بسم الله الرحمن الرحيم

ډالۍ

قدرمن خسر(مرحوم الحاج استاد غلام سخي رسولي) ته چې تل يې سبق ته هڅولې يم او ګرانې خواښې

(ادې جانې) ته، چې بې توقع او مترينه مېرمن ده!

نوي رياضيات

۳

الجبري افادې

لیکوال: پیمان گردلو
ژباړنه: استاد پښتون گل رسولي

پته: آسمايي واټ، سعيد خپرنځی، کابل - افغانستان

اړيکه: 0707575935 او 0788100157

Email: Shirahmad_saedy@yahoo.com

کتاب پېژندنه

• **کتاب**: الجبري افادې

• **ليکوال**: پيمان ګُردلو

• **ژباړنه**: استاد پشتون ګل رسولي

• **کمپوز او ډيزاين**: انجنيرمحمدافضل ذاکر او انجنير عبدالوهاب همت

• **علمي ايډيټ**: پوهاند ډاکټر محمد انور غوري

• **ژبنی ايډيټ**: انجنير عبدالباقي سلطاني

• **له اصل سره د فورمولونو پروف کتنه**: انجنيرعبدالوهاب همت، انجنير محمدافضل ذاکر، انجنير عبدالباقي سلطاني، انجنير تاج محمد جاهد، کاشف وردګ، وارث سمسور، اميد زرغون، عصمت وردګ، جاويد نعمتي

• **خپرندوی**: سعيد خپرنځی، • **چاپځای**: سعيد

• **شمېر**: 1000 ټوکه، • **چاپ وار**: لومړی، • **چاپ کال**: 1397 لمريز

• **کچه**: وزيری، • **صفحې**: 60 صفحې

بيه: 100 افغانی

د چاپ او خپراوي ټول حقوق: بيا ليکنه، چاپ، تکثير او کاپي د ژباړنې په اجازه له سعيد خپرنځي او زرغون څېړنې او ژباړې مرکز سره دي، په دې باب هر ډول بې اجازې تصرف قانوني څېړل کيږي.

یادښت

غرب یو مهال د طبیعي علومو ترجمه کوله او په دغه علمي حوزه کې یې څکه پیداوار نه درلود، چې کلیسا د غربي فکر واگی په لاس درلـود، خلک یې له طبیعي څېړنو، معنوي افراطیت تـه قیـزه کـړي وو، حتـی د تجربي علومو له لورې نـوي عرضـه شـوي مفـاهیم بـه چـې د کلیسـا لـه موخو سره په ټکر کې وو، کتمان کېدل او څرگنـدونکي بـه یـې پـه عـام محضر کې وژل کیدل؛ یعنې د بکر فکر جرأت او په طبیعي علومـو کـې تصرف په مرگ منتهي کیده. د کلیسا مسـتبد فشـارونو خلـک پـه تنـگ کړل، چون فشار فاصلې له منځه وړي، نو د کلیسـا پـر وړانـدې مردمـي یووالی(انقلاب) رامنځته شو؛ د انسـاني علومـو یـو اصـل دی وایـي «هـر افراط تفریط او هر تفریط افراط زیږوي»، نو د کلیسا افراطي چلن باعث شـو چـې غـربي انسـان لـه دغـه علمـي انقـلاب (رنسـانس) وروسـته پـه معنویاتو کې له تفریطه کار واخلي او مادي برخه کې افراط وکړي.

افغانستان هم په طبیعي علومو کې چندان سابقه نلري، حتی په دغـه شق کې د سل‌کلن تاریخ مدعي نه گڼـل کیـږي، ددې لـپاره چـې افغـان انسان په دغه علمي برخه کې موزون او غیرافراطـي گامونـه واخـلي، نـو د ښاغلي احمدفهیم‌سپین‌غر په مشرۍ مـو پـه ۱۳۸۸ کـال کـې زرغـون د څېړنې او ژباړې مرکز ایجاد کـړ، د زرغـون لیـدلوری پـه افغانسـتان کـې د ساینس فرهنگ او زرغونې انرژۍ وده ده، چې د ساینسي کتـابونو، رسـالو او مقـالو ژبـاړل، پـه ساینسيـ موضـوعات څېړنـې کـول، د سـیمینارونو او کنفراسـونو تـدویرل مـو کـاري لومړیتوبونـه وو، مـوږ لـس گونـه ساینسيـ کتابونـه وژبـاړل او لـه دې سره جوخـت مـو د افغانسـتان پـه تـاریخ کـې د لومړي ځل لپاره «افغان طبیعي علومو ټولنه» چې د افغـان سـاینس‌پوهانو لپاره د راټولیدلو ځای دی ایجاد کړه، هوډ لرو چې ددغه هلوځلو په پایلـه کې افغانستان د طبیعي علومو او تکنالوژۍ په تولید کې برخـه واخـلي او له مصرفـي حالتـه راووزي. لـه ټولـو هغـو فرهنگپـالو پـه ځـانگړي ډول لـه شیراحمد سعیدي، حـاجي نـذیر خروټـي او انجنیـر عبـدالباقي سـلطاني څخه مننه کوم چې فرهنگي چارو ته ځانگړې پاملرنه کوي.

انجنیرمحمدافضل‌ذاکر

د زرغون څېړنې او ژباړې مرکز مشر

د ژباړنې خبرې

ستاسې مخې ته پروت کتاب د رياضي د لړۍ يوه کړۍ ده، د دغه يوويشت ټوکو لړۍ کتابونه په ترتيب عبارت دي له: سيټ، توان، الجبري افادې، الجبري مطابقتونه، د الجبري افادو تجزيه، جذر، لومړۍ درجه افادې، دويمه درجه افادې، نامساوات، د پولينومونو تقسيم، دکارتي هندسه، مثلثات۱، مثلثات۲، مطلقه قيمت، زينه‌يي تابع(صحيح جز)، لوګارتم، تابع، ليمټ، متماديت، مشتق او د مشتق کارونې څخه. دغه لړۍ د رياضي ټولو شايقينو ته ده چې په لوست سره يې په رياضي برخه کې هر ډول ستونزه حل کېدلی شي.

کابو ديرش کاله مې د رياضي او فزيک تدريس کړی، ډېری وخت به د ديپارټمنټ همکارانو راته کړل: «شاګردان په رياضي کې غبي دي، نه پوهيږو څه ورسره وکړو». په دې هکله له فکر وروسته مو درک کړه چې ستونزه په شاګردانو کې نه ده بلکې د دغه ستونزې لمن پراخه ده او نور ډېر فکټورونه په ځان کې لري. موږ شايد کله هم فکر نه وي کړی چې درسي نصاب څومره د زده کوونکو له اړتياوو سره سم جوړ دی؟ شايد پام مو نه وي شوی چې څرنګه درسي پلان جوړ کړو ترڅو له رياضي سره د زده کوونکو مينه زياته شي؟ شايد موږ معلمينو کله هم خپل سر ګريوان ته نه وي کړی او له ځانه مو نه وي پوښتلي چې ايا زما د تدريس طريقه سمه ده، که نه؟ نو بناً ويلی شو چې که شاګرد رياضي نشي- زده کولی بايد له شاګرد سره جوخت، درسي نصاب، درسي پلان او د خپل تدريس طريقه هم وارزوو.

رياضي هغه وخت ښه تدريس کېدلی شي چې د نصاب کارپوهان درسي نصاب د ښوونکو سره په مشوره او د شاګردانو له ورځنيو اړتياوو سره سم جوړ کړي. ښوونکي بايد درسي پلان او د تدريس طريقه د شاګردانو په خوښه وټاکي داسې نه خدای مه کړه له يوې خوا د رياضي محتوايي وچوالی او له بل لوري د ښوونکي نامناسبه درسي طريقه باعث شي ترڅو ابداً له رياضي څخه د شاګرد زړه تور شي. اصولاً په ټوله نړۍ کې دا باب دی چې د يوې برخې کارپوه په خپله کاري حوزه کې له کلونو کار وروسته په ليکلو يا ژباړلو پيل کوي. زه هم د رياضي او فزيک برخې د متقاعدې استادې په توګه هڅه کوم چې مناسب متنونه په رياضي او فزيک برخه کې را وژباړم ترڅو د درسي موادو له درکه د شاګردانو او ښوونکو ستونزه تر يوه بريده حل شي. د اوس لپاره خو د رياضي دغه لړۍ وګورئ، که عمر باقي و، نورې هڅې به هم کوو.

کاميابي مو غواړم

پشتون ګل رسولي

سریزه

له مهربان خدای څخه منندوی یم چې په ډېر صداقت، تمایل او پرته له ریا مې علم پالو کسانو ته یو څه خدمت وکړ.

هڅه مې کړې چې کتاب له ګونګوالي او اغماضه خالي وي، خدای وکړي زموږ دا هڅه د علمي ټولنې د منلو وړ وګرځي.

د ټولو استادانو او په ځانګړي توګه د «نسل نو اندیش» خپرنځي مسؤل ښاغلي بېژن علیپور څخه مننه کوم چې په دې برخه کې یې نه ستړې کېدونکې هلې ځلې وکړې، ارامه او کامیاب ژوند ورته غواړم.

پیمان ګردلو

ژمی ۱۳۸۵

د دغه لړۍ په هکله څو خبرې

د پیمان گردلو، د ریاضي مسلسل او مهم یوویشت ټوکه کتابونه په لاندې ډول دي:

1. سیټونه
2. توان
3. الجبري افادې
4. الجبري مطابقتونه
5. د الجبري افادو تجزیه
6. جذر
7. لومړۍ درجه افادې
8. دویمه درجه افادې
9. نامساوات
10. د پولینومونو تقسیم
11. دکارتي هندسه
12. مثلثات (لومړی ټوک)
13. مثلثات (دویم ټوک)
14. مطلقه قیمت
15. زینه‌یي تابع
16. لوگارتم
17. تابع
18. لیمټ
19. متمادیت
20. مشتق
21. د مشتق کارونې

د ریاضي دغه لړۍ د ښوونځیو لپاره د مرجع حیثیت لري او په ریاضي برخه کې د لوړو زده کړو لپاره بنسټ جوړوي. په دې کتابونو کې ټول مباحث په خورا دقت او د جزئیاتو په پام کې نیولو سره تر بحث لاندې نیول شوي او ټول موضوعات د بې ساري او بېلابېلو مثالونو په بیان سره بدرگه کېږي.

ددغه لړۍ ټول کتابونه گرانې خور استاد پشتون‌گل رسولي له فارسي څخه پښتو ته په پخو ادبیاتو او خوږو عباراتو په بریالیتوب سره ترجمه کړي. بې له شکه دا لوی کار د گران هېواد د ځوان نسل لپاره ستر خدمت او د وطن دوستۍ صریح نښه بلل کېږي.

د الله پاک څخه د استاد لپاره د نورو بریالیتوبونو هیله من یم.

پوهاند ډاکټر محمدانور غوري

د کابل پوهنتون د ریاضي پوهنځي رئیس

يادښت

تاريخ راته وايي چې هر ډول ټولنيز-اقتصادي تحول د مادي وسايلو له تحول سره کلک تړلی دی. بلخوا، غوڅ اکثريت مادي تحولاتو کې فزيک فعاله ونډه لرلې ده، يعنې فزيک د معاصر انسان په نړۍ‌ليد کې اساسي نقش لوبولی.

هېڅ علم له فلسفې سره دومره اُرګانيکه اړيکه نلري لکه فزيک يې چې لري. پخوا زمانو کې به ديني حلقاتو ته منسوب بني‌ادمان د فزيک له ودې بېريدل، ځکه فزيک نړۍ هغسې معرفي کوي څرنګه چې ده. د هغه وخت دخلکو دغه بېره د فزيک په فلسفي بُعد دلالت کوي، اما په فزيک کې د نسبيت، کوانتم او سترينګ تيوري منځته راتلل په مطلق ډول فزيک د فلسفې د جز په توګه تائيد کړ.

بالمقابل د فزيک د محصل په توګه په دې باوري يم چې په قاطع توګه د فزيک په وده کې رياضي اساسي نقش درلودلی او لري يې. که موږ د فزيک هرې برخې ته ځېر شو نو رياضي به پکې ووينو. ځکه د طبيعت ټول اجزاء يوه بل پورې اړوند دي او د اجزاوو دغه اړيکه د تابع په مرسته ښودل کېږي تابع او د تابع اجزاء(ليمت، مشتق او انتيګرال) د فزيک کُليات جوړوي.

اوس که څوک د بشري تحول په هکله ګړابي نو بايد د رياضي-فزيک په نقش او کارکړو بلد وي، تر څو په سمه توګه د بشري ارتقا او اقتصادي-ټولنيزو مناسباتو وړاندوينې وکړلی شي. يا که څوک له فلسفي مباحثو سره مينه لري او فلسفه کې دننه تلل غواړي نو بايد د رياضي-فزيک په اساساتو پوه وي، کنه نو سفسطې به غږوي. يا که څوک د تکنالوژۍ ماهر کېدل غواړي نو بايد چې رياضي-فزيک ته په کمه سترګه ونه ګوري.

کله چې محصل وم په ساينس برخه کې د درسي وثايقو پسې به لالهانده وم. معتبرې علمي منابع به کمې يا اصلا نه وې ځکه خو مو د احمدفهيم سپين‌غر په مشرۍ په دغه علمي حوزه کې د يو لړ علمي کارونو د ترسره کولو هوډ وکړ. د دغو هڅو لړۍ دا ده نن د رياضي برخې د دايره‌المعارف چاپيدو ته را ورسېدله. د رياضي دغه جامع لړۍ چې ستاسې په لاس کې ده، آغلې استاد پشتون‌ګل رسولي ژباړلې، تر کومه ځايه چې مې ژباړه لوستې موزونه او متوازنه ده. اصل کتاب کې هم د موضوعاتو تسلسل تر ډېره رعايت شوی، خو له دې چې د دايره‌المعارف يا مرجع حيثيت لري، نو ځينې ځايونو کې ځينې موضوعات تر وخت د مخه هم راغلي. خو په ټوله کې دغه لړۍ ټولو زده کوونکو، محصلينو او د رياضي مينه والو ته ګټوره تمامېدلی شي، ويې پېرئ، زده يې کړئ او ورزده يې کړئ.

تاسې جار شم

انجنير مطيع الله هوتک

د افغان طبيعي علومو ټولنې مؤسس

۱۳۹۶-۱۲-۱۵ سه شنبه د شپې يوولس نيمې بجې

رياضي د علومو مبادي ده

هنر له کيفيت سره او علوم له کميت سره کار لري، يعنې کله کله يو فرد شعر نسبت يوه اوږد شعر ته ډېر تاثير لري، ځکه شعر هنر دی او په هنر کې اصل، کيفيت دی نه کميت. بالمقابل دوه ماليکوله هايدروجن له يوه ماليکول اوکسيجن سره يو ځای کېږي اوبه جوړوي، دلته بحث د اوکسيجن او هايدروجن د ماليکولونو پر کيفيت نه، بلکې پر کميت يې دی. يعنې له دريو ماليکولونو هايدروجن او څلور ماليکولونو اوکسيجن څخه هېڅکله اوبه نشو ترلاسه کولی. ځکه خو وايو هنريت له کيفيت او علميت له کميت سره تړاو لري او د کميت بيان يوازې د رياضي په مرسته شونی دی.

بناً کله چې د علومو اساس کميت وي او د کميت بيان د رياضي په مرسته ممکن وي، خود به رياضي د ټولو علومو مبادي ګڼل کېږي. رياضي ته ځکه د علومو مبادي وايي، چې پرته له هغې د نورو علومو حصول ناممکن دی. په انجنيرۍ کې د کانال ميل يا د سړک ميل د تانجانت په مرسته معلوموي او تانجانت د رياضي موضوع ده. په برق-فزيک کې وايي کله چې مقاومت زياتيږي، امپير کمېږي د امپير او مقامت دغه رابطه د معکوس تناسب په ذريعه ښودل کېږي او معکوس تناسب د رياضي مبحث دی. په کيميا کې غلظت مساوي کېږي په (د هايدروجن د شمېر-منفي لوګارتم)، لوګارتم هم د رياضی بحث دی. ان سوداګري هم د رياضي په مرسته کېږي، تخفيف، د ګټې فيصدي او کميشن د رياضي په مرسته معلومېږي. يعنې که يو انجنير په تانجانت نه وي پوه، ميل نشي معلومولی. همدارنګه که د فزيکپوه تناسب نه وي زده، د امپير او مقاومت اړيکه نشي ښودلی او که د کيمياپوه لوګارتم نه وي زده، غلظت نشي معلومولی. او يو سوداګر په حساب د نه پوهېدو له وجهې ممکن موفق سوداګر ونه اوسي.

اوس نو که څوک علومو ته لاسرسی غواړي، نو لومړی دی رياضي په اساسي توګه زده کړي. د رياضي د زده کړې لومړی شرط معتبرو منابعو ته لاسرسی دی، له نيکه بختـه ستاسې په لاس کې د رياضي دغه يوويشت ټوکه لړۍ چې آغلې استاد پشتون‌ګل رسولي، پښتو ژبې ته ترجمه کړې، متعلمينو او محصلينو ته د يوې مؤثرې او معتبرې مرجع په توګه واقع کېدلی شي. ارزو لرم، دغه لړۍ بار بار ولولۍ او مثالونه يې له ځانه سره تکراراً کار کړئ په دې توګه به مو د ټولو علومو الفبا زده کړې وي.

انجنيرغلام‌نقيب‌رسولي

د اوبو او برېښنا وزارت متقاعد انجنير

رياضي (د کائناتو ژبه)

څلور پېړۍ مخکې (1610 کال کې)، کله چې ګاليله څرګنده کړه چې ځمګه د لمر په چاپېر چورلي، نو د کايناتو ژبه يې رياضيکي ژبه وبلله او مثلثونه، دايرې او نور هندسي شکلونه يې د دې ژبې توري وبلل. ګاووس رياضيات "د علومو ملکه" بللې. په 2010 کې معاصر رياضي‌پوه، "پروفيسور ډيو سوټ وې" وويل: "يقيناً تلسکوپونه او مايکروسکوپونه، کتنې او تجربې يو نقش لري چې بايد و يې لوبوي، خو زه باور لرم چې د معاصر ساينس تر شا اصلي چلوونکې قوه رياضيات دي." د دې خبرو او د ورځني پديدو پر بنسټ ټول د رياضياتو پر اهميت پوهېږي او انکار ترې نشي کېدلی. خو پر دومره ستر اهميت سربېره موږ په دې برخه کې د نورو برخو په څېر تر هر چا خوار يو. ځکه نه په نورو ژبو پوهېږو او نه په خپلو ژبو کافي مواد لرو.

د پوهنتونونو د محصلينو تر ټولو ستره ستونزه له درسي موادو سره ده. کله چې محصل وم، تقريباً ټول کتابونه مو په انګلسي وو، خو زياتره محصلين يا خو په انګليسي نه پوهېدل يا خو ډېر کم پرې پوهېدل. دوی ته به تر ټولو ښه خبر دا و چې کوم چا به کوم درس وژباړه. له بلې خوا په نورو پوهنځيو کې ستونزه دا وه چې درسي مواد يې اصلاً د پوهېدلو وړ نه وو. درسي چپټرونه خو يا پخواني دي او يا هم په ډېر بې کيفيته ډول ليکل شوي يا ژباړل شوي دي. باور لرم که مو په خپلو ژبو کې با کيفيته درسي مواد لرلی، د لوړو زده کړو حالت به له اوسني هغه څخه په ځلونو غوره و.

لومړی ځل دی چې په رياضياتو او په ټوله کې د ساينس په برخه کې په دومره شمېر کتابونه ژباړل کېږي او خپرېږي، يو کال مخکې په ټول هېواد کې څه باندې سل کتابونه چاپ شوي وو چې زياتره يې د سياسي او ټولنيزو کتابونو ژباړې وې. دغه کتاب د رياضي د يووشتو کتابونو له سلسلې څخه يو کتاب دی، له دې ور هاخوا د دې کتابونو او د ژباړې په اړه يې ځينې ټکي شته دي، چې دا کتابونه له نورو څخه بېلوي. ټول کتابونه يوه لړۍ ده او يوه ليکوال ليکلې. ټول کتابونه ، يوې ژباړنې ژباړلي، چې پر رياضياتو او نورو ساينسي-مضمونو هم ښه برلاسی لري، کلونه کلونه يې تدريس کړي، او هم د ژباړې او ليکنې تجربه لري. د دې کتابونو د ژباړې په اړه مهمه خبره دا ده چې له دقيق ايډېټ او بيا کتنې وروسته يو ځای خپرېږي.

باور لرم چې دا کتابونه د ښوونځيو او کورسونو د زده کوونکو او د انسټيټونو او پوهنتونونو د محصلينو لپاره، په افغانستان کې غوره درسي مواد او د مطالعې لپاره د رياضياتو تر ټولو غوره کتابونه دي، او د رياضياتو په برخه کې د زده کوونکو ستونزې تر ډېره حلولی شي. دا کتابونه بايد هر افغان زده کوونکي او محصل ته ورسول شي. راځئ چې دا کتابونه تر هره کوره او تر هر ټولګي پورې ورسوو.

استاد پشتون ګل رسولي ته د دې ستر کار مبارکي وايم، الله د پوره صحت، اوږد عمر او د ساينس او ژباړې په برخه کې لا حوصله او توفيق ورکړي.

انجنير عبدالباقي سلطاني

لړلیک

سرلیک	مخگڼه

1) سریزه.. 1
2) د الجبري عبارتونو ډولونه... 1
2–1) معین او نامعین الجبري عبارت.. 1
2–2) صحیح الجبري عبارت... 1
2–3) کسري الجبري عبارت.. 2
2–4) ناطق الجبري عبارت.. 2
3) د یوه الجبري عبارت د تعریف حوزه.. 2
4) د یوه الجبری عبارت عد دي مقدار.. 3
5) الجبری یوه حده.. 4
5–1) تعریف.. 4
5–2) متشابه یو حده... 4
5–3) د الجبري یو حده ګانو جمع او تفریق... 4
5–4) په یوه عدد د یو حده ضرب یا تقسیم.. 5
5–5) د دوو یو حده ضرب.. 5
5–6) په یوه حده د یوه حده تقسیم... 5
6) پولینوم.. 6
6–1) تعریف.. 6
6–2) دیوه پولینوم درجه.. 6
6–3) د پولینوم د ضربیونو مجموعه.. 7
6–4) د پولینوم ډولونه... 7
6–4–1) متجانسه پولینوم.. 7
6–4–2) متناظر پولینوم... 7
6–4–3) جفت او تاق پولینوم... 8
6–4–4) سټنډرډ (متعارف) پولنیوم.. 8
6–4–5) صفري پولینوم.. 9
6–5) د پولینومو عملیې.. 10
6–5–1) د پولینومونو جمع... 10
6–5–2) د پولینومونو او یوه عدد ضرب.. 10
6–5–3) د پولنیوم معکوس.. 10
6–5–4) د پولنیوم تفریق... 11

5−5−6) د پولینوم ضرب..11
6−5−6) په یوه حده د پولنیوم تقسیم..............................13
7−5−6) پر پولینوم د پولینوم تقسیم..............................13

1. سریزه

د ریاضي هغه افادې چې د اعدادو سیټ په ذریعه ښودل شوي وي، الجبري افاده نومېږي. هره الجبري افاده له نښو او تورو جوړه شوې او په اصل کې د روابطو او عملیو اړوند نښو ګرځندونکې ده چې باید په اعدادو ترسره شي.

په هر الجبري افاده کې هغه اعداد او توري چې مشخص او معین اعداد ګرځندوي معلوم مقدار (پارامتر) او هغه چې د غیر مشخص اعدادو ګرځندونکي وي متغیر نومېږي.

یوه الجبري افاده د هغې د متغیرونو په ذریعه ټاکل کېږي او د متغیرونو له مخې یې یوه متغیره او یا څو متغیره افاده نوموي.

x متغیر (متحول) لرونکې الجبري افاده په $f(x)$ او x و y متغیر لرونکې الجبري افاده په $f(x,y)$ ښيي، لکه:

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x,y) = x^2 + 2y$$

$$f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^4$$

2 . د الجبري افادو ډولونه

2 – 1) معینې او نامعینې الجبري افادې

د یوه او یا څو متغیرونو لپاره الجبري افاده معینه ده، که ټول کارېدلي عملیات د ترسره کېدلو وړ وي، که داسې نه وي نو الجبري افاده نامعینه ده.

د حقیقي اعدادو په سیټ کې که کسر مخرج د متغیر د ورکړل شوي مقدار لپاره صفر شي، نامعینه الجبري افاده نومېږي.

ضمناً جفت جذر لرونکې ګونګه الجبري افاده هغه مهال نامعینه ده چې د متغیر قیمت تر جذر لاندې افاده منفي کړي.

مثال) ووایئ چې لاندې الجبري افادې د x کومو قیمتونو ته معینې دي؟

1) $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ 2) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 1}$

3) $Q(x) = \sqrt{x-3}$ 4) $P(x) = \sqrt[3]{x+1}$

2 – 2) صحیح الجبري افاده

یوه الجبري افاده نسبت متغیرونو ته یې صحیح ویل کېږي که د متغیرونو توان یې منفي نه وي (صحیح وي)، لکه:

$$f(x) = x^2 + 3x$$

$$g(x)=\frac{x^2}{3}-\frac{2x}{5}$$

3 – 2) کسري الجبري افاده

يوه الجبري افاده کسري ده که اقلاً يو له يادو شوو تورو څخه منفي توان ولري، يعني داسې کسر-موجود وي چې مخرج يې ياد توری په ځان کې ولري، لکه:

$$f(x)=x+\frac{1}{x}$$

$$g(x)=x+\frac{x}{x^2-1}$$

4 – 2) ناطقه الجبري افاده

يوه الجبري افاده ناطقه ده که متغير يې هيڅ غير صحيح توان ونلري، که چېرې متغير يې لااقل يو غير صحيح توان ولري، الجبري افاده نسبت غير صحيح توان لرونکي متغير ته غير ناطقه ده.

لکه $f(x,y)=x+\sqrt{x+1}+2y$ الجبري افاده چې نسبت x ته گونگه او نسبت y ته ناطقه ده.

د يادولو وړ ده هغه متغيرونه چې تر جذر لاندې راځي توان يې کسري دی.

مثال) له لاندې افاده څخه کومه يې ناطق او کومه يې گونگه ده:

5) $f(x)=x+\sqrt{2}$ 6) $g(x)=\sqrt{x}+2$

7) $h(x)=3x^2+2x+\sqrt{x}$ 8) $t(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{2}{3}x+1$

3 . د يوې الجبري افادې د تعريف حوزه

هغه سيټ چې ټول عناصر يې يوه الجبري افاده پر معينه افاده واړوي، د الجبري افادې د تعريف حوزه نومېږي.

I) هره صحيح الجبري افاده تل معينه ده، ځکه د تعريف حوزه يې دمعينو حقيقي اعدادو سيټ دی.

II) هره کسري افاده د هغو قيمتونو لپاره چې مخرج صفر کوي نامعينه او د نور حقيقي قيمتونو لپاره معينه ده.

III) يوه مبهمه الجبري افاده چې تر تاق جذر لاندې وي معينه ده او د تعريف حوزه يې د حقيقي اعدادو سيټ دی.

IIII) که د جذر درجه جفت وي تر جذر لاندې افاده بايد منفي نه وي.

مثال) د لاندې افادو د تعريف حوزه ترلاسه کړئ.

9) $f(x)=x^2-3x-1$ 10) $f(x)=\frac{2x-3}{x^2-4}$

11) $f(x)=\sqrt[3]{2x-5}$ 12) $f(x)=\sqrt{x+5}$

13) $f(x)=\sqrt{\frac{-1}{x+2}}+\sqrt{\frac{1}{x+5}}$ 14) $f(x)=\frac{x-1}{(x+1)(x-2)}$

4 . د يوې الجبري افادې عددي مقدار

هره الجبري افاده د اعدادو د سيټ په ذريعه بيانېږي، پر دې اساس خپله د يوه عدد څرګندونکې ده او دغه عدد د هغو قيمتونو پر اساس ترلاسه کېږي چې د متغير پرځای يې وضع کوو.

که $f(x)$ يوه الجبري افاده وي، د دې عبارت عددي مقدار د $x=a$ لپاره په $f(a)$ ښودل کېږي.

مثلا د $f(x)=2x-1$ الجبري افادې عددي مقدار د $x=5$ لپاره مساوي دی په:

$f(5)=2(5)-1=9$

مثال) د لاندې الجبري افادو عددي مقدار بېلابېلو قيمتونو ته ترلاسه کړئ.

15) $f(x)=(x^2-2x+1)^{17}, x=1$ 16) $f(x)=x^2-1\ ,\ x=3$

17) $f(x)=x^2-1\ ,\ x=\sqrt{2}$ 18) $f(x)=x^2-1\ ,\ x=y+1$

19) $f(x)=(x+y+z)(xy+yz+xz)-xyz\ ,\ x=-y$

20) $f(x)=x^4+x^2+1\ ,\ x=\sqrt{2}$ 21) $f(a,b)=(a+b)^3, a=2, b=-3$

22) $f(a,b)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\ ,\ a=2\ ,\ b=-3$

23) $f(a,b,c)=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc), a=2, b=1, c=-3$

24) $f(a,b,c)=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ ,\ a=4\ ,\ b=-4\ ,\ c=-3$

25) $f(a,b,c,d)=(a^b)^{c^d}\ ,\ a=10\ ,\ b=d=2\ ,\ c=3$

مثال) که $a=6\ ,\ b=8\ ,\ c=10$ ، $p=\frac{a+b+c}{2}$ وي، د S افادې مقدار چې په $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ توګه دی ترلاسه کړئ.

27 **مثال)** که $(a+1)^{20}+(b-1)^{20}=0$ وي د $(a^2-b^2)^{2000}$ حاصل ترلاسه کړئ.

28 **مثال)** که $(a-4b)^{50}+(b-2c)^{100}=0$ وي د $\frac{10\,ab}{c(a+b)}$ حاصل ترلاسه کړئ.

29 **مثال)** د دوو $(2a)^3$, $2a^3$ افادو عددي مقدار د $a=10$ لپاره ترلاسه کړئ او له يوه بل سره يې پرتله کړئ.

30 **مثال)** که A د B متناظر او B د C معکوس وي، د $[B^2C^2+C(A^3B+B^4)]^{20}$ افادې حاصل ترلاسه کړئ.

31 **مثال)** که $f(x)=ax^2+x+4$, $f(1)=7$ وي، د $f(-3)$ مقدار څومره دی؟

32 **مثال)** د $f(x)=1-2x$, $f(x-1)$ حاصل ترلاسه کړئ؟

33 **مثال)** که $f(n)=f(n-1)+4n^3$ وي د $f(1)-f(-1)$ حاصل ترلاسه کړئ.

34 **مثال)** که $f(x+2)=3x-1$ وي، $f(x)$ ترلاسه کړئ.

35 **مثال)** که $f(x)=x^2+2$ وي $f\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$ ترلاسه کړئ.

5. الجبري یو حده یا مونوم

5 – 1) تعریف

یو صحیح الجبري افاده چې یوازې د ضرب او توان عملیه ولري، یو الجبري حد نومېږي.

د اعدادو او معلومو عواملو د ضرب حاصل ته د اړونده حد **(عددي ضریب)** وایي.

د متغیرونو د توان مجموعې ته **(د یو حد درجه)** وایي.

نسبت یوه ټاکلي متغیر ته د یو حد درجه په اړونده حد کې د متغیر له توان سره مساوي ده، د حد درجه نظر هغه متغیر ته چې په حد کې اصلاً نشته صفر ده.

مثلاً $5x^2y^3z$ یو حد په پام کې ونیسئ:

د دې یو حد عددي ضریب 5 دی.

دغه یو حد نسبت x ته دویمه درجه، نسبت y ته درېیمه درجه او نسبت z ته لومړۍ درجه ده.

د دغه یو حد درجه نسبت ټولو تورو ته $2+3+1=6$ ده.

مثال) لاندې کومه یوه افاده یو حده ده؟

36) $\dfrac{4xy}{z}$ 37) $5x^2y^2+1$

38) $\dfrac{1}{5}x^2\times 3x$ 39) 13

مثال) د لاندې یو حده ګانو عددي ضریب او درجه یې نسبت ټولو تورو ته ترلاسه کړئ.

40) $A=2x^2y^3z\,x^3\times\dfrac{3}{2}y^5$ 41) $B=12a^7b^2\times\dfrac{3}{4}a^5b^2c^4\times 2b^4c^6$

5 – 2) مشابه یو حده

هغه یو حده ګان مشابه دي چې توري یې یو شان او د متناظرو تورو توانونه سره مساوي وي.

لکه لاندې مثال چې درې واړه مطرح شوي یو حده ګان مشابه دي:

$\sqrt{3}\,x^2y\ ,\ -3x^2y\ ,\ 7x^2y$

5 – 3) د الجبري یو حده ګانو جمع او تفریق

دوه یا څو یو حده هغه مهال جمع یا تفریق کولی شو چې حدونه یې مشابه وي او د دې کار لپاره اړینه ده چې د حدونو عددي ضریبونه سره جمع او تفریق کړو.

مثال) لاندې افادې ساده کړئ:

42) $7ab+3ab$ 43) $12ab^2-5ab^2$

44) $\frac{ab}{2}-\frac{2ab}{3}+\frac{ab}{4}+\frac{5}{12}ab$ 45) $3a^2b^3+5a^2b^3-7a^2b^3$

46) $\frac{5}{24}a^3b^5c^2-\frac{1}{18}a^3b^5c^2+\frac{7}{36}a^3b^5c^2$

4 – 5) له یوه عدد سره د یو حده ضرب یا تقسیم

د دې لپاره چې الجبري یو حده له یوه عدد سره ضرب او یا پر یوه عدد تقسیم کړو، اړینه ده د هغه حد ضریب ورسره ضرب او یا تقسیم کړو.

مثلا:

$$18a^2b^3c^4\times 2=36a^2b^3c^4$$

$$18a^2b^3c^4\div 2=\frac{18}{2}a^2b^3c^4=9a^2b^3c^4$$

مثال) که $A=2a^3b$ ، $B=3ac^3$ ، $C=5b^3c$ وي د لاندې افادو حاصل ترلاسه کړئ:

47) $\left(\frac{2AB}{3}\right)^2$ 48) A^2C^2

49) $(ABC)^2$ 50) $\frac{3}{2}A\times\frac{5}{3}B\times\frac{4}{5}C$

5 – 5) د دوو یو حده ګانو ضرب

د دوو الجبري یو حده ګانو د ضرب لپاره، عددي ضریبونه او متناظر توري په یوه بل کې ضربوو.

مثال) لاندې الجبري افادې ساده کړئ:

51) $(5x^2y^3)\times(2x^3y^2z)$ 52) $\left(\frac{2}{3}x^4y^2z^3\right)\times(6xy^3z^2)\times(x^5y^5z^5)$

53) $\left(-\frac{7}{11}a^3b^2\right)\times\left(\frac{33}{5}a^{12}b^7\right)\times\left(-\frac{5}{21}a^5b^{11}\right)$

6 – 5) پر یو حده د یوه حده تقسیم

پر B یو حده د A یو حده د تقسیم لپاره، عددي ضریبونه له یوه بل سره او متناظر توري له یوه بل سره د توان د قوانینو په پام کې نیولو سره تقسیموو.

مثال) د لاندې افادو حاصل ترلاسه کړئ.

54) $18a^2b^3c^4\div 6ab^3c^2$ 55) $2a^7b^5\div 5b^3a^4$

56) $48a^{20}b^{30}c^{40}\div(-12)a^{15}\times b^{25}\times c^{35}$

57) $2a^2b\times 3a^3b^4+4a\times a^4b^5$

58) $16a^7b^{10}-\left(2ab^4\times 3a^2\right)\left(\frac{1}{3}b^3a^2\times 2a^2b^3\right)-3a^5\times\left(ab^5\right)^2$

59 **مثال)** که $A=6x^2y^3z^4$, $B=4x^4y^3z^2$, $C=12x^2y^2z^2$ وي د $\frac{A\times 2B}{C}$ حاصل ترلاسه کړئ.

60 **مثال)** که $A=3a^2b^4$, $B=5a^3b^6$ وي د $\left(A^3-B^2\right)^5$ حاصل ترلاسه کړئ.

يادونه – (پر يو حده د يو حده د تقسيم وړتيا)

A يو حده پر B يو حده د تقسيم وړتيا لري کله چې پر B د A د تقسيم حاصل يو يو حده وي، په دې صورت کې:

لومړی) د B ټول متغيرونه په A کې وي.

په B کې د موجودو عاملونو توانونه په A کې د متناظرو عاملونو له توانونو وړوکي او يا ورسره مساوي وي.

مثال) $A=6a^3b^2c^4$ يو حده پر کوم لاندېني يو حده د تقسيم وړتيا لري؟

61) $B=2a^2bc^2$

62) $C=5a^3c^2$

63) $D=3a^3b^3$

64) $E=7a^2bc^2d$

6. پولينوم

6 – 1) تعريف

د څو غير مشابه يو حده الجبري مجموعې، ته پولينوم (څو حده) وايي. يو x متغير درلودونکي پولينوم په $P(x)$ يا $Q(x)$ او همدې ته ورته، څو x, y, z . . . متغير لرونکي پولينومونه په $P(x, y, z\ldots)$ ښيو:

$$P(x)=4x^5-7x^4-x^2+1$$
$$P(x,y)=x^2y^3-5xy^2+2xy-3$$

6 – 2) د يوه پولينوم درجه

د يوه پولينوم درجه، د هغه يو حده له درجې څخه عبارت ده چې نسبت نورو حدونو ته تر ټولو لوړه درجه ولري.

مثلاً $4x^5+5x^2y^3+3x^3y^4-2yx-6$ پولينوم نسبت متغيرونو ته يې درجه 7 ده چې د $\left(3x^3y^4\right)$ حد د درجې پر اساس سنجول شوې ده.

پاسنی پولينوم د x له مخې 5 درجه او د y له مخې 4 درجه دی.

مثال) وټاکئ چې لاندې پولينوم نسبت هر يو x, y متغيرونو اونسبت ټولو متغيرونو ته څوومه درجه دی؟

65) $P(x,y)=3x^2+4y^3+x^2y^3+x^4y+2y^5x$

66) $P(x,y)=(x^2y^3-x)(x\,y^2)^3+(x\,y)(x^4y^2+1)$

6 – 3) د پولینوم د ضریبونو مجموعه

د $P(x)$ پولینوم د ضریبونو مجموعه په حقیقت کې له عددي مقدار سره یې (چې د $x=1$ لپاره محاسبه شوی) مساوي ده او په $P(1)$ یې ښیو.

ضمناً د $P(x,y,z,\dots)$ پولینوم د ضریبونو مجموعه له $P(1,1,1,\dots)$ سره مساوي ده.

مثال) د لاندې هر پولینوم د ضریبونو مجموعه ترلاسه کړئ.

67) $P(x)=5x^4-2x^3+3x^2-2x-7$ 68) $Q(x)=(5x^2-7x+1)^{20}$

69) $R(x,y)=(2x-y)(x^2+4xy+3y^2)$ 70) $f(x)=(5x^3-2x^2-3x-1)^{32}$

71 **مثال**)

1) د $f(x)=x^4+x^2+1$ افادې عددي مقدار د $x=\sqrt{2}$ لپاره ترلاسه کړئ.

2) د پاسنۍ افادې د ضریبونو مجموعه ترلاسه کړئ او د $x=1$ لپاره عددي مقدار سره یې پرتله کړئ.

6 – 4) د پولینومونو ډولونه

6 – 4 – 1) متجانس پولینوم

که د یوه پولینوم ټول حدونه همدرجه وي، متجانس پولینوم ورته وایي:

$P(a,b)=4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

$P(x,y)=x^5-3x^4y+2x^2y^3-6xy^4$

د n درجه متجانس پولینوم یوه ځانګړنه دا ده چې که هر یو متغیر یې له k عدد سر ضرب شي پولینوم په k^n کې ضربیږي، په پاسني مثال کې:

$P(ka,kb)=k^4.P(a,b)$

$P(kx,ky)=k^5.P(x,y)$

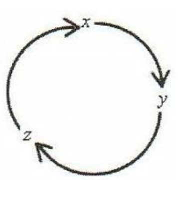
6 – 4 – 2) متناظر پولینوم

دوه متغیر لرونکي پولینومونه متناظر نومیږي، که چیرې د متغیرونو ځایونه یې له یوه بل سر بدل شي په پولینوم کې توپیر رانشي.

درې متغیر لرونکی پولینوم متناظر دی که د هر دوره یي تبدیل په صورت کې دلاندې دایرې په شان تغیر ونکړي:

$P(x,y)=P(y,x)$

$P(x,y,z)=P(z,x,y)=P(y,z,x)$



$$\left.\begin{array}{l}P(a,b)=3a^2+3b^2-2ab+1\\P(b,a)=3b^2+3a^2-2ba+1\end{array}\right\rangle P(a,b)=P(b,a)$$

$$\left.\begin{array}{l}Q(a,b,c)=a^3+b^3+c^3+3abc(a+b+c)\\Q(b,c,a)=b^3+c^3+a^3+3bca(b+c+a)\\Q(c,a,b)=c^3+a^3+b^3+3cab(c+a+b)\end{array}\right\rangle Q(a,b,c)=Q(b,c,a)=Q(c,a,b)$$

یادونه: ممکن یو پولینوم هم متناظر وي او هم متجانس، لکه:

$$a^5+5a^4b+10a^2b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

یادونه: د $P(x,y)$ پولینوم له مهمو ځانګړنو دا دي چې:

1) کولی شو هغه د $x+y$ او xy پر اساس ولیکو.

2) د هر دوره يي تبديل سره پر بلې متناظرې افادې اوړي.

مثال) لاندې کومه یوه افاده متناظر او کوم یوه يې متجانس ده؟

72) $7a^4-3a^3b+7b^4-3ab^3$ 73) $x^5-2x^2y^2+y^5+12$

74) $4x^3y^2-2y^5+3y^5$

75 **مثال)** $S=x^3(y+z)+y^3(x+z)+z^3(x+y)+xyz(x+y+z)$ افادې د اصلي متناظرو افادو پر اساس ولیکئ.

3 – 4 – 6) جفت او تاق پولینوم

جفت پولینوم:

یو پولینوم نسبت یوه متغیر ته جفت دی که د متغیر د علامې په تغیر سره په پولینوم کې توپیر رانشي، یعنې:

$$P(-x)=P(x)$$

تاق پولینوم:

یو پولینوم نسبت یوه متغیر ته تاق دی که د متغیر د علامې په تغیر سره پولینوم هم تغیر وکړي، یعني:

$$P(-x)=-P(x)$$

یادونه) ممکن یو پولینوم نه جفت وي او نه تاق.

مثال) د لاندې پولینومونو جفت او تاق والی ثابت کړئ.

76) $P(x)=x^2+1$ 77) $P(x)=x^3+x$

78) $k(x)=x^3+x^2-2x+1$

4 – 4 – 6) سټنډرډ پولینوم

یو پولینوم سټنډرډ دی که د نزولي توانونو په حساب مرتب شوی وي.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$$

د ساري په توګه د $P(x) = x^2 - 7x^4 + x^5 - 3x + 2 + x^3$ پولینوم سټنډر حالت په لاندې توګه دی:

$$P(x) = x^5 - 7x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 2$$

5 – 4 – 6) صفري پولینوم

قضیه) د دې لپاره چې یو پولینوم صفري وي اړینه او کافي ده چې ټول ضریبونه یې صفر وي.

ثبوت

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ پولینوم په پام کې نیسو:

لومړی: که ولرو $a_n = a_{n-1} = \ldots = a_2 = a_1 = a_0 = 0$ د هر x لپاره د پولینوم مقدار صفر دی.

دویم: که پولینوم د x هر قیمت ته صفر وي د $x = 0$ لپاره هم صفر دی، نو ځکه اړینه ده چې $x = 0$ وي پر دې اساس:

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x = 0 \Rightarrow x\left(a_n x^{n-1} + a_{n-1}x^{n-2} + \cdots + a_1\right) = 0$$

پاسینۍ افاده هغه مهال تل صفر ده، چې د قوس دننه عبارت صفر وي او د $x = 0$ لپاره هم باید صفر وي او وبه لرو چې $a_1 = 0$ دی او په همدې ترتیب د استدلال له تکراره کولی شو ووایو:

$$a_n = a_{n-1} = \cdots = a_2 = a_1 = a_0 = 0$$

یادونه –متحد پولینومونه

د دې لپاره چې دوه، څو متغیر لرونکي پولینومونه سره متحد شي اړینه او کافي ده چې یو بل ته ورته حدونه یې سره متحد شي.

د دې لپاره چې دوه پولینومونه یوه متغیر ته متحد وي، اړینه او کافي ده چې د همدرجه حدونو ضریبونه یې له یوه بل سره مساوي وي، ځکه:

که دوه $\begin{cases} P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0 \\ Q(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_0 \end{cases}$ پولینومونه له یوه بل سره متحد وي تفاضل یې صفر دی، یعنې:

$$(a_n - b_n)x^n + (a_{n-1} - b_{n-1})x^{n-1} + \cdots + (a_0 - b_0) \equiv 0$$

نو د پولینوم د قضیې پر اساس:

$$a_n - b_n = 0 \Rightarrow a_n = b_n$$

$$a_{n-1} - b_{n-1} = 0 \Rightarrow a_{n-1} = b_{n-1}$$

$$\vdots$$

$$a_0 - b_0 = 0 \Rightarrow a_0 = b_0$$

79 **مثال)** د c, b, a قيمتونه داسې وټاکئ چې لاندې دوه پولينومونه متحد وي.

$$\begin{cases} P(x) = (a-1)x^3 - 3x^2 + (a+b+2)x + c - 2 \\ Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - x + b - 1 \end{cases}$$

80 **مثال)** c, b, a داسې ترلاسه کړئ چې دوه $(x^3 + ax^2 + bx + c)$, $(x^2 - 1)(x + 2)$ پولينومونه متحد وي.

6 – 5) د پولينومونو عمليې

6 – 5 – 1) د پولينومونو جمع

د پولينومونو د جمع حاصل ترلاسه کولو لپاره يوازې مشابه حدونه سره جمع کوو او غير مشابه حدونه په خپله ليکو:

مثال) لاندې افادې ساده کړئ:

81) $(2a + 3b - 7) + (5a - 4b - 3)$ 82) $(3a^2 + 5a) + (a - 2a^2 - 5)$

83 **مثال)** که $A = \dfrac{x^2}{3} - \dfrac{2x}{5} - 1$, $B = \dfrac{2}{3}x^2 + \dfrac{12}{5}x + 3$ وي د $A + B$ حاصل وټاکئ.

84 **مثال)** که $A = 2xy - 3x - x^2y + 7$ او $B = 7x + 11 - 3xy + xy^2$ وي د $A + B$ حاصل ترلاسه کړئ.

6 – 5 – 2) د پولينوم او يوه عدد ضرب

په جمع او تفريق عمليه کې د ضرب د ځانګړنو پر اساس، د دې لپاره چې يو عدد په پولينوم کې ضرب کړو، اړينه ده عدد د پولينوم په ټولو حدونو کې ضرب کړو.

يادونه) په جمع او تفريق عمليو کې د ضرب ځانګړنې:

$$A \times (B \times C) = (A \times B) + (A \times C)$$
$$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

مثلاً:

$$5(2x - 3y - 1) = (5 \times 2x) + (5 \times (-3y)) + (5 \times (-1)) = 10x - 15y - 5$$

$$\frac{2}{3}(6x^2 - 3x - 9) = \left(\frac{2}{3} \times 6x^2\right) + \left(\frac{2}{3} \times (-3x)\right) + \left(\frac{2}{3} \times (-9)\right) = 4x^2 - 2x - 6$$

6 – 5 – 3) د پولينوم معکوس

که A پولينوم له (-1) عدد سر ضرب کړو، ترلاسه شوی پولينوم د A معکوس پولينوم نومېږي او هغه په $(-A)$ ښيي.

د ساري په توګه:

$$A = 2x^2 - 3x + 5 \Rightarrow -A = (-1)(2x^2 - 3x + 5) = -2x^2 + 3x - 5$$

4 – 5 – 6) د پولینوم تفریق

که A او B دوه پولینومونه وي، په دې صورت کې:

$$A - B = A + (-B)$$

مثال) لاندې پولینومونه ساده کړئ؟

85) $(4a^2 - 3a + 2ab) + (a^2 - 2a + 3ab)$

86) $4\left(\frac{a}{4} - \frac{b}{2} - 1\right) - \frac{3}{4}(8a - 4b - 12)$

87) $(a^4 - 2a^2 + 1) - (a^4 - 3a^2 - 7)$

88) $a + \frac{2}{3}(3a - 6b - 9) - \frac{3}{2}(2a - 4b - 6)$

89) $5(a-b)b - 3(a-b)a - (3a^2 - 5b^2)$

90) $156\left(x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4}\right)y - 60\left(\frac{2y}{3} - \frac{2y}{4} + \frac{2y}{5}\right)x$

91 **مثال)** که $A = 5x^2 - 2x + 3$ او $B = x^2 - 3x - 1$ وي $A - B$ او $B - A$ محاسبه کړئ.

92 **مثال)** که $A = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y - 1$ او $B = 4x - 2y + 6$ وي د $6A - \frac{1}{2}B + 9$ افادې حاصل ترلاسه کړئ.

93 **مثال)** که $A = 6a - 2b - 4ab$ او $B = \frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b - \frac{2}{3}ab$ وي د $\frac{A}{2} - 3B$ افادې حاصل ترلاسه کړئ.

94 **مثال)** د $A - 2B - 3C$ افادې مقدار د $A = 5x^5 - 1$ ، $B = 2x^5 - 3$ ، $C = \frac{x^5}{3} - 4$ لپاره ترلاسه کړئ.

5 – 5 – 6) د پولینوم ضرب

په جمع او تفریق عملیو کې د ضرب د ځانګړنو پر اساس پایله ترلاسه کولی شو چې د دوو A او B پولینومونو د ضرب لپاره اړینه ده چې د A هر یو حد د B له هر حد سره ضرب کړو او د ضرب حاصل په ساده توګه ولیکو.

مثلاً که $A = 2x - 3$ او $B = 3x^2 - 4x$ وي.

$$\begin{aligned} A\times B &= (2x-3)(3x^2-4x) \\ &= [(2x)(3x^2)+(2x)(-4x)+(-3)(3x^2)+(-3)(-4x)] \\ &= 6x^3-8x^2-9x^2+12x \\ &= 6x^3-17x^2+12x \end{aligned}$$

مثال) د لاندې عبارتونو حاصل ترلاسه کړئ.

95) $2(a-b)a-3(a-b)b+5ab$

96) $(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

97) $3(a-1)^2-2(a+3)^2$

98) $2x^3-2(x+1)(x^2-x+1)$

99) $(2x-3)(x-2)^2$

100) $(2a-3b)(3a+2b)-6\left(a-\dfrac{b^2}{a}-5b\right)a$

101) $(a^4-2a^2)^3$

102) $110a^{10}b^{10}+(7a^4b^6\times 2a^6b^4)-(3a^5b^5)^2\ 1$

103) $(5a^5b^4c^3)^2(10a^3b^4c^2)^3-5000a^{19}b^{20}c^{12}$

104) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$

105) $x+2(3x^2-1)-(2x-1)(3x+2)$

106) $2a^5-2a[a-a(1-a)]^2$

107) $2(3a-1)^2-3(2a-1)^2-6a^2$

108) $(2ab^2-a^2b)(4a^3+3a^2b+b^3)$

109) $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)(8a^3+b^3)$

110) $2a^4-2(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3)$

111) $(2x+3)(3x+4)(3x-5)$

112) $7(a+b)^2-7(a-b)^2$

113) $2(a+b)^3-2(a-b)^3$

114) $x^7-x(x^2+x)(x^4-x^3+x^2)$

115) $(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)(x^4-x^2y^2+y^4)(x^2+y^2)$

116) $a^{10}-(a+b)^2(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)^2$

117) $2x^3-2(x-2)(x^2+2x+4)-2(x-1)+2x^2+4$

118) $(a+b)(b+c)-(c+d)(d+a)-(a+c)(b-d)$

119**مثال)** که $A=4(x^2+3)-2(x-2)(2x-3)$ ، $B=14\left(2x-\dfrac{1}{7}\right)\left(7x+\dfrac{1}{2}\right)$ وي د $(B-A^2)^{2000}$ حاصل ترلاسه کړئ.

120**مثال)** که $a = b$ وي وښيئ:

$$a^2b^2(b-a)+b^2c^2(c-b)+c^2a^2(a-c)=0$$

121**مثال)** که $A = 2x^3 - 1$, $B = 2x^3 - 4$ وي د $3A^2 + 3B^2 - 6AB$ افادې حاصل ترلاسه کړئ.

122**مثال)** ثبوت کړئ:

$$(x-a)(b-c)+(x-b)(c-a)+(x-c)(a-b)=0$$

123**مثال)** که $A = -m(2x-1)y$, $B = 4y(1-x)m$, $C = mx - \frac{1}{2}$ وي د $2A - \left(\frac{1}{2}B - 2C\right)$ افادې حاصل ترلاسه کړئ.

6 – 5 – 6) پر یو حده د پولینوم تقسیم

پر یو حده د پولینوم د تقسیم لپاره باید د پولینوم هره جمله په یو حده تقیسم کړو.

مثال) لاندې تقسیمونه ترسره کړئ.

124) $\dfrac{6x^4 - 3x^2 - 9x}{3x^2}$ 125) $\dfrac{3a^4b^4 - 4a^5b^3 + 2a^2b^4}{2a^2b^3}$

126) $(8a^4b^5 - 12a^6b^3 - 2a^5b^4) \div (4a^3b^3)$

یادونه) A څو پولینوم پر B یو حده د تقسیم وړتیا لري که د A پولینوم هر حد پر B یو حده د تقسیم وړتیا ولري.

په بل عبارت که د تقسیم حاصل بېرته یوه حده وي.

6 – 5 – 7) پر پولینوم د پولینوم تقسیم

دوه $F(x)$, $g(x) \neq 0$ پولینومونه په پام کې نیسو، که د $f(x)$ درجه د $g(x)$ له درجې څخه ستره او یا ورسره مساوي وي دوه $q(x)$, $R(x)$ پولینومونه موجود دي داسې چې:

$$\begin{array}{l|l} f(x) & g(x) \\ \hline \vdots & q(x) \\ \vdots & \\ \overline{R(x)} & \end{array}$$

$$f(x) = g(x)\cdot q(x) + R(x)$$

په دې کې $q(x)$ خارج قسمت او $R(x)$ باقیمانده دي.

که $R(x) = 0$ وي په دې صورت کې $f(x)$ پر $g(x)$ **(د تقسیم وړتیا لري)**. د پولینوم د درجو ترمنځ اړیکې د انډکس په ذریعه په لاندې شکل ښودل کیږي.

$$f_n(x) = g_m(x)\cdot q_{n-m}(x) + R_{m-1}(x)$$

پر $g(x)$ پولینوم د $f(x)$ پولینوم د تقسیم لپاره لومړی دواړه پولینومونه د x د توانونو پر اساس په نزولي توګه مرتبوو، وروسته د مقسوم لومړی حد د مقسوم علیه پر لومړي حد تقسیموو او خارج قسمت ترلاسه کوو. بیا خارج قسمت په مقسوم علیه کې ضرب او له مقسومه یې منفي کوو ترڅو باقیمانده ترلاسه کړو.

دغه باقیمانده د مقسوم علیه پر لومړي حد تقسیموو او په خارج قسمت کې یې لیکو وروسته یې د مقسوم علیه سره ضربوو او د ضرب حاصل له مقسومه کموو. دغه عملیه تر هغې ترسره کوو ترڅو د باقیمانده درجه د مقسوم علیه له درجې څخه ټیټه شي.

مثال) لاندې تقسیمونه ترسره کړئ.

127) $6x^3 - 17x^2 + 14x - 3 \div (2x - 3)$

128) $6x^4 + 10x - 7x^3 - 23 \div (3x^2 + 5 - 2x)$

129) $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5 \div (x^2 + 2xy + y^2)$

130) $x^4 - y^4 \div (x + y)$

131) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \div (a + b + c)$

132) $(x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x - 6) \div (x - 2)$

133) $(6x^4 - 7x^3 + 10x - 23) \div (3x^2 - 2x + 5)$

134) $(x^5 - x^2 + 2 - x^4 - x^3 - x) \div (x + 1 + x^2)$

135) $x^5 + x^4 - x^2 + 1 \div (x^2 + x + 2)$

136) $(x^{10} + x^5 + 1) \div (x^2 + x + 1)$

137) $(2x^{10} - 7x^8 + x^6 + 2x^4 - 3x^2 - 1) \div (x^4 - 3x^2 - 1)$

138) $(x^5 + 1) \div (x + 1)$

139) $(a^4 - b^4) \div (a - b)$

ځوابونه

1 ځواب)

$g(x)$ الجبري افاده د ټولو حقيقي قيمتونو لپاره معينه ده ځکه نه مخرج لري او نه جفت درجه جذر.

2 ځواب)

$f(x)$ افاده د مخرج د جذرونو يعني $x = 1$ او $x = -1$ لپاره نامعينه ده $\left(\frac{\text{عدد}}{0} = \infty\right)$ او د نورو ټولو حقيقي قيمتونو لپاره معينه ده.

3 ځواب)

$Q(x)$ افاده له 3 ستر او يا ورسره مساوي ټولو حقيقي اعدادو لپاره معينه ده.

$x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$

4 ځواب

$P(x)$ افاده هم ټولو اعدادو ته معينه ده، ځکه د جذر درجه تاق ده.

5 ځواب

$f(x)$ افاده نسبت x متغير ته ناطق دی.

6 ځواب

$g(x)$ نسبت x ته ناطق دی.

7 ځواب)

$h(x)$ نسبت x ته ګونګ دی.

8 ځواب)

$t(x)$ نسبت x ته ناطق دی.

9 ځواب)

$f(x)$ تل معين دی او د تعريف حوزه يې د حقيقي اعدادو سيټ دی.

10 ځواب)

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \pm 2$

دتعريف حوزه $= R - \{-2, 2\}$

11 ځواب)

د دې په پام کې نيولو سره چې په $f(x)$ افاده کې د جذر درجه تاق ده، نو ځکه دغه افاده تل معينه ده او د تعريف حوزه يې د حقيقي اعدادو سيټ دی.

12 ځواب)

$x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$

د تعريف حوزه $= \{x \mid x \in R \ , \ \ x \geq -5\}$

13 ځواب)

$$\begin{cases} \dfrac{-1}{x+2} \geq 0 \Rightarrow x+2<0 \Rightarrow x<-2 \\ \dfrac{1}{x+5} \geq 0 \Rightarrow x+5>0 \Rightarrow x>-5 \end{cases} -5<x<-2$$

د تعريف حوزه $= \{x \mid x \in R \ , -5 < x < -2\}$

14 ځواب)

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

د تعريف حوزه $= R - \{-1, 2\}$

15 ځواب)

$$\begin{aligned} f(1) &= \left[(1)^2 - 2(1) + 1\right]^{17} \\ &= (1-2+1)^{17} \\ &= (0)^{17} \\ &= 0 \end{aligned}$$

16 ځواب)

$$\begin{aligned} f(3) &= (3)^2 - 1 \\ &= 9 - 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$

17 ځواب)

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2}) &= (\sqrt{2})^2 - 1 \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

18 ځواب)

$$f(y+1) = (y+1)^2 - 1$$

19 ځواب)

$$\begin{aligned} f(-y) &= [(-y)+y+z][(-y)y + yz + (-y)z] - (-y)(y)(z) \\ &= (z)(-y^2 + yz - yz) + y^2 z \\ &= (z)(-y^2) + y^2 z \\ &= -y^2 z + y^2 z \\ &= 0 \end{aligned}$$

20 جُواب)

$$\begin{aligned} f\left(\sqrt{2}\right) &= \left(\sqrt{2}\right)^4 + \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1 \\ &= \left[\left(\sqrt{2}\right)^2\right]^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1 \\ &= (2)^2 + 2 + 1 \\ &= 4 + 2 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

21 جُواب)

$$\begin{aligned} f(2, -3) &= [2 + (-3)]^3 \\ &= (-1)^3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

22 جُواب)

$$\begin{aligned} f(2, -3) &= (2)^3 + 3(2)^2(-3) + 3(2)(-3)^2 + (-3)^3 \\ &= 8 - 36 + 54 - 27 \\ &= -1 \end{aligned}$$

23 جُواب)

$$\begin{aligned} f(2, 1, -3) &= [2 + 1 + (-3)]\left[(2)^2 + (1)^2 + (-3)^2 - (2)(1) - (2)(-3) - (1)(-3)\right] \\ &= (0) \end{aligned}$$

24 جُواب)

$$\begin{aligned} f(4, -4, -3) &= \frac{-(-4) + \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(-3)}}{2(4)} \\ &= \frac{4 + \sqrt{16 + 48}}{8} \\ &= \frac{4 + \sqrt{64}}{8} \\ &= \frac{4 + 8}{8} \\ &= \frac{12}{8} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

25 ځواب)

$$f(10,2,3,2) = \left(10^2\right)^{3^2} = \left(10^2\right)^9 = 10^{18}$$

26 ځواب)

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{(6)+(8)+(10)}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(b-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = \sqrt{12\times 6\times 4\times 2} = \sqrt{576} = 24$$

27 ځواب)

$$(a+1)^{20} + (b-1)^{20} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \Rightarrow a=-1 \\ b-1=0 \Rightarrow b=1 \end{cases}$$

$$\left(a^2-b^2\right)^{2000} = \left[(-1)^2-(1)^2\right]^{2000} = (1-1)^{2000} = (0)^{2000} = 0$$

28 ځواب)

$$(a-4b)^{50} + (b-2c)^{100} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a-4b=0 \Rightarrow a=4b \\ b-2c=0 \Rightarrow b=2c \Rightarrow c=\frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\frac{10\,a\,b}{c(a+b)} = \frac{10(4b)b}{c(4b+b)} = \frac{40b^2}{c\times 5b} = \frac{40b^2}{\left(\frac{b}{2}\right)\times 5b} = \frac{40b^2}{\frac{5}{2}b^2} = \frac{40\times 2}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

29 خُواب)

$$f(a)=(2a)^3 \Rightarrow f(10)=(2\times 10)^3=(20)^3=8000$$

$$f(a)=2a^3 \Rightarrow f(10)=2\times(10)^3=2\times 1000=2000$$

30 خُواب)

$$\left.\begin{cases} A=-B \\ B=\dfrac{1}{C}\end{cases}\right\rangle \quad A=-\frac{1}{C}$$

$$\begin{aligned}\left[B^2C^2+C\left(A^3B+B^4\right)\right]^{20} &= \left[\left(\frac{1}{C}\right)^2C^2+C\left(\left(-\frac{1}{C}\right)^3\left(\frac{1}{C}\right)+\left(\frac{1}{C}\right)^4\right)\right]^{20}\\ &=\left[1+C\left(-\frac{1}{C^4}\right)+\left(\frac{1}{C^4}\right)\right]^{20}\\ &=(1+C(0))^{20}\\ &=(1)^{20}\\ &=1\end{aligned}$$

31 خُواب)

$$\begin{aligned} f(1)=7 \Rightarrow f(1)&=a(1)^2+(1)+4=7\\ &\Rightarrow a+5=7\\ &\Rightarrow a=2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x)=2x^2+x+4 \xrightarrow{a=2} f(-3) &= 2(-3)^2+(-3)+4\\ &=2\times 9-3+4\\ &=18+1\\ &=19\end{aligned}$$

32 خُواب)

$$\begin{aligned} f(x)=1-2x \Rightarrow f(x-1)&=1-2(x-1)\\ &=1-2x+2\\ &=3-2x\end{aligned}$$

33 خُواب)

$$\left.\begin{cases} f(1)=f(0)+4(1)^3=f(0)+4 \\ f(-1)=f(-2)+4(-1)^3=f(-2)-4\end{cases}\right\rangle \begin{aligned} f(1)-f(-1)&=[f(0)+4]-[f(-2)-4]\\ &=f(0)-f(-2)+8\end{aligned}$$

34 ځواب)

$$f(x+2)=3x-1 \xrightarrow{if\ \ x\to x-2} f[(x-2)+2]=3(x-2)-1$$
$$=>\ f(x)=3x-6-1$$
$$=>\ f(x)=3x-7$$

35 ځواب)

$$f(x)=x^2+2 \xrightarrow{x\to x-\frac{1}{x}} f\left(x-\frac{1}{x}\right)=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$$

36 ځواب)

يو حده نه ده.

37 ځواب)

يو حده نه ده.

38 ځواب)

يو حده ده.

39 ځواب)

يو حده ده.

40 ځواب)

لومړی د توان د قوانينو په مرسته پاسنی يو حده ساده کوو.

$$A=\left(2\times\frac{3}{2}\right)\left(x^2\times x^3\right)\left(y^3\times y^5\right)\times z$$
$$=3x^5\times y^8\times z$$

د دغه يو حده عددي ضريب 3 دی.

د A درجه د x له مخې 5، د y له مخې 8 ، د z له مخې 1 او نسبت ټولو تورو ته $5+8+1=14$ ده.

41 ځواب)

$$B=\left(12\times\frac{3}{4}\times 2\right)\left(a^7\times a^5\right)\left(b^2\times b^2\times b^4\right)\left(c^4\times c^6\right)$$
$$=18a^{12}\times b^8\times c^{10}$$

د دغه حد عددي ضريب 18 دی.

د B درجه د a له مخې 12 ده.

د B درجه د b له مخې 8 ده.

د B درجه د c له مخې 10 ده.

او د B درجه نسبت ټولو تورو ته $30 = 10 + 8 + 12$ ده.

42 ځواب)

$$7ab + 3ab = (7+3)ab$$
$$= 10\,ab$$

43 ځواب)

$$12ab^2 - 5ab^2 = (12-5)ab^2$$
$$= 7ab^2$$

44 ځواب)

$$\frac{ab}{2} - \frac{2ab}{3} + \frac{ab}{4} + \frac{5}{12}ab = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{15}\right)ab$$
$$= \left(\frac{6-8+3+5}{12}\right)ab$$
$$= \frac{6}{12}(ab)$$
$$= \frac{1}{2}(ab)$$

45 ځواب)

$$3a^2b^3 + 5a^2b^3 - 7a^2b^3 = (3+5-7)a^2b^3$$
$$= 1a^2b^3$$
$$= a^2b^3$$

46 ځواب)

$$\frac{5}{24}a^3b^5c^2 - \frac{1}{18}a^3b^5c^2 + \frac{7}{36}a^3b^5c^2 = \left(\frac{5}{24} - \frac{1}{18} + \frac{7}{36}\right)a^3b^5c^2$$
$$= \left(\frac{(5)(3)-(1)(4)+(7)(2)}{72}\right)a^3b^5c^2$$
$$= \frac{25}{72}a^3b^5c^2$$

47 ځواب)

$$\left(\frac{2AB}{3}\right)^2 = \left[\frac{2(2a^3b)(3ac^3)}{3}\right]^2$$
$$= \left[\frac{(2\times 2\times 3)\times(a^3\times a)\times(b)\times(c^3)}{3}\right]^2$$

$$=\left(\frac{12a^4bc^3}{3}\right)^2$$
$$=\left(4a^4bc^3\right)^2$$
$$=16a^8b^2c^6$$

48 ځواب)

$$A^2C^2 = \left(2a^3b\right)^2 \times \left(5b^3c\right)^2$$
$$= \left(4a^6b^2\right)\left(25b^6c^2\right)$$
$$= \left(4\times 25\right)\times\left(a^6\right)\times\left(b^2\times b^6\right)\times\left(c^2\right)$$
$$= 100a^6b^8c^2$$

49 ځواب)

$$\left(ABC\right)^2 = \left[\left(2a^3b\right)\left(3ac^3\right)\left(5b^3c\right)\right]^2$$
$$= \left(30a^4b^4c^4\right)^2$$
$$= 900\,a^8b^8c^8$$

50 ځواب)

$$\frac{3}{2}A\times\frac{5}{3}B\times\frac{4}{5}C = \frac{3}{2}\left(2a^3b\right)\times\frac{5}{3}\left(3ac^3\right)\times\frac{4}{5}\left(5b^3c\right)$$
$$= \left(3a^3b\right)\times\left(5ac^3\right)\times\left(4b^3c\right)$$
$$= 60\,a^4b^4c^4$$

51 ځواب)

$$5x^2y^3\times 2x^3y^2z = \left(5\times 2\right)\left(x^2\times x^3\right)\left(y^3\times y^2\right)\times z$$
$$= 10x^5\times y^5\times z$$

52 ځواب)

$$\frac{2}{3}x^4y^2z^3\times 6xy^3z^2\times x^5y^5z^5 = \left(\frac{2}{3}\times 6\times 1\right)\left(x^4\times x\times x^5\right)\left(y^2\times y^3\times y^5\right)\left(z^3\times z^2\times z^5\right)$$
$$= 4x^{10}\times y^{10}\times z^{10}$$

53 ځواب)

$$\left(-\frac{7}{11}a^3b^2\right)\left(\frac{33}{5}a^{12}b^7\right)\left(-\frac{5}{21}a^5b^{11}\right) = \left(-\frac{7}{11}\times\frac{33}{5}\times\frac{-5}{21}\right)\left(a^3\times a^{12}\times a^5\right)\left(b^2\times b^7\times b^{11}\right)$$
$$= (1)\left(a^{20}\right)\left(b^{20}\right)$$
$$= a^{20}b^{20}$$

54 جواب)

$$18a^2b^3c^4 \div 6ab^3c^2 = \frac{18a^2b^3c^4}{6ab^3c^2}$$
$$= 3 \times a \times c^2$$

55 جواب)

$$2a^7b^5 \div 5b^3a^4 = \frac{2a^7b^5}{5b^3a^4}$$
$$= \frac{2}{5}a^3b^2$$

56 جواب)

$$48a^{20}b^{30}c^{40} \div (-12)a^{15} \times b^{25} \times c^{35} = \frac{48a^{20}b^{30}c^{40}}{-12a^{15} \times b^{25} \times c^{35}}$$
$$= (-4)a^5 \times b^5 \times c^5$$
$$= -4a^5 \times b^5 \times c^5$$

57 جواب)

$$2a^2b \times 3a^3b^4 + 4a \times a^4b^5 = 6a^5b^5 + 4a^5b^5$$
$$= 10a^5b^5$$

58 جواب)

$$16a^7b^{10} - (2ab^4 \times 3a^2)\left(\frac{1}{3}b^3a^2 \times 2a^2b^3\right) - 3a^5 \times (ab^5)^2$$
$$= 16a^7b^{10} - (6a^3b^4)\left(\frac{2}{3}b^6a^4\right) - 3a^5 \times (a^2b^{10})$$
$$= 16a^7b^{10} - 4a^7b^{10} - 3a^7b^{10}$$
$$= (16 - 4 - 3)a^7b^{10}$$
$$= 9a^7b^{10}$$

59 جواب)

$$\frac{A \times 2B}{C} = \frac{(6x^2y^3z^4) \times 2(4x^4y^3z^2)}{12x^2y^2z^2}$$
$$= \frac{48x^6y^6z^6}{12x^2y^2z^2}$$
$$= 4x^4y^4z^4$$

60 ځواب)

$$\begin{aligned}(A^3-B^2)^5 &= \left[(3a^2b^4)^3-(5a^3b^6)\right]^5\\ &= \left[(27a^6b^{12})-(25a^6b^{12})\right]^5\\ &= (2a^6b^{12})^5\\ &= 32a^{30}b^{60}\end{aligned}$$

61 ځواب)

$$\frac{A}{B}=\frac{6a^3b^2c^4}{2a^2bc^2}=3abc^2$$

پر B د A تقسيمېدو د تعريف له مخې.

62 ځواب)

$$\frac{A}{C}=\frac{6a^3b^2c^4}{5a^3c^2}=\frac{6}{5}b^2c^2$$

A پر C د تقسيم وړتيا لري.

63 ځواب)

$$\frac{A}{D}=\frac{6a^3b^2c^4}{3a^3b^3}=\frac{2c^4}{b}$$

A پر D د تقسيم وړتيا نلري.

64 ځواب)

$$\frac{A}{E}=\frac{6a^3b^2c^4}{7a^2bc^2d}=\frac{6}{7}\times\frac{abc^2}{d}$$

A پر E د تقسيم وړتيا نلري.

65 ځواب)

نسبت x ته د پولينوم درجه 4 نسبت y ته 5 او نسبت ټولو تورو ته 6 ده $(2y^5x)$.

66 ځواب)

$$\begin{aligned}P(x,y) &= (x^2y^3-x)(x^3y^6)+(xy)(x^4y^2+1)\\ &= \left[(x^2y^3)(x^3y^6)+(x^3y^6)(-x)\right]+\left[(xy)(x^4y^2)+(xy)(1)\right]\\ &= x^5y^9-x^4y^6+x^5y^3+xy\end{aligned}$$

د ځو پولينوم درجه د x له مخې 5 د y له مخې 9 او نسبت ټولو تورو ته 14 ده يعني د (x^5y^9) جملې درجه.

67 ځواب)

$$P(1)=5(1)^4-2(1)^3+3(1)^2-2(1)-7$$
$$=-3$$

68 ځواب)

$$Q(1)=\left[5(1)^2-7(1)+1\right]^{20}$$
$$=(5-7+1)^{20}$$
$$=(-1)^{20}$$
$$=1$$

69 ځواب)

$$R(1,1)=\left[2(1)-(1)\right]\left[(1)^2+4(1)(1)+3(1)^2\right]$$
$$=(1)(1+4+3)$$
$$=8$$

70 ځواب)

$$f(1)=\left[5(1)^3-2(1)^2-3(1)-1\right]^{32}$$
$$=(5-2-3-1)^{32}$$
$$=(-1)^{32}$$
$$=1$$

71 ځواب)

1) $f(x)=x^4+x^2+1\xrightarrow{if\ \ x=\sqrt{2}}(\sqrt{2})\ =(\sqrt{2})^4+(\sqrt{2})^2+1$

$$=\left[(\sqrt{2})^2\right]^2+(2)+1$$
$$=(2)^2+3$$
$$=4+3$$
$$=7$$

2) $f(x)=x^4+x^2+1$

د ضریبونو مجموعه $=(1)^4+(1)^4+1$

$$=1+1+1$$
$$=3$$

$$f(x)=x^4+x^2+1\xrightarrow{if\ \ x=1}f(1)=1+1+1$$
$$=3$$

72 ځواب)

ځرنګه چې د دغه پولينوم ټول حدونه همدرجه دي، نو پاسنۍ افاده متجانس ده.

$$\begin{cases} P(a,b) = 7a^4 - 3a^3b + 7b^4 - 3ab^3 \\ P(b,a) = 7b^4 - 3b^3a + 7a^4 - 3ba^3 \end{cases} \Bigg\rangle \; P(a,b) = P(b,a)$$

پاسنی پولينوم متناظر دی، ځکه د متغيرونو د ځای په بدلولو سره، په پولينوم کې بدلون نه راځي.

73 **ځواب)**

$$\begin{cases} P(x,y) = x^5 - 2x^2y^2 + y^5 + 12 \\ P(y,x) = y^5 - 2y^2x^2 + x^5 + 12 \end{cases} \Bigg\rangle \; P(x,y) = P(y,x)$$

پولينوم متناظر دی خو متجانس نه.

74 **ځواب)** پاسنۍ افاده متجانس ده او متناظر نه.

75 **ځواب)**

$$\begin{aligned} S &= x^3(y+z) + y^3(x+z) + z^3(x+y) + x\,y\,z(x+y+z) \\ &= (x^3y + x^3z) + (y^3x + y^3z) + (z^3x + z^3y) + (x^2yz + xy^2z + xyz^2) \\ &= (x^3 + y + x^3z + x^2yz) + (xy^3 + xy^2z + y^3z) + (xyz^2 + xz^3 + yz^3) \\ &= x^2(xy + xz + yz) + y^2(xy + xz + yz) + z^2(xy + xz + yz) \\ &= (xy + xz + yz)(x^2 + y^2 + z^2) \end{aligned}$$

76 **ځواب)**

$$\begin{aligned} P(-x) &= (-x)^2 + 1 \\ &= x^2 + 1 \\ &= P(x) \Rightarrow P(-x) = P(x) \end{aligned}$$

$P(x)$ پولينوم جفت دی.

77 **ځواب)**

$$\begin{aligned} P(-x) &= (-x)^3 + (-x) \\ &= -x^3 - x \\ &= -(x^3 + x) \\ &= -P(x) \end{aligned}$$

$P(x)$ پولينوم تاق دی.

78 **ځواب)**

$$\begin{aligned} k(-x) &= (-x)^3 + (-x)^2 - 2(-x) + 1 \\ &= -x^3 + x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

$k(x)$ نه جفت دی نه تاق.

79 حُواب)

$$(a-1)x^3-3x^2+(a+b+2)x+c-2 \equiv 2x^3-3x^2-x+b-1$$

$$\begin{cases} a-1=2 \Rightarrow a=3 \\ (a+b+2)=-1 \\ c-2=b-1 \end{cases} \quad a=3\ ,\ b=-6\ ,\ c=-5$$

80 حُواب)

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x+2) &= [(x^2)(x)+(x^2)(2)+(-1)(x)+(-1)(2)] \\ &= (x^3+2x^2-x-2)\end{aligned}$$

$$x^3+ax^2+bx+c \equiv x^3+2x^2-x-2 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=-2 \end{cases}$$

81 حُواب)

$$\begin{aligned}(2a+3b-7)+(5a-4b-3) &= (2a+5a)+(3b-4b)+(-7+(-3)) \\ &= 7a-b-10\end{aligned}$$

82 حُواب)

$$\begin{aligned}(3a^2+5a)+(a-2a^2-5) &= (3a^2-2a^2)+(5a+a)-5 \\ &= a^2+6a-5\end{aligned}$$

83 حُواب)

$$\begin{aligned}A+B &= \left(\frac{x^2}{3}-\frac{2x}{5}-1\right)+\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{12}{5}+3\right) \\ &= \left(\frac{x^2}{3}+\frac{2}{3}x^2\right)+\left(-\frac{2x}{5}+\frac{12}{5}x\right)+(-1+3) \\ &= \left[\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)x^2\right]+\left[\left(-\frac{2}{5}+\frac{12}{5}\right)x\right]+2 \\ &= \frac{3}{3}x^2+\frac{10}{5}x+2 \\ &= x^2+2x+2\end{aligned}$$

84 حُواب)

$$A+B = (2xy-3x-x^2y+7)+(7x+11-3xy+xy^2)$$
$$= (2xy-3xy)+(-3x+7x)+(-x^2y)+(7+11)+(xy^2)$$
$$= -xy+4x-x^2y+18+xy^2$$

85 ځواب)

$$(4a^2-3a+2ab)+(a^2-2a+3ab) = (4a^2+a^2)+[-3a+(-2a)]+(2ab+3ab)$$
$$= 5a^2-5a+5ab$$

86 ځواب)

$$4\left(\frac{a}{4}-\frac{b}{2}-1\right)-\frac{3}{4}(8a-4b-12) = (4)\left(\frac{a}{4}\right)+(4)\left(-\frac{b}{2}\right)+(4)(-1)+\left(\frac{3}{4}\right)(8a)$$
$$+\left(-\frac{3}{4}\right)(-4b)+\left(-\frac{3}{4}\right)(-12)$$
$$= a-2b-4-6a+3b+9$$
$$= (a-6a)+(-2b+3b)+(-4+9)$$
$$= -5a+b+5$$

87 ځواب)

$$(a^4-2a^2+1)-(a^4-3a^2-7) = a^4-2a^2+1-a^4+3a^2+7$$
$$= (a^4-a^4)+(-2a^2+3a^2)+(1+7)$$
$$= 0+a^2+8$$
$$= a^2+8$$

88 ځواب)

$$a+\frac{2}{3}(3a-6b-9)-\frac{3}{2}(2a-4b-6) = a+\left(\frac{2}{3}\right)(3a)+\left(\frac{2}{3}\right)(-6b)+\left(\frac{2}{3}\right)(-9)$$
$$+\left(-\frac{3}{2}\right)(2a)+\left(-\frac{3}{2}\right)(-4b)+\left(-\frac{3}{2}\right)(-6)$$
$$= a+2a-4b-6-3a+6b+9$$
$$= (a+2a-3a)+(-4b+6b)+(-6+9)$$
$$= 2b+3$$

89 ځواب)

$$5(a-b)b-3(a-b)a-(3a^2-5b^2) = 5[(b)(a)+(b)(-b)]$$
$$-3[(a)(a)-(b)(a)]-(3a^2-5b^2)$$
$$= 5ab-5b^2-3a^2+3ab-3a^2+5b^2$$
$$= 8ab-6a^2$$

90 جواب)

$$156\left(x-\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4}\right)y-60\left(\frac{2y}{3}-\frac{2y}{4}+\frac{2y}{5}\right)x$$

$$=156\left[(x)(y)+\left(-\frac{x}{2}\right)(y)+\left(\frac{x}{3}\right)(y)+\left(-\frac{x}{4}\right)(y)\right]-60\left[\left(\frac{2y}{3}\right)(x)+\left(-\frac{2y}{4}\right)(x)+\left(\frac{2y}{5}\right)(x)\right]$$

$$=156\left(xy-\frac{1}{2}xy+\frac{1}{3}xy-\frac{1}{4}xy\right)-60\left(\frac{2}{3}xy-\frac{1}{2}xy+\frac{2}{5}xy\right)$$

$$=156\left[\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)x\,y\right]-60\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\right)x\,y\right]$$

$$=156\left[\left(\frac{12-6+4-3}{12}\right)x\,y\right]-60\left[\left(\frac{20-15+12}{30}\right)x\,y\right]$$

$$=156\left(\frac{7}{12}x\,y\right)-60\left(\frac{17}{30}x\,y\right)$$

$$=91x\,y-34x\,y$$

$$=57x\,y$$

91 جواب)

$$A-B=A+(-B)=(5x^2-2x+3)+(-x^2+3x+1)$$

$$=(5x^2-x^2)+(-2x+3x)+(3+1)$$

$$=4x^2+x+4$$

$$B-A=B+(-A)$$

$$=(x^2-3x-1)+(-5x^2+2x-3)$$

$$=(x^2-5x^2)+(-3x+2x)+(-1-3)$$

$$=-4x^2-x-4$$

92 جواب)

$$6A-\frac{1}{2}\ B+9\ =6\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y-1\right)-\frac{1}{2}(4x-2y+6)+9$$

$$=4x-3y-6-2x+y-3+9$$

$$=2x-2y$$

93 جواب)

$$\frac{A}{2}-3B=\frac{1}{2}(6a-2b-4ab)-3\left(\frac{1}{3}a-\frac{2}{3}b-\frac{2}{3}ab\right)$$
$$=3a-b-2ab-a+2b+2ab$$
$$=2a+b$$

94 ځواب)

$$A-2B-3C=\left(5x^5-1\right)-2\left(2x^5-3\right)-3\left(\frac{x^5}{3}-4\right)$$
$$=5x^5-1-4x^5+6-x^5+12$$
$$=\left(5x^5-4x^5-x^5\right)+(-1+6+12)$$
$$=0+17$$
$$=17$$

95 ځواب)

$$2(a-b)a-3(a-b)b+5ab \quad =[2a(a)+2a(-b)]-[3b(a)+3b(-b)]+5ab$$
$$=2a^2-2ab-\left(3ab-3b^2\right)+5ab$$
$$=2a^2-2ab-3ab+3b^2+5ab$$
$$=2a^2+3b^2+(-2ab-3ab+5ab)$$
$$=2a^2+3b^2+0$$
$$=2a^2+3b^2$$

96 ځواب)

$$(2x-5y)\left(4x^2+10xy+25y^2\right)$$
$$=\left[2x\left(4x^2\right)+2x(10xy)+2x\left(25y^2\right)+(-5y)\left(4x^2\right)+(-5y)(10xy)+(-5y)\left(25y^2\right)\right]$$
$$=8x^3+20x^2y+50xy^2-20x^2y-50xy^2-125y^3$$
$$=8x^3+\left(20x^2y-20x^2y\right)+\left(50xy^2-50xy^2\right)-125y^3$$
$$=8x^3+0+0-125y^3$$
$$=8x^3-125y^3$$

97 ځواب)

$$3(a-1)^2-2(a+3)^2$$
$$=3[(a-1)(a-1)]-2[(a+3)(a+3)]$$
$$=3[(a)(a)+(a)(-1)+(-1)(a)+(-1)(-1)]-2[(a)(a)+(a)(3)+(3)(a)+(3)(3)]$$

$$= 3\left(a^2 - a - a + 1\right) - 2\left(a^2 + 3a + 3a + 9\right)$$
$$= 3\left(a^2 - 2a + 1\right) - 2\left(a^2 + 6a + 9\right)$$
$$= 3a^2 - 6a + 3 - 2a^2 - 12a - 18$$
$$= \left(3a^2 - 2a^2\right) + \left(-6a - 12a\right) + \left(3 - 18\right)$$
$$= a^2 - 18a - 15$$

جواب 98(

$$2x^3 - 2(x+1)\left(x^2 - x + 1\right)$$
$$= 2x^3 - 2\left[(x)\left(x^2\right) + (x)(-x) + (x)(1) + (1)\left(x^2\right) + (1)(-x) + (1)(1)\right]$$
$$= 2x^3 - 2\left(x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1\right)$$
$$= 2x^3 - 2\left(x^3 + 1\right)$$
$$= 2x^3 - 2x^3 - 2$$
$$= -2$$

جواب 99(

$$(2x-3)(x-2)^2 = (2x-3)\left[(x-2)(x-2)\right]$$
$$= \left[(2x-3)(x-2)\right](x-2)$$
$$= \left[(2x)(x) + (2x)(-2) + (-3)(x) + (-3)(-2)\right](x-2)$$
$$= \left(2x^2 - 4x - 3x + 6\right)(x-2)$$
$$= \left(2x^2 - 7x + 6\right)(x-2)$$
$$= \left[\left(2x^2\right)(x) + \left(2x^2\right)(-2) + (-7x)(x) + (-7x)(-2) + (6)(x) + (6)(-2)\right]$$
$$= \left(2x^3 - 4x^2 - 7x^2 + 14x + 6x - 12\right)$$
$$= \left(2x^3 - 11x^2 + 20x - 12\right)$$

جواب 100(

$$(2a-3b)(3a+2b) - 6\left(a - \frac{b^2}{a} - 5b\right)a$$
$$= \left[(2a)(3a) + (2a)(2b) + (-3b)(3a) + (-3b)(2b)\right] - \left[(6a)(a) + (6a)\left(-\frac{b^2}{a}\right) + (6a)(-5b)\right]$$
$$= \left(6a^2 + 4ab - 9ab - 6b^2\right) - \left(6a^2 - 6b^2 - 30ab\right)$$
$$= \left(6a^2 - 5ab - 6b^2\right) - \left(6a^2 - 6b^2 - 30ab\right)$$
$$= \left(6a^2 - 5ab - 6b^2 - 6a^2 + 6b^2 + 30ab\right)$$
$$= \left[\left(6a^2 - 6a^2\right) + \left(-5ab + 30ab\right) + \left(-6b^2 + 6b^2\right)\right]$$

$$= [0 + 25ab + 0]$$
$$= 25ab$$

101 ځواب)

$$(a^4 - 2a^2)^3 = (a^4 - 2a^2)(a^4 - 2a^2)(a^4 - 2a^2)$$
$$= [(a^4)(a^4) + (a^4)(-2a^2) + (-2a^2)(a^4) + (-2a^2)(-2a^2)]\ (a^4 - 2a^2)$$
$$= (a^8 - 2a^6 - 2a^6 + 4a^4)(a^4 - 2a^2)$$
$$= (a^8 - 4a^6 + 4a^4)(a^4 - 2a^2)$$
$$= [(a^8)(a^4) + (a^8)(-2a^2) + (-4a^6)(a^4) + (-4a^6)(-2a^2) + (4a^4)(a^4) + (4a^4)(-2a^2)]$$
$$= a^{12} - 2a^{10} - 4a^{10} + 8a^8 + 4a^8 - 8a^6$$
$$= a^{12} - 6a^{10} + 12a^8 - 8a^6$$

102 ځواب)

$$110a^{10}b^{10} + (7a^4b^6 \times 2a^6b^4) - (3a^5b^5)^2 = 110a^{10}b^{10} + 14a^{10}b^{10} - 9a^{10}b^{10}$$
$$= (110 + 14 - 9)a^{10}b^{10}$$
$$= 115a^{10}b^{10}$$

103 ځواب)

$$(5a^5b^4c^3)^2(10a^3b^4c^2)^3 - 5000a^{19}b^{20}c^{12} = (25a^{10}b^8c^6)(1000a^9b^{12}c^6) - 5000a^{19}b^{20}c^{12}$$
$$= 25000a^{19}b^{20}c^{12} - 5000\,a^{19}b^{20}c^{12}$$
$$= (25000 - 5000)a^{19}b^{20}c^{12}$$
$$= 20000\,a^{19}b^{20}c^{12}$$

104 ځواب)

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$
$$= (a)(a^2) + (a)(b^2) + (a)(c^2) + (a)(-ab) + (a)(-ac) + (a)(-bc)$$
$$+ (b)(a^2) + (b)(b^2) + (b)(c^2) + (b)(-ab) + (b)(-ac) + (b)(-bc)$$
$$+ (c)(a^2) + (c)(b^2) + (c)(c^2) + (c)(-ab) + (c)(-ac) + (c)(-bc)$$
$$= a^3 + ab^2 + ac^2 - a^2b - a^2c - abc + ba^2 + b^3 + bc^2 - ab^2 - abc - b^2c$$
$$+ ca^2 + cb^2 + c^3 - abc - ac^2 - bc^2$$
$$= a^3 + b^3 + c^3 + (ab^2 - ab^2) + (ac^2 - ac^2) + (-a^2b + ba^2) + (-a^2c + ca^2)$$
$$+ (-abc - abc - abc) + (bc^2 - bc^2) + (-b^2c + cb^2)$$
$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

105 ځواب)

$$x+2(3x^2-1)-(2x-1)(3x+2)$$
$$=x+(6x^2-2)-[(2x)(3x)+(2x)(2)+(-1)(3x)+(-1)(2)]$$
$$=x+6x^2-2-(6x^2+4x-3x-2)$$
$$=x+6x^2-2-6x^2-4x+3x+2$$
$$=(x-4x+3x)+(6x^2-6x^2)+(-2+2)$$
$$=0$$

106 (جُواب

$$2a^5-2a[a-a(1-a)]^2=2a^5-2a[a(-a)(1)+(-a)(-a)]^2$$
$$=2a^5-2a(a-a+a^2)^2$$
$$=2a^5-2a(a^2)^2$$
$$=2a^5-2a(a^4)$$
$$=2a^5-2a^5$$
$$=0$$

107 (جُواب

$$2(3a-1)^2-3(2a-1)^2-6a^2$$
$$=2(3a-1)(3a-1)-3(2a-1)(2a-1)-6a^2$$
$$=2[(3a)(3a)+(3a)(-1)+(-1)(3a)+(-1)(-1)]$$
$$-3[(2a)(2a)+(2a)(-1)+(-1)(2a)+(-1)(-1)]-6a^2$$
$$=2(9a^2-3a-3a+1)-3(4a^2-2a-2a+1)-6a^2$$
$$=2(9a^2-6a+1)-3(4a^2-4a+1)-6a^2$$
$$=18a^2-12a+2-12a^2+12a-3-6a^2$$
$$=(18a^2-12a^2-6a^2)+(-12a+12a)+(2-3)$$
$$=(0)+(0)+(-1)$$
$$=-1$$

108 (جُواب

$$(2ab^2-a^2b)(4a^3+3a^2b+b^3)$$
$$=(2ab^2)(4a^3)+(2ab^2)(3a^2b)+(2ab^2)(b^3)+(-a^2b)(4a^3)+(-a^2b)(3a^2b)+(-a^2b)(b^3)$$
$$=8a^4b^2+6a^3b^3+2ab^5-4a^5b-3a^4b^2-a^2b^4$$
$$=(8a^4b^2-3a^4b^2)+(6a^3b^3)+(2ab^5)+(-4a^5b)+(-a^2b^4)$$
$$=5a^4b^2+5a^4b^2+6a^3b^3+2ab^5-4a^5b-a^2b^4$$

109 ځواب)

$$(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)(8a^3+b^3)$$
$$=(2a-b)(8a^3+b^3)(4a^2+2ab+b^2)$$
$$=[(2a)(8a^3)+(2a)(b^3)+(-b)(8a^3)+(-b)(b^3)]\ (4a^2+2ab+b^2)$$
$$=(16a^4+2ab^3-8a^3b-b^4)(4a^2+2ab+b^2)$$
$$=[(16a^4)(4a^2)+(16a^4)(2ab)+(16a^4)(b^2)+(2ab^3)(4a^2)+(2ab^3)(2ab)+(2ab^3)(b^2)$$
$$+(-8a^3b)(4a^2)+(-8a^3b)(2ab)+(-8a^3b)(b^2)+(-b^4)(4a^2)+(-b^4)(2ab)+(-b^4)(b^2)]$$
$$=64a^6+32a^5b+16a^4b^2+8a^3b^3+4a^2b^4+2ab^5-32a^5b-16a^4b^2-8a^3b^3-4a^2b^4-2b^5a-b^6$$
$$=(64a^6)+(32a^5b-32a^5b)+(16a^4b^2-16a^4b^2)+(8a^3b^3-8a^3b^3)$$
$$+(4a^2b^4-4a^2b^4)+(2ab^5-2ab^5)-b^6$$
$$=64a^6-b^6$$

110 ځواب)

$$2a^4-2(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3)$$
$$=2a^4-2\,[(a)(a^3)+(a)(a^2b)+(a)(ab^2)+(a)(b^3)+(-b)(a^3)+(-b)(a^2b)$$
$$+(-b)(ab^2)+(-b)(b^3)]$$
$$=2a^4-2(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3-a^3b-a^2b^2-ab^3-b^4)$$
$$=2a^4-2(a^4-b^4)$$
$$=2a^4-2a^4+2b^4$$
$$=2b^4$$

111 ځواب)

$$(2x+3)(3x+4)(3x-5)$$
$$=[(2x)(3x)+(2x)(4)+(3)(3x)+(3)(4)](3x-5)$$
$$=(6x^2+8x+9x+12)(3x-5)$$
$$=(6x^2+17x+12)(3x-5)$$
$$=(6x^2)(3x)+(6x^2)(-5)+(17x)(3x)+(17x)(-5)+(12)(3x)+(12)(-5)$$
$$=18x^3-30x^2+51x^2-85x+36x-60$$
$$=18x^3+21x^2-49x-60$$

112 ځواب)

$$7(a+b)^2-7(a-b)^2=7(a+b)(a+b)-7(a-b)(a-b)$$
$$=7[(a)(a)+(a)(b)+(b)(a)+(b)(b)]$$
$$-7[(a)(a)+(a)(-b)+(-b)(a)+(-b)(-b)]$$

$$= 7\left(a^2 + ab + ab + b^2\right) - 7\left(a^2 - ab - ab + b^2\right)$$
$$= 7\left(a^2 + 2ab + b^2\right) - 7\left(a^2 - 2ab + b^2\right)$$
$$= 7a^2 + 14ab + 7b^2 - 7a^2 + 14ab - 7b^2$$
$$= 28ab$$

113 **خواب)**

$$2(a+b)^3 - 2(a-b)^3 = 2(a+b)(a+b)(a+b) - 2(a-b)(a-b)(a-b)$$
$$= 2\left[(a)(a) + (a)(b) + (b)(a) + (b)(b)\right](a+b)$$
$$- 2\left[(a)(a) + (a)(-b) + (-b)(a) + (-b)(-b)\right](a-b)$$
$$= 2\left(a^2 + 2ab + b^2\right)(a+b) - 2\left(a^2 - 2ab + b^2\right)(a-b)$$
$$= 2\left[\left(a^2\right)(a) + (2ab)(a) + \left(b^2\right)(a) + \left(a^2\right)(b) + (2ab)(b) + \left(b^2\right)(b)\right]$$
$$- 2\left[\left(a^2\right)(a) + \left(a^2\right)(-b) + (-2ab)(a) + (-2ab)(-b) + \left(b^2\right)(a) + \left(b^2\right)(-b)\right]$$
$$= 2\left(a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3\right) - 2\left(a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + b^2a - b^3\right)$$
$$= 2\left(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\right) - 2\left(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\right)$$
$$= 2a^3 + 6a^2b + 6ab^2 + 2b^3 - 2a^3 + 6a^2b - 6ab^2 + 2b^3$$
$$= 12a^2b + 4b^3$$

114 **خواب)**

$$x^7 - x\left(x^2 + x\right)\left(x^4 - x^3 + x^2\right) = x^7 - \left[(x)\left(x^2\right) + (x)(x)\right]\left(x^4 - x^3 + x^2\right)$$
$$= x^7 - \left(x^3 + x^2\right)\left(x^4 - x^3 + x^2\right)$$
$$= x^7 - \left[\left(x^3\right)\left(x^4\right) + \left(x^3\right)\left(-x^3\right) + \left(x^3\right)\left(x^2\right)\right.$$
$$\left. + \left(x^2\right)\left(x^4\right) + \left(x^2\right)\left(-x^3\right) + \left(x^2\right)\left(x^2\right)\right]$$
$$= x^7 - \left(x^7 - x^6 + x^5 + x^6 - x^5 + x^4\right)$$
$$= x^7 - \left(x^7 + x^4\right)$$
$$= x^7 - x^7 - x^4$$
$$= -x^4$$

115 **خواب)**

$$\left(x^2 - y^2\right)\left(x^4 + x^2y^2 + y^4\right)\left(x^4 - x^2y^2 + y^4\right)\left(x^2 + y^2\right)$$
$$= \left[\left(x^2 - y^2\right)\left(x^4 + x^2y^2 + y^4\right)\right]\left[\left(x^4 - x^2y^2 + y^4\right)\left(x^2 + y^2\right)\right]$$
$$= \left[\left(x^2\right)\left(x^4\right) + \left(x^2\right)\left(x^2y^2\right) + \left(x^2\right)\left(y^4\right) + \left(-y^2\right)\left(x^4\right) + \left(-y^2\right)\left(x^2y^2\right) + \left(-y^2\right)\left(y^4\right)\right]$$
$$\times \left[\left(x^4\right)\left(x^2\right) + \left(x^4\right)\left(y^2\right) + \left(-x^2y^2\right)\left(x^2\right) + \left(-x^2y^2\right)\left(y^2\right) + \left(y^4\right)\left(x^2\right) + \left(y^4\right)\left(y^2\right)\right]$$
$$= \left(x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 - x^4y^2 - x^2y^4 - y^6\right)\left(x^6 + x^4y^2 - x^4y^2 - x^2y^4 + x^2y^4 + y^6\right)$$

$$= \left(x^6 - y^6\right)\left(x^6 + y^6\right)$$
$$= \left[\left(x^6\right)\left(x^6\right) + \left(x^6\right)\left(y^6\right) + \left(-y^6\right)\left(x^6\right) + \left(-y^6\right)\left(y^6\right)\right]$$
$$= x^{12} + x^6y^6 - x^6y^6 - y^{12}$$
$$= x^{12} - y^{12}$$

116 **ځواب)**

$$a^{10} - (a+b)^2\left(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4\right)^2$$
$$= a^{10} - \left[(a+b)\left(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4\right)\right]^2$$
$$= a^{10} - \left[(a)\left(a^4\right) + (a)\left(-a^3b\right) + (a)\left(a^2b^2\right) + (a)\left(-ab^3\right) + (a)\left(b^4\right) + (b)\left(a^4\right)\right.$$
$$\left. + (b)\left(-a^3b\right) + (b)\left(a^2b^2\right) + (b)\left(-ab^3\right) + (b)\left(b^4\right)\right]^2$$
$$= a^{10} - \left(a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 + ba^4 - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4 - b^5\right)^2$$
$$= a^{10} - \left(a^5 + b^5\right)^2 = a^{10} - \left(a^5 + b^5\right)\left(a^5 + b^5\right)$$
$$= a^{10} - \left[\left(a^5\right)\left(a^5\right) + \left(a^5\right)\left(b^5\right) + \left(b^5\right)\left(a^5\right) + \left(b^5\right)\left(b^5\right)\right]$$
$$= a^{10} - \left(a^{10} + a^5b^5 + a^5b^5 + b^{10}\right)$$
$$= a^{10} - \left(a^{10} + 2a^5b^5 + b^{10}\right)$$
$$= a^{10} - a^{10} - 2a^5b^5 - b^{10}$$
$$= -2a^5b^5 - b^{10}$$

117 **ځواب)**

$$2x^3 - 2(x-2)\left(x^2 + 2x + 4\right) - 2(x-1) + 2x^2 + 4$$
$$= 2x^3 - 2\left[(x)\left(x^2\right) + (x)(2x) + (x)(4) + (-2)\left(x^2\right) + (-2)(2x) + (-2)(4)\right] - 2x + 2 + 2x^2 + 4$$
$$= 2x^3 - 2\left(x^3 + 2x^2 + 4x - 2x^2 - 4x - 8\right) - 2x + 2 + 2x^2 + 4$$
$$= 2x^3 - 2\left(x^3 - 8\right) - 2x + 6 + 2x^2$$
$$= 2x^3 - 2x^3 + 16 - 2x + 6 + 2x^2$$
$$= 2x^2 - 2x + 22$$

118 **ځواب)**

$$(a+b)(b+c) - (c+d)(d+a) - (a+c)(b-d)$$
$$= [(a)(b) + (a)(c) + (b)(b) + (b)(c)] - [(c)(d) + (c)(a) + (d)(d) + (d)(a)]$$
$$- [(a)(b) + (a)(-d) + (c)(b) + (c)(-d)]$$
$$= \left(ab + ac + b^2 + bc\right) - \left(cd + ca + d^2 + da\right) - (ab - ad + cb - cd)$$
$$= ab + ac + b^2 + bc - cd - ca - d^2 - da - ab + ad - cb + cd$$
$$= b^2 - d^2$$

119 **ځواب)**

$$A = 4(x^2+3) - 2(x-2)(2x-3)$$
$$= (4x^2+12) - 2[(x)(2x) + (x)(-3) + (-2)(2x) + (-2)(-3)]$$
$$= (4x^2+12) - 2(2x^2 - 3x - 4x + 6)$$
$$= (4x^2+12) - 2(2x^2 - 7x + 6)$$
$$= (4x^2+12) - 4x^2 + 14x - 12$$
$$= (4x^2 - 4x^2) + (14x) + (12-12)$$
$$= 0 + 14x + 0$$
$$= 14x$$

$$B = 14\left(2x - \frac{1}{7}\right)\left(7x + \frac{1}{2}\right)$$
$$= 14\left[(2x)(7x) + (2x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{7}\right)(7x) + \left(-\frac{1}{7}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\right]$$
$$= 14\left(14x^2 + x - x - \frac{1}{14}\right)$$
$$= 14\left(14x^2 - \frac{1}{14}\right)$$
$$= 196x^2 - 1$$

$$(B - A^2)^{2000} = [(196x^2 - 1) - (14x)^2]^{2000}$$
$$= (196x^2 - 1 - 196x^2)^{2000}$$
$$= (-1)^{2000}$$
$$= 1$$

120 خواب)

$$a^2b^2(b-a) + b^2c^2(c-b) + c^2a^2(a-c)$$
$$= (a^2b^3 - a^3b^2) + (b^2c^3 - b^3c^2) + (c^2a^3 - c^3a^2)$$
$$= a^2(a)^3 - a^3(a)^2 + (a)^2c^3 - (a)^3c^2 + c^2a^3 - c^3a^2$$
$$= a^5 - a^5 + a^2c^3 - a^3c^2 + c^2a^3 - c^3a^2$$
$$= 0$$

121 خواب)

$$3A^2 + 3B^2 - 6AB$$
$$= 3(2x^3-1)^2 + 3(2x^3-4)^2 + 6(2x^3-1)(2x^3-4)$$
$$= 3(2x^3-1)(2x^3-1) + 3(2x^3-4)(2x^3-4) + 6(2x^3-1)(2x^3-4)$$

$$= 3[(2x^3)(2x^3) + (2x^3)(-1) + (-1)(2x^3) + (-1)(-1)]$$
$$+ 3[(2x^3)(2x^3) + (2x^3)(-4) + (-4)(2x^3) + (-4)(-4)]$$
$$+ 6[(2x^3)(2x^3) + (2x^3)(-4) + (-1)(2x^3) + (-1)(-4)]$$
$$= 3(4x^6 - 2x^3 - 2x^3 + 1) + 3(4x^6 - 8x^3 - 8x^3 + 16) + 6(4x^6 - 8x^3 - 2x^3 + 4)$$
$$= 3(4x^6 - 4x^3 + 1) + 3(4x^6 - 16x^3 + 16) + 6(4x^6 - 10x^3 + 4)$$
$$= 12x^6 - 12x^3 + 3 + 12x^6 - 48x^3 + 48 + 24x^6 - 60x^3 + 24$$
$$= (12x^6 + 12x^6 + 24x^6) + (-12x^3 - 48x^3 - 60x^3) + (3 + 48 + 24)$$
$$= 48x^6 - 120x^3 + 75$$

122 ځواب)

$$(x-a)(b-c) + (x-b)(c-a) + (x-c)(a-b)$$
$$= [(x)(b) + (x)(-c) + (-a)(b) + (-a)(-c)] + [(x)(c) + (x)(-a) + (-b)(c) + (-b)(-a)]$$
$$+ [(x)(a) + (x)(-b) + (-c)(a) + (-c)(-b)]$$
$$= (bx - cx - ab + ac) + (cx - ax - bc + ab) + (ax - bx - ac + bc)$$
$$= bx - cx - ab + ac + cx - ax - bc + ab + ax - bx - ac + bc$$
$$= 0$$

123 ځواب)

$$2A - \left(\frac{1}{2}B - 2C\right)$$
$$= 2[-m(2x-1)y] - \left\{\frac{1}{2}[4y(1-x)m] - 2\left[mx - \frac{1}{2}\right]\right\}$$
$$= (-2my)(2x-1) - \left[\left(\frac{1}{2} \times 4ym\right)(1-x)\right] - 2\left(mx - \frac{1}{2}\right)]$$
$$= (-2my)(2x-1) - [(2my)(1-x)] - 2\left(mx - \frac{1}{2}\right)$$
$$= [(-2my)(2x) + (-2my)(-1)] - [(2ym)(1) + (2ym)(-x)] - 2mx + 1$$
$$= -4mxy + 2my - (2my - 2mxy) - 2mx + 1$$
$$= -4mxy + 2my - 2my + 2mxy - 2mx + 1$$
$$= (-4mxy + 2mxy) + (2my - 2my) + (-2mx) + 1$$
$$= -2mxy + 0 - 2mx + 1$$
$$= -2mxy - 2mx + 1$$

124 ځواب)

$$\frac{6x^4-3x^2-9x}{3x^2}=\left(\frac{6x^4}{3x^2}\right)+\left(\frac{-3x^2}{3x^2}\right)+\left(\frac{-9x}{3x^2}\right)$$

$$=\left(2x^2\right)+\left(-1\right)+\left(\frac{-3}{x}\right)$$

$$=2x^2-1-\frac{3}{x}$$

125 ځواب)

$$\frac{3a^4b^4-4a^5b^3+2a^2b^4}{2a^2b^3}=\left(\frac{3a^4b^4}{2a^2b^4}\right)+\left(\frac{-4a^5b^4}{2a^2b^3}\right)+\left(\frac{2a^2b^4}{2a^2b^3}\right)$$

$$=\left(\frac{3}{2}a^2b\right)+\left(-2a^3\right)+\left(b\right)$$

$$=\frac{3}{2}a^2b-2a^3+b$$

126 ځواب)

$$\left(8a^4b^5-12a^6b^3-4a^5b^4\right)\div\left(4a^3b^3\right)=\frac{8a^4b^5-12a^6b^3-4a^5b^4}{4a^3b^3}$$

$$=\left(\frac{8a^4b^5}{4a^3b^3}\right)+\left(\frac{-12a^6b^3}{4a^3b^3}\right)+\left(\frac{-4a^5b^4}{4a^3b^3}\right)$$

$$=\left(2ab^2\right)+\left(-3a^3\right)+\left(-1a^2b\right)$$

$$=2ab^2-3a^3-a^2b$$

127 ځواب)

$$\begin{array}{l|l} 6x^3-17x^2+14x-3 & 2x-3 \\ \hline & 3x^2-4x+1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underline{\mp 6x^2 \pm 9x^2} \\ -8x^2+14x \\ \underline{\pm 8x^2 \mp 12x} \\ \quad +2x-3 \\ \quad \underline{\mp 2x \pm 3} \\ \quad 0 \end{array}$$

ليدل کېږي چې باقي مانده صفر ده، نو ځکه مطرح شوې پولينوم پر $(2x-3)$ د تقسيم وړتيا لري.

$$6x^3-17x^2+14x-3=\left(2x-3\right)\left(3x^2-4x+1\right)+\left(0\right)$$

128 ځواب)

مقسوم او مقسوم عليه د x د نزولي توانونو پر اساس مرتبوو او وروسته د تقسيم عمل ترسره کوو.

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-7x^3+0x^2+10x-23 & 3x^2-2x+5 \\ \hline & 2x^2-x-4 \end{array}$$

$$\mp 6x^4 \pm 4x^3 \mp 10x^2$$

$$-3x^3-10x^2+10x$$

$$\pm 3x^3 \mp 2x^2 \pm 5x$$

$$-12x^2+15x-23$$

$$\pm 12x^2 \mp 8x \pm 20$$

$$7x-3$$

$$6x^4-7x^3+10x-23=(3x^2-2x+5)(2x^2-x-4)+(7x-3)$$

ځواب) 129

که مقسوم او مقسوم عليه له څو متغيرونو جوړ شوی وي، هغه د يوه متغير د نزولي توان پر اساس يې ترتيبوو، بيا د تقسيم عمليه ترسره کوو:

$$\begin{array}{l|l} x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5 & x^2+2xy+y^2 \\ \hline & x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 \end{array}$$

$$\mp x^5 \mp 2x^4y \mp x^3y^2$$

$$3x^4y+9x^3y^2+10x^2y^3$$

$$\mp 3x^4y \mp 6x^3y^2 \mp 3x^2y^3$$

$$3x^3y^2+7x^2y^3+5xy^4$$

$$\mp 3x^3y^2 \mp 6x^2y^3 \mp 3xy^4$$

$$x^2y^3+2xy^4+y^5$$

$$\mp x^2y^3 \mp 2xy^4 \mp y^5$$

$$0$$

$$x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5=(x^2+2xy+y^2)(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)+(0)$$

ځواب) 130

$$\begin{array}{l|l} x^4+0x^3+0x^2+0x-y^4 & \underline{x+y} \\ & x^3-x^2y+xy^2-y^3 \end{array}$$

$$\underline{\mp x^4 \mp x^3y}$$
$$-x^3y+0x^3$$
$$\underline{\pm x^3y \pm x^2y^2}$$
$$x^2y^2+0x^2$$
$$\underline{\mp x^2y^2 \mp xy^3}$$
$$-xy^3+0x-y^4$$
$$\underline{\pm xy^3 \pm y^4}$$
$$0$$

$$x^4-y^4=(x+y)(x^3-x^2y+xy^2-y^3)+(0)$$

131 ځواب)

مقسوم او مقسوم علیه د a د نزولي توانونو پر اساس ترتیبوو او وروسته تقسیم ترسره کوو:

$$\begin{array}{l|l} a^3+0a^2-3abc+b^3+c^3 & \underline{a+b+c} \\ & a^2-a(b+c)-bc+b^2+c^2 \end{array}$$

$$\underline{\mp a^3 \mp a^2b \mp a^2c}$$
$$-a^2(b+c)-3abc+b^3$$
$$\underline{\pm a^2(b+c) \pm ab(b+c) \pm ac(b+c)}$$
$$-abc+ab^2+ac^2+b^3+c^3$$
$$\underline{\pm abc \pm b^2c \pm bc^2}$$
$$ab^2+ac^2+b^2c+bc^2+b^3+c^3$$
$$\underline{\mp b^2a \mp b^3 \mp cb^2}$$
$$ac^2+bc^2+c^3$$
$$\underline{\mp ac^2 \mp bc^2 \mp c^3}$$
$$0$$

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$$

132 ځواب)

$$x^4+5x^3-4x^2+3x-6 \quad \Big| \quad \frac{x-2}{x^3+7x^2+10x+23}$$

$$\mp x^4 \pm 2x^3$$

$$7x^3-4x^2$$

$$\mp 7x^3 \pm 14x^2$$

$$10x^2+3x$$

$$\mp 10x^2 \pm 20x$$

$$23x-6$$

$$\mp 23x \pm 46$$

$$40$$

133 ځواب)

$$6x^4-7x^3+10x-23 \quad \Big| \quad \frac{3x^2-2x+5}{2x^2-x-4}$$

$$\mp 6x^4 \pm 4x^3 \mp 10x^2$$

$$-3x^3-10x^2+10x$$

$$\pm 3x^3 \mp 2x^2 \pm 5x$$

$$-12x^2+15x-23$$

$$\pm 12x^2 \mp 8x \pm 20$$

$$7x-3$$

134 ځواب)

$$x^5-x^4-x^3-x^2-x+2 \quad \Big| \quad \frac{x^2+x+1}{x^3-2x^2+1}$$

$$\mp x^5 \mp x^4 \mp x^3$$

$$-2x^4-2x^3-x^2$$

$$\pm 2x^4 \pm 2x^3 \pm 2x^2$$

$$x^2-x+2$$

$$\mp x^2 \mp x \mp 1$$

$$-2x+1$$

135 ځواب)

$$
\begin{array}{l|l}
x^5 + x^4 - x^2 + 1 & x^2 + x + 2 \\ \hline
 & x^3 - 2x + 1 \\
\underline{\mp x^5 \mp x^4 \mp 2x^3} & \\
\quad -2x^3 - x^2 + 1 & \\
\quad \underline{\pm 2x^3 \pm 2x^2 \pm 4x} & \\
\qquad x^2 + 4x + 1 & \\
\qquad \underline{\mp x^2 \mp x \mp 2} & \\
\qquad\quad 3x - 1 &
\end{array}
$$

136 ثواب)

$$
\begin{array}{l|l}
x^{10} + x^5 + 1 & x^2 + x + 1 \\ \hline
 & x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1 \\
\underline{\mp x^{10} \mp x^9 \mp x^8} & \\
\quad -x^9 - x^8 + x^5 & \\
\quad \underline{\pm x^9 \pm x^8 \pm x^7} & \\
\qquad x^7 + x^5 + 1 & \\
\qquad \underline{\mp x^7 \mp x^6 \mp x^5} & \\
\qquad -x^6 + 1 & \\
\qquad \underline{\pm x^6 \pm x^5 \pm x^4} & \\
\qquad\quad x^5 + x^4 + 1 & \\
\qquad\quad \underline{\mp x^5 \mp x^4 \mp x^3} & \\
\qquad\qquad -x^3 + 1 & \\
\qquad\qquad \underline{\pm x^3 \pm x^2 \pm x} & \\
\qquad\qquad\quad x^2 + x + 1 & \\
\qquad\qquad\quad \underline{\mp x^2 \mp x \mp 1} & \\
\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

137 ثواب)

$$\begin{array}{l|l} 2x^{10}-7x^{8}+x^{6}+2x^{4}-3x^{2}-1 & x^{4}-3x^{2}-1 \\ \cline{2-2} & 2x^{6}-x^{4}+1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underline{\mp 2x^{10} \pm 6x^{8} \pm 2x^{6}} \\ \quad -x^{8}+3x^{6}+2x^{4} \\ \quad \underline{\pm x^{8} \mp 3x^{6} \mp x^{4}} \\ \qquad x^{4}-3x^{2}-1 \\ \qquad \underline{\mp x^{4} \pm 3x^{2} \pm 1} \\ \qquad\qquad 0 \end{array}$$

138 ځواب)

$$\begin{array}{l|l} x^{5}+1 & x+1 \\ \cline{2-2} & x^{4}-x^{3}+x^{2}-x+1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underline{\mp x^{5} \mp x^{4}} \\ \quad -x^{4}+1 \\ \quad \underline{\pm x^{4} \pm x^{3}} \\ \qquad x^{3}+1 \\ \qquad \underline{\mp x^{3} \mp x^{2}} \\ \qquad\quad -x^{2}+1 \\ \qquad\quad \underline{\pm x^{2} \pm x} \\ \qquad\qquad x+1 \\ \qquad\qquad \underline{\mp x \mp 1} \\ \qquad\qquad 0 \end{array}$$

139 ځواب)

$$
\begin{array}{l|l}
a^4 - b^4 & a - b \\ \hline
 & a^3 + a^2b + ab^2 + b^3
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
\underline{\mp a^4 \pm a^3b} \\
\quad a^3b - b^4 \\
\quad \underline{\mp a^3b \pm a^2b^2} \\
\qquad a^2b^2 - b^4 \\
\qquad \underline{\mp a^2b^2 \pm ab^3} \\
\qquad\quad ab^3 - b^4 \\
\qquad\quad \underline{\mp ab^3 \pm b^4} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$