\frac{3(a-b)(a+b)(b-c)(b+c)(c-a)(c+a)}{3(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$=(a+b)(b+c)(c+a)$$

236 ځواب)

$$\left(\frac{b}{a+b}+a\right)\left(\frac{a}{a-b}-b\right)-\left(\frac{a}{a+b}+b\right)\left(\frac{b}{a-b}-a\right)$$
$$=\left[\frac{b+a(a+b)}{a+b}\right]\left[\frac{b-a(a-b)}{a-b}\right]-\left[\frac{b+a(a+b)}{a+b}\right]\left[\frac{b-a(a-b)}{a-b}\right]$$
$$=\left(\frac{b+a^2+ab}{a+b}\right)\left(\frac{a-ab+b^2}{a-b}\right)-\left(\frac{a+ab+b^2}{a+b}\right)\left(\frac{b-a^2+ab}{a-b}\right)$$
$$=\frac{\left(b+a^2+ab\right)\left(a-ab+b^2\right)}{(a+b)(a-b)}-\frac{\left(a+ab+b^2\right)\left(b-a^2+ab\right)}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{(b + a^2 + ab)(a - ab + b^2) - (a + ab + b^2)(b - a^2 + ab)}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{(ab - ab^2 + b^3 - a^3 + a^3b + a^2b^2 + a^2b - a^2b^2 + ab^3) - (ab - a^3 + a^2b + ab^2 - a^3b + a^2b^2 + b^3 - b^2a^2 + ab^3)}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{ab - ab^2 + b^3 - a^3 + a^3b + a^2b^2 + a^2b - a^2b^2 + ab^3 - ab + a^3 - a^2b - ab^2 + a^3b - a^2b^2 - b^3 + b^2a^2 - ab^3}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{-2ab^2 + 2a^3}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{2a(a^2 - b^2)}{a^2 - b^2}$$

$$= 2a$$

237 ځواب)

$$\frac{y^2}{x^3 - y^3} + \frac{x^3y^2}{y^6 - x^6} = \frac{y^2}{x^3 - y^3} - \frac{x^3y^2}{x^6 - y^6}$$

$$= \frac{y^2}{x^3 - y^3} - \frac{x^3y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$$

$$= \frac{y^2(x^3 + y^3) - x^3y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$$

$$= \frac{y^5}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$$

238 ځواب)

$$1 - 2x + x^2 + \frac{1 - x^4}{1 + 2x + x^2} = (1 - x)^2 + \frac{1 - x^4}{(1 + x)^2}$$

$$= \frac{\left[(1 - x)\ (1 + x)^2\right] + 1 - x^4}{(1 + x)^2}$$

$$= \frac{(1 - x^2)^2 + (1 - x^2)(1 + x^2)}{(1 + x)^2}$$

$$= \frac{(1 - x^2)(1 - x^2 + 1 + x^2)}{(1 + x)^2}$$

$$= \frac{2(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)(1 + x)}$$

$$= \frac{2(1 + x^2)}{(1 + x)^2}$$

$$= \frac{2(1-x)}{1+x}$$

239 ځواب)

$$\frac{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-1}{\frac{x^2}{y^2}+\frac{x}{y}+1} \times \frac{1+\frac{y}{x}}{x-y} \div \frac{1+\frac{y^3}{x^3}}{\frac{x^2}{y}-\frac{y^2}{x}} = \frac{\frac{x^2+y^2-xy}{xy}}{\frac{x^2+xy+y^2}{y^2}} \times \frac{\frac{x+y}{x}}{x-y} \times \frac{\frac{x^3-y^3}{xy}}{\frac{x^3+y^3}{x^3}}$$

$$= \frac{y^2\left(x^2+y^2-xy\right)}{xy\left(x^2+y^2+xy\right)} \times \frac{(x+y)}{x(x-y)} \times \frac{x^3\left(x^3-y^3\right)}{xy\left(x^3+y^3\right)}$$

$$= \frac{y^2\left(x^3+y^3\right)}{x^2y\left(x^3-y^3\right)} \times \frac{x^2\left(x^3-y^3\right)}{y\left(x^3+y^3\right)}$$

$$= 1$$

240 ځواب)

$$\frac{5}{\left(x^{-1}+y^{-1}\right)-1} = \frac{5}{\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^{-1}}$$

$$= \frac{5}{\left(\frac{y+x}{xy}\right)^{-1}}$$

$$= \frac{5}{\frac{xy}{y+x}}$$

$$= \frac{5(x+y)}{xy}$$

241 ځواب)

$$\left(1-x+\frac{4+x^2}{1+x}\right)\left(1-x^2\right) = \left[\frac{\left(1-x^2\right)+4+x^2}{1+x}\right]\left(1-x^2\right)$$

$$= \frac{5}{(1+x)}\left(1-x^2\right)$$

$$= \frac{5(1-x)(1+x)}{(1+x)}$$

$$= 5(1-x)$$

242 ځواب)

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$=\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{(-1)}{(a-b)(b-c)}+\frac{(-1)(-1)}{(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{1}{(a-b)(a-c)}-\frac{1}{(a-b)(b-c)}+\frac{1}{(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{(b-c)-(a-c)+(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{b-c-a+c+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=0$$

243 ځواب)

$$\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\div\left(\frac{a+b}{a-b}-1\right)=\frac{(a+b)-(a-b)}{a+b}\div\frac{a+b-(a-b)}{a-b}$$

$$=\frac{a+b-a+b}{a+b}\div\frac{a+b-a+b}{a-b}$$

$$=\frac{2b}{a+b}\div\frac{2b}{a-b}$$

$$=\frac{2b}{a+b}\times\frac{a-b}{2b}$$

$$=\frac{a-b}{a+b}$$

244 ځواب)

$$\left(\frac{b}{bc}+\frac{c}{bc}\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)+\left(\frac{c}{ca}+\frac{a}{ca}\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)+\left(\frac{a}{ab}+\frac{b}{ab}\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)$$

$$=\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{b}\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)+\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)$$

$$=\left(\frac{1}{c}\right)\left(b^2\right)+\left(\frac{1}{c}\right)\left(c^2\right)+\left(\frac{1}{c}\right)\left(-a^2\right)+\left(\frac{1}{b}\right)\left(b^2\right)+\left(\frac{1}{b}\right)\left(c^2\right)+\left(\frac{1}{b}\right)\left(-a^2\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{a}\right)\left(c^2\right)+\left(\frac{1}{a}\right)\left(a^2\right)+\left(\frac{1}{a}\right)\left(-b^2\right)+\left(\frac{1}{c}\right)\left(c^2\right)+\left(\frac{1}{c}\right)\left(a^2\right)+\left(\frac{1}{c}\right)\left(-b^2\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{b}\right)\left(a^2\right)+\left(\frac{1}{b}\right)\left(b^2\right)+\left(\frac{1}{b}\right)\left(-c^2\right)+\left(\frac{1}{a}\right)\left(a^2\right)+\left(\frac{1}{a}\right)\left(b^2\right)+\left(\frac{1}{a}\right)\left(-c^2\right)+$$

$$=\frac{b^2}{c}+c-\frac{a^2}{c}+b+\frac{c^2}{b}-\frac{a^2}{b}+\frac{c^2}{a}+a-\frac{b^2}{a}+c+\frac{a^2}{c}-\frac{b^2}{c}+\frac{a^2}{b}$$

$$+b-\frac{c^2}{b}+a+\frac{b^2}{a}-\frac{c^2}{a}$$

$$=2a+2b+2c$$

$$=2\left(a+b+c\right)$$

245 **ځواب)**

$$\frac{1}{a^2bc}\frac{1}{ab^2c}+\frac{1}{abc^2}=\frac{bc+ac+ab}{a^2b^2c^2}$$

246 **ځواب)**

$$\frac{3a}{a^2-16}-\frac{2}{(a-4)}=\frac{3a}{(a-4)(a+4)}-\frac{2}{(a-4)}$$

$$=\frac{3a-2(a+4)}{(a-4)(a+4)}$$

$$=\frac{3a-2-8}{(a-4)(a+4)}$$

$$=\frac{(a-8)}{(a-4)(a+4)}$$

247 **ځواب)**

$$\frac{a}{3+a}+\frac{a}{3-a}+\frac{2a^2}{9-a^2}=\frac{a}{3+a}+\frac{a}{3-a}+\frac{2a^2}{(3-a)(3+a)}$$

$$=\frac{a(3-a)+a(3+a)+2a^2}{(3-a)(3+a)}$$

$$=\frac{3a-a^2+3a+a^2+2a^2}{(3-a)(3+a)}$$

$$=\frac{6a+2a^2}{(3-a)(3+a)}$$

$$=\frac{2a(3+a)}{(3-a)(3+a)}$$

$$= \frac{2a}{3-a}$$

248 ځواب)

$$\frac{3x}{x+2} + \frac{12x}{x^2-4} - \frac{3x^2-12}{x^2-4} = \frac{3x(x-2)+12x-(3x^2-12)}{x^2-4}$$

$$= \frac{3x^2-6x+12x-3x^2+12}{x^2-4}$$

$$= \frac{6x+12}{x^2-4}$$

$$= \frac{6(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{6}{(x-2)}$$

249 ځواب)

$$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^3-1} = \frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a+5)(a^2+a+1)-6(a-1)-6(a^2-12)}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a+5)(a^2+a+1)-6a-6-6a^2-12}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a+5)(a^2+a+1)-6a+6a^2-6}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a+5)(a^2+a+1)-6(a^2+a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a^2+a+1)(a+5-6)}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a-1)}{(a-1)}$$

$$= 1$$

250 ځواب)

$$1-x-x^2-\frac{x^3}{1+x} = \frac{(1+x)(1-x+x^2)-x^3}{1+x}$$

$$= \frac{\left[(1)^3 + (x)^3\right] - x^3}{1+x}$$

$$= \frac{1 + x^3 - x^3}{1+x}$$

$$= \frac{1}{1+x}$$

251 ځواب)

$$1 - 2x + x^2 + \frac{1 - x^4}{1 + 2x + x^2} = \frac{\left(1 + 2x + x^2\right)\left(1 - 2x + x^2\right) + 1 - x^4}{\left(1 + 2x + x^2\right)}$$

$$= \frac{\left[x^2 + (1 + 2x)\right]\left[x^2 + (1 - 2x)\right] + 1 - x^4}{\left(1 + 2x + x^2\right)}$$

$$= \frac{\left(x^2\right)^2 + \left[(1 + 2x) + (1 - 2x)\right]x^2 + (1 + 2x) + (1 - 2x) + 1 - x^4}{1 + 2x + x^2}$$

$$= \frac{x^4 + 2x^2 + \left(1 - 4x^2\right) + 1 - x^4}{1 + 2x + x^2}$$

$$= \frac{-2x^2 + 2}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{2(1-x)^2}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{2(1-x)(1+x)}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{2(1-x)}{1+x}$$

252 ځواب)

$$\frac{x - 2y}{xy} + \frac{3y - a}{ay} - \frac{3x - 2a}{ax} = \frac{a(x - 2y) + x(3y - a) - y(3x - 2a)}{axy}$$

$$= \frac{ax - 2ay + 3xy - ax - 3xy + 2ay}{axy}$$

$$= \frac{0}{axy}$$

$$= 0$$

253 ځواب)

$$\left(s^2 - a^2\right)\left(s^2 - b^2\right) = \frac{4\left(s^2 - a^2\right)\left(s^2 - b^2\right)}{4}$$

$$= \frac{2\times 2(s^2-a^2)(s^2-b^2)}{4}$$

$$= \frac{(2s^2-2a^2)(2s^2-2b^2)}{4}$$

$$= \frac{[(a^2+b^2+c^2)-2a^2][(a^2+b^2+c^2)-2b^2]}{4}$$

$$= \frac{(b^2+c^2-a^2)(a^2-b^2+c^2)}{4}$$

$$= \frac{[c^2-(a^2-b^2)][c^2+(a^2-b^2)]}{4}$$

$$= \frac{c^4-(a^2-b^2)}{4}$$

$$(s^2-b^2)(s^2-c^2) = \frac{a^4-(b^2-c^2)^2}{4}$$

$$(s^2-c^2)(s^2-a^2) = \frac{b^4-(c^2-a^2)^2}{4}$$

$$(s^2-a^2)(s^2-b^2)+(s^2-b^2)(s^2-c^2)+(s^2-c^2)(s^2-a^2)$$

$$= \frac{c^4(a^2-b^2)^2}{4} + \frac{a^4-(b^2-c^2)^2}{4} + \frac{b^4-(c^2-a^2)^2}{4}$$

$$= \frac{(a^4+b^4+c^4)-(a^2-b^2)-(b^2-c^2)(c^2-a^2)^2}{4}$$

$$= \frac{(a^4+b^4+c^4)-(a^4-2a^2b^2+b^4)-(b^4-2b^2c^2+c^4)-(c^4-2c^2a^2+a^4)}{4}$$

$$= \frac{a^4+b^4+c^4-a^4+2a^2b^2-b^4-b^4+2b^2c^2-c^4-c^4+2c^2a^2-a^4}{4}$$

$$= \frac{-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2}{4}$$

$$= \frac{-(a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2)}{4}$$

$$= -\frac{1}{4}[a^2+(-2a^2b^2-2a^2c^2)+(b^4-2b^2c^2+c^4)]$$

$$= -\frac{1}{4}[a^4+(-2a^2b^2+2a^2c^2-4a^2c^2)+(b^2-c^2)^2]$$

$$= \frac{1}{4}\left[-a^4 + 2a^2b^2 - 2a^2c^2 + 4a^2c^2 - \left(b^4 - 2b^2c^2 + c^4\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[4a^2c^2\left(-a^4 - b^4 - c^4 + 2a^2b^2 - 2a^2c^2 + 2b^2c^2\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[4a^2c^2 - \left(a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 + 2ac^2 - 2b^2c^2\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[4a^2c^2 - \left(a^2 - b^2 + c^2\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[2ac - \left(a^2 - b^2 + c^2\right)\right]\left[2ac + \left(a^2 - b^2 + c^2\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left(2ac - a^2 + b^2 - c^2\right)\left(2ac + a^2 + b^2 + c^2\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left[b^2 + \left(a^2 + 2ac - c^2\right)\right]\left[-b^2 + \left(a^2 + 2ac + c^2\right)\right]$$

$$= -\frac{1}{4}\left[b^2 - \left(a^2 - 2ac + c^2\right)\right]\left[b^2 - \left(a^2 + 2ac + c^2\right)\right]$$

$$= -\frac{1}{4}\left[b^2 - (a-c)^2\right]\left[b^2 - (a+c)^2\right]$$

$$= -\frac{1}{4}\left[(b-a+c)(b+a-c)\right]\left[(b-a-c)(b+a+c)\right]$$

$$= -\frac{1}{4}(b-a+c)(b+a-c)(b-a-c)(b+a+c)$$

$$= \frac{1}{4}(b-a+c)(b+a-c)(a+c-b)(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{4}\left[(b-a+c)-a+a\right]\left[(b+a-c)-c+c\right]\left[(a+c-b)-b+b\right](a+b+c)$$

$$= \frac{1}{4}\left[(a+b+c)-2a\right]\left[(a+b+c)-2c\right]\left[(a+b+c)-2b\right](a+b+c)$$

$$= \frac{1}{4}(2s-2a)(2s-2c)(2s-2b)(2s)$$

$$= \frac{2\times 2\times 2\times 2}{4}(s-a)(s-c)(s-b)(s)$$

$$= 4s(s-a)(s-b)(s-c)$$

$$(2\delta^2-2a^2)(2\delta^2-2b^2)=(a^2+c^2-b^2)(b^2+c^2-a^2)$$
$$=c^4-(a^2-b^2)^2$$
$$(2\delta^2-2b^2)(2\delta^2-2c^2)=a^4-(b^2-c^2)^2$$
$$(2\delta^2-2c^2)(2a^2-2\delta^2)=b^4-(c^2-a^2)^2$$
$$4[(\delta^2-a^2)(\delta^2-b^2)+(\delta^2-b^2)(\delta^2-c^2)+(\delta^2-c^2)(\delta^2-a^2)]$$
$$=a^4+b^4+c^4-(a^2-b^2)^2-(b^2-c^2)^2-(c^2-a^2)^2$$
$$=-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2$$
$$=-\left[a^4-2(b^2+c^2)a^2+(b^2-c^2)^2\right]$$
$$=-\left[a^4-2(b^2-c^2)a^2+(b^2-c^2)^2-4a^2c^2\right]$$
$$=4a^2c^2-(a^2-b^2+c^2)^2$$
$$=(2ac+a^2-b^2+c^2)\times(2ac-a^2+b^2-c^2)$$
$$=(a+b+c)(a+c-b)\times(a-b+c)(a+b-c)$$
$$=16S(S-a)(S-b)(S-c)$$

254 ځواب)

$$if \qquad a+b-c=x \Rightarrow a=x-b+c$$
$$if \qquad b+c-a=y \Rightarrow b=y+a-c$$
$$if \qquad c+a-b=z \Rightarrow c=z-a+b$$

$$(a+b+c)^3-(a+b-c)^3-(b+c-a)^3-(c+a-b)^3$$
$$=[(x-b+c)+(y+a-c)+(z-a+b)]-x^3-y^3-z^2$$
$$=(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$$
$$=3(x+y)(y+z)(z+x)$$
$$=3(2b)(2c)(2a)$$
$$=24abc$$

$$\begin{cases} x+y=(a+b-c)+(b+c-a)=2b \Rightarrow x+y=2b \\ y+z=(b+c-a)+(c+a-b)=2c \Rightarrow y+z=2c \\ z+x=(c+a-b)+(a+b-c)=2a \Rightarrow z+x=2a \end{cases}$$

255 ځواب)

$$a+b+c=0 \Rightarrow (a+b+c)^2=0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2=-2ab-2ac-2bc$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2=-2(ab+ac+bc)$$

د پاسني مساواتو دواړه خواوې په توان د 2 رفع کوو:

$$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2)^2=[-2(ab+ac+bc)]^2$$
$$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2)^2=4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2+2a^2bc+2ab^2c+2abc^2)$$
$$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2)^2=4\left[a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2+2abc\underbrace{(a+b+c)}_{0}\right]$$
$$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2)^2=4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2) \qquad (1)$$

له بل پلوه لرو چې:

$$(a^2+b^2+c^2)^2=a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2$$
$$(a^2+b^2+c^2)^2=a^4+b^4+c^4+2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2) \qquad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \qquad (\text{II}) \Rightarrow 4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)=(a^4+b^4+c^4)+2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$$
$$\Rightarrow 8(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)=2(a^4+b^4+c^4)+4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$$
$$\Rightarrow 2(a^4+b^4+c^4)=4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$$
$$\Rightarrow 2(a^4+b^4+c^4)=(a^2+b^2+c^2)^2$$
$$\Rightarrow (a^2+b^2+c^2)^2=2(a^4+b^4+c^4)$$

256 ځواب)

$$a+b+c=0 \Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$$
$$\Rightarrow (a^3+b^3+c^3)(a^2+b^2+c^2)=3abc(a^2+b^2+c^2)$$
$$\Rightarrow (a^5+a^3b^2+a^3c^2+b^3a^2+b^5+b^3c^2+c^3a^2+c^3b^2+c^5)=3abc(a^2+b^2+c^2)$$
$$\Rightarrow a^5+b^5+c^5+(a^3b^2+a^2b^3)+(b^3c^2+b^2c^3)+(c^3a^2+c^2a^3)=3abc(a^2+b^2+c^2)$$
$$\Rightarrow a^5+b^5+c^5+a^2b^2(a+b)+b^2c^2(b+c)+c^2a^2(c+a)=3abc(a^2+b^2+c^2)$$

$$if \qquad a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=-c \\ b+c=-a \\ a+c=-b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^5+b^5+c^5-a^2b^2c-b^2c^2a-a^2c^2b=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$
$$\Rightarrow a^5+b^5+c^5-abc(ab+bc+ca)=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$
$$\Rightarrow 2a^5+2b^5+2c^5-2abc(ab+bc+ca)=6abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$
$$\Rightarrow 2\left(a^5+b^5+c^5\right)-2abc(ab+bc+ac)=6abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$
$$a+b+c=0\Rightarrow (a+b+c)^2=0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=0$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2=-2(ab+ac+bc)$$
$$\Rightarrow abc\left(a^2+b^2+c^2\right)=-2abc(ab+ac+bc)$$
$$\Rightarrow 2\left(a^5+b^5+c^5\right)+abc\left(a^2+b^2+c^2\right)=6abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$
$$\Rightarrow 2\left(a^5+b^5+c^5\right)=5abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

257 ځواب)

$$if \qquad a+b+c=0\Rightarrow \begin{cases}2\left(a^4+b^4+c^4\right)=\left(a^2+b^2+c^2\right)^2\\ a^3+b^3+c^3=3abc\end{cases}$$
$$\Rightarrow 2\left(a^4+b^4+c^4\right)\left(a^3+b^3+c^3\right)=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left(a^7+a^4b^3+a^4c^3+b^4a^3+b^7+b^4c^3+c^4a^3+c^4b^3+c^7\right)=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left[a^7+b^7+c^7+\left(a^4b^2+a^3b^4\right)+\left(b^4c^3+b^3c^4\right)+\left(c^4a^3+c^3a^4\right)\right]=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left[a^7+b^7+c^7+a^3b^3(a+b)+b^3c^3(b+c)+c^3a^3(c+a)\right]=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left[a^7+b^7+c^7+a^3b^3(-c)+b^3c^3(-a)+c^3a^3(-b)\right]=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left(a^7+b^7+c^7-a^3b^3c-b^3c^3a-c^3a^3b\right)=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left[\left(a^7+b^7+c^7\right)-abc\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)\right]=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left(a^7+b^7+c^7\right)-2abc\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)=3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 5\times 2\left[a^7+b^7+c^7-abc\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)\right]=5\times 3abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 10\left(a^7+b^7+c^7\right)-10abc\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)=15abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2 \qquad (1)$$
$$\Rightarrow 2\left(a^4+b^4+c^4\right)=\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$
$$\Rightarrow 2\left(a^4+b^4+c^4\right)=a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2$$
$$\Rightarrow a^4+b^4+c^4=2\left(a^2b^2+a^2+c^2+b^2c^2\right)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}abc\left(a^4+b^4+c^4\right)=abc\left(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2\right)$$

$$(1): 10\left(a^7+b^7+c^7\right)-10\left[\frac{1}{2}abc\left(a^4+b^4+c^4\right)\right]=15abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

$$10\left(a^7+b^7+c^7\right)-5abc\left[\frac{1}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right)^2\right]=15abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

$$10\left(a^7+b^7+c^7\right)=15abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2+\frac{5}{2}abc\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

$$10\left(a^7+b^7+c^7\right)=\frac{35}{2}abc\left(a^2+b^2+c^2\right) \qquad (2)$$

$$2\left(a^5+b^5+c^5\right)=5abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

$$(2): \quad 10\left(a^7+b^7+c^7\right)=\frac{7}{2}\times\left[5abc\left(a^2+b^2+c^2\right)\right]\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

$$10\left(a^7+b^7+c^7\right)=\frac{7}{3}\left[2\left(a^5+b^5+c^5\right)\right]\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

$$10\left(a^7+b^7+c^7\right)=7\left(a^5+b^5+c^5\right)\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

$$a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2=\frac{1}{4}\left(a^2+b^2+c^2\right)\Rightarrow 2\left(a^7+b^7+c^7\right)=\frac{7}{2}abc\left(a^2+b^2+c^2\right)$$

يادونه:

د دې مسالې د لومړي رابطې په کارولو سره ځواب ترلاسه کېږي:

258 **ځواب)**

$$\frac{1}{k(k+1)}=\frac{A}{k}+\frac{B}{k+1} \qquad (I)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k(k+1)}=\frac{A(k+1)+Bk}{k(k+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k(k+1)}=\frac{(A+B)k+A}{k(k+1)} \qquad ,\begin{cases}A+B=0\\ A=1\end{cases}\begin{cases}A=1\\ B=-1\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$$

259 **ځواب)**

$$\frac{1}{(k+4)(k+6)}=\frac{A}{k+4}+\frac{B}{k+6} \qquad (I)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(k+4)(k+6)}=\frac{A(k+6)+B(k+4)}{(k+4)(k+6)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(k+4)(k+6)} = \frac{(A+B)k+(6A+4B)}{(k+4)(k+6)} \quad , \begin{cases} A+B=0 \\ 6A+4B=1 \end{cases} \Big\rangle \begin{cases} A=\frac{1}{2} \\ B=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(k+4)(k+6)} = \frac{\frac{1}{2}}{k+4} - \frac{\frac{1}{2}}{k+6}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{(k+4)(k+6)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k+4} - \frac{1}{k+6}\right)$$

260 ځواب)

$$\frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{A(x+2)+B(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$=> \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{(A+B)x+2A-2B}{(x-2)(x+2)} \quad , \begin{cases} A+B=0 \\ 2A-2B=1 \end{cases} \Big\rangle \begin{cases} A=\frac{1}{4} \\ B=-\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$=> \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{\frac{1}{4}}{x-2} - \frac{\frac{1}{4}}{x+2}$$

$$=> \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right)$$

261 ځواب)

$$\frac{1-x}{x^2+4x+3} = \frac{(1-x)}{(x+1)(x+3)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+3)} \qquad (I)$$

$$\Rightarrow \frac{(1-x)}{(x+1)(x+3)} = \frac{A(x+3)+B(x+1)}{(x+1)(x+3)}$$

$$\Rightarrow \frac{(1-x)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x(A+B)+3A+B}{(x+1)(x+3)} \quad , \quad .\begin{cases} A+B=-1 \\ 3A+B=1 \end{cases} \Big\rangle \; A=1 \; , \; B=-2$$

$$\Rightarrow \frac{(1-x)}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{(x+1)} + \frac{(-2)}{(x+3)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1-x}{x^2+4x+3} = \frac{1}{(x+1)} - \frac{2}{(x+3)}$$

262 ځواب)

$$\frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{x(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} \qquad (I)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-1)} = \frac{A(x-1)+Bx}{x(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-1)} = \frac{Ax-A+Bx}{x(x-1)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{x(x-1)} = \frac{x(A+B)-A}{x(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-1)} = \frac{x(A+B)-A}{x(x-1)} \quad , \quad \left.\begin{cases} A+B=0 \\ -A=1 \end{cases}\right\rangle \; A=-1 \;\; , \;\; B=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x-1)} = \frac{-1}{x} + \frac{1}{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$$

263 ځواب)

$$\frac{15x^2-4x-81}{(x-3)(x+4)(x-1)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+4} + \frac{C}{x-1} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{15x^2-4x-81}{(x-3)(x+4)(x-1)} = \frac{A(x+4)(x-1)+B(x-3)(x-1)+C(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{15x^2-4x-81}{(x-3)(x+4)(x-1)} = \frac{(A+B+C)x^2+(3A-4B+D)x+(-4A+3B-12D)}{(x-3)(x+4)(x-1)}$$

$$, \quad \left.\begin{cases} A+B+D=15 \\ 3A-4B+D=-4 \\ -4A+3B-12D=-81 \end{cases}\right\rangle \begin{cases} A=3 \\ B=5 \\ D=7 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{15x^2-4x-81}{(x-3)(x+4)(x-1)} = \frac{3}{x-1} + \frac{5}{x+4} + \frac{7}{x-1}$$

264 ځواب)

$$\frac{x}{(x-2)^2}=\frac{A_1}{(x-2)^1}+\frac{B_2}{(x-2)^2} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(x-2)^2}=\frac{A_1(x-2)+A_2}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(x-2)^2}=\frac{A_1x+(A_2-2A_1)}{(x-2)^2} \qquad ,\begin{cases} A_1=1 \\ A_2-2A_1=0 \Rightarrow A_2=2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{x}{(x-2)^2}=\frac{}{(x-2)}+\frac{2}{(x-2)^2}$$

265 ځواب)

$$\frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}=\frac{A_1x+B_1}{x^2+2x+2}+\frac{C_1}{x-1} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}=\frac{(x-1)(A_1x+B_1)+C_1(x^2+2x+2)}{(x-1)(x^2+2x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}=\frac{A_1x^2+B_1x-\beta_1+C_1x^2+2xC_1+2C_1}{(x-1)(x^2+2x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}=\frac{(A_1+C_1)x_2+(B_1-A_1+2C_1)x+(-B_1+2C_1)}{(x-1)(x^2+2x+2)}$$

$$,\quad \begin{cases} A_1+C_1=1 \\ B_1-A_1+2C_1=-2 \\ -B_1+2C_1=-3 \end{cases} \Bigg\rangle A_1=\frac{9}{5}, B_1=\frac{7}{5}, C_1=\frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}=\frac{\frac{9}{5}x+\frac{7}{5}}{(x^2+2x+2)}+\frac{\frac{-4}{5}}{(x-1)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x^2+2x+2)}=\frac{9x+7}{5(x^2+2x+2)}-\frac{4}{5(x-1)}$$

266 ځواب)

$$\frac{1}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{Ax+B}{x^2+1}+\frac{C}{x-1} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x^2+1)(x-1)}=\frac{(Ax+B)(x-1)+C(x^2+1)}{(x^2+1)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{Ax^2 - Ax + Bx - B + Cx^2 + C}{(x^2+1)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{x^2(A+C) + x(-A+B) + (C-B)}{(x^2+1)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{x^2(A+C) + x(B-A) + (C-B)}{(x^2+1)(x-1)}$$

$$\begin{cases} A+C=0 \Rightarrow A=-C \\ B-A=0 \\ C-B=1 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} B+C=0 \\ C-B=1 \end{cases} \Big\rangle C=\frac{1}{2}, B=-\frac{1}{2} \quad , \quad A=-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}{x^2+1} + \frac{\frac{1}{2}}{x-1}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{(x^2+1)(x-1)} = \frac{x+1}{-2(x^2+1)} + \frac{1}{2(x-1)}$$

267 **ځواب)**

$$\frac{9x^2-16x+4}{x^3-3x^2+2x} = \frac{9x^2-16x+4}{x(x^2-3x+2)} = \frac{9x^2-16x+4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2-16x+4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2-16x+4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{A(x-1)(x-2) + B(x)(x-2) + C(x)(x-1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2-16x+4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{(A+B+C)x^2 - (3A+2B+C)x + 2A}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\begin{cases} A+B+C=9 \\ -(3A+2B+C)=-16 \\ 2A=4 \end{cases} \Bigg\rangle A=2, B=3, C=4$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2-16x+4}{x(x-1)(x-2)} = \frac{2}{x} + \frac{3}{x-1} + \frac{4}{x-2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{9x^2-16x+4}{x^3-3x^2+2x} = \frac{2}{x} + \frac{3}{x-1} + \frac{4}{x-2}$$

268 **ځواب)** ددې په پام کې نيولو سره چې د صورت درجه د مخرج په پرتله ستره ده، صورت پر

مخرج تقسيموو او په لاندې شکل عمل کوو:

$$(1)$$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+3x^2-2 & x^2+x-2 \\ \hline \mp 2x^3 \mp 2x^2 \pm 4x & 2x+1 \\ x^2+4x-2 & \\ \mp x^2 \mp x \pm 2 & \\ 3x & \end{array}$$

$$\frac{2x^3+3x^2-2}{x^2+x-2}=(2x+1)+\frac{3x}{x^2+x-2} \qquad (1)$$

$$\frac{3x}{x^2+x-2}=\frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{A(x+2)+B(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{(Ax+A2+Bx-B)}{(x-1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{(A+B)x+2A-B}{(x-1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{(A+B)x+2A-B}{(x-1)(x+2)},\begin{cases}A+B=3\\2A-B=0\end{cases}\rangle A=1, B=2$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{(x-1)(x+2)}=\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{x^2+x-2}=\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{2x^3+3x^2-2}{x^2+x-2}=(2x+1)\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+2}$$

269 **ځواب)**

$$\begin{array}{l|l} x^4+x^3-x^2-19x+16 & x^2+x-6 \\ \hline \mp x^4 \mp x^3 \pm 6x^2 & x^2+5 \\ 5x^2-19x+16 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l}\underline{\mp 5x^2 \mp 5x \pm 30}\\ -24x+46\end{array}$$

$$\frac{x^4+x^3-x^2-19x+16}{x^2+x-6}=\left(x^2+5\right)+\frac{-24x+26}{x^2+x-6}\ (1)$$

$$\frac{-24x+26}{x^2+x-6}=\frac{-24x+26}{(x+3)(x-2)}=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{-24x+26}{(x+3)(x-2)}=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{-24x+46}{(x+3)(x-2)}=\frac{A(x-2)+B(x+3)}{(x+3)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{-24x+46}{(x+3)(x-2)}=\frac{x(A+B)+(3B-2A)}{(x+3)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{-24x+46}{(x+3)(x-2)}=\frac{x(A+B)+(3B-2A)}{(x+3)(x-2)}\ ,\left\{\begin{array}{l}A+B=-24\\ 3B-2A=46\end{array}\right\rangle B=-\frac{2}{5}\ ,A=\frac{-118}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{-24x+46}{(x+3)(x-2)}=\frac{\frac{-118}{5}}{x+3}+\frac{-\frac{2}{5}}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{-24x+46}{(x+3)(x-2)}=-\frac{118}{5(x+3)}-\frac{2}{5(x-2)}$$

$$\xrightarrow{(1)}\frac{x^4+x^3-x^2-19x+16}{x^2+x-6}=\left(x^2+5\right)-\frac{118}{5(x+3)}+\frac{2}{5(x-2)}$$

270 ځواب)

$$\begin{aligned}x^3-3x+2=x^3-x-2x+2&=x\left(x^2-1\right)-2(x-1)\\&=x(x-1)(x+1)-2(x-1)\\&=(x-1)\left(x^2+x-2\right)\\&=(x-1)(x-1)(x+2)\\&=(x-1)^2(x+2)\end{aligned}$$

$$\frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}=\frac{3x^2+3x+3}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{A_1}{(x-1)^1}+\frac{A_2}{(x-1)^2}+\frac{B}{x+2}\qquad(1)$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+3x+3}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{A_1}{(x-1)^1}+\frac{A_2}{(x-1)^2}+\frac{B}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+3x+3}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{A_1(x-1)(2+x)+A_2(x+2)+B(x-1)^2}{(x-1)^2(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+3x+3}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{A_1x^2+A_1x-2A_1+A_2x+2A_2+Bx^2-2Bx+B}{(x-1)^2(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+3x+3}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{(A_1+B)x^2+(A_1+A_2-2B)x-2A_1+2A_2+B}{(x-1)^2(x+2)}$$

$$\left\{\begin{array}{l} A_1+B=3 \\ A_1+A_2-2B=3 \\ -2A_1+2A_1+B=3 \end{array}\right\rangle A_1=2\ \ ,A_2=3\ B=1$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+3x+3}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{2}{(x-1)}+\frac{3}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+2)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}=\frac{2}{(x-1)}+\frac{3}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+2)}$$

271 ځواب)

$$\frac{2x}{(x+1)^2}=\frac{A}{(x+1)}+\frac{B}{(x+1)^2} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{(x+1)^2}=\frac{A(x+1)+B}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{(x+1)^2}=\frac{Ax+(A+B)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{(x+1)^2}\equiv\frac{Ax+(A+B)}{(x+1)^2} \quad ,\left\{\begin{array}{l} A=2 \\ A+B=0 \end{array}\right\rangle B=-2, A=2$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{2x}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)}-\frac{2}{(x+1)^2}$$

272 ځواب)

$$\frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{(x+1)} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)}=\frac{Ax(x+1)+B(x+1)+Cx^2}{x^2(x+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)}=\frac{Ax^2+Ax+Bx+B+Cx^2}{x^2(x+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)}=\frac{x^2(A+C)+x(A+B)+B}{x^2(x+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)} \equiv \frac{x^2(A+C)+x(A+B)+B}{x^2(x+1)}, \left\{\begin{array}{l} A+C=2 \\ A+B=2 \\ B=1 \end{array}\right\rangle A=1, C=1, B=1$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)}$$

ځواب) 273

$$x^4-1=(x^2-1)(x^2+1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)$$

$$\frac{x^3-x^2-x-3}{x^4-1} = \frac{x^3-x^2-x-3}{(x-1)(x+1)(x^2+1)^1} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}+\frac{Cx+D}{(x^2+1)^1}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3-x^2-x-3}{(x-1)(x+1)(x^2+1)^1} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}+\frac{Cx+D}{(x^2+1)^1} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{x^3-x^2-x-3}{(x-1)(x+1)(x^2+1)^1} = \frac{A(x+1)(x^2+1)+B(x-1)(x^2+1)+(Cx+D)(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3-x^2-x-3}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} \equiv \frac{Ax^3+Ax+Ax^2+A+Bx^3+Bx-Bx^2-B+Cx^3-Cx+Dx^2-D}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3-x^2-x-3}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} \equiv \frac{(A+B+C)x^3+(A-B+D)x^2+(A+B-C)x+(A-B-D)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=1 \\ A-B+D=-1 \\ A+B-C=-1 \\ A-B-D=-3 \end{array}\right\rangle A=-1,\ B=1\ \ d=1, C=1$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{x^3-x^2-x-3}{(x-1)(x+1)(x^2+1)^1} = \frac{-1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{x+1}{(x^2+1)^1}$$