بسم الله الرحمن الرحيم

ډالۍ

ګرانې کشرې اندرور (کریمې جانې وردګ) ته، چې یاد یې تل له ښو خاطرو سره مل دی!

نوي رياضيات

14

مطلق قيمت

لیکوال: پیمان گردلو

ژباړنه: استاد پشتون گل رسولي

پته: آسمايي واټ، سعيد خپرنځی، کابل – افغانستان

اړيکه: 0707575935 او 0788100157

Email: Shirahmad_saedy@yahoo.com

کتاب پېژندنه

• **کتاب**: مطلق قيمت

• **ليکوال**: پيمان گُردلو

• **ژباړنه**: استاد پشتون گل رسولي

• **کمپوز او ډيزاين**: انجنيرمحمدافضل ذاکر او انجنير عبدالوهاب همت

• **علمي ايډيټ**: پوهاند ډاکټر محمد انور غوري

• **ژبنی ايډيټ**: انجنير عبدالباقي سلطاني

• **له اصل سره د فورمولونو پروف کتنه**: انجنيرعبدالوهاب همت، انجنير محمدافضل ذاکر، انجنير عبدالباقي سلطاني، انجنير تاج محمد جاهد، کاشف وردگ، وارث سمسور، اميد زرغون، عصمت وردگ، جاويد نعمتي

• **خپرندوی**: سعيد خپرنځی، • **چاپځای**: سعيد

• **شمېر**: 1000 ټوکه، • **چاپ وار**: لومړی، • **چاپ کال**: 1397 لمريز

• **کچه**: وزيری، • **صفحې**: 148 صفحې

بيه: **160** افغانی

د چاپ او خپراوي ټول حقوق: بيا ليکنه، چاپ، تکثير او کاپي د ژباړنې په اجازه له سعيد خپرنځي او زرغون ځېړنې او ژباړې مرکز سره دي، په دې باب هر ډول بې اجازې تصرف قانوني څېړل کيږي.

یادښت

غرب یو مهال د طبیعي علومو ترجمه کوله او په دغه علمي حوزه کې یې ځکه پیداوار نه درلود، چې کلیسا د غربي فکر واگی په لاس درلود، خلک یې له طبیعي څېړنو، معنوي افراطیت ته قیزه کړي وو، حتی د تجربي علومو له لورې نوي عرضه شوي مفاهیم به چې د کلیسا له موخو سره په ټکر کې وو، کتمان کېدل او څرگندونکي به یې په عام محضر کې وژل کیدل؛ یعنې د بکر فکر جرأت او په طبیعي علومو کې تصرف په مرگ منتهي کیده. د کلیسا مستبد فشارونو خلک په تنگ کړل، چون فشار فاصلې له منځه وړي، نو د کلیسا پر وړاندې مردمي یووالی(انقلاب) رامنځته شو؛ د انساني علومو یو اصل دی وایي «هر افراط تفریط او هر تفریط افراط زیږوي»، نو د کلیسا افراطي چلن باعث شو چې غربي انسان له دغه علمي انقلاب (رنسانس) وروسته په معنویاتو کې له تفریطه کار واخلي او مادي برخه کې افراط وکړي.

افغانستان هم په طبیعي علومو کې چندان سابقه نلري، حتی په دغه شق کې د سل‌کلن تاریخ مدعي نه گڼل کیږي، ددې لپاره چې افغان انسان په دغه علمي برخه کې موزون او غیرافراطي گامونه واخلي، نو د ښاغلي احمدفهیم‌سپین‌غر په مشرۍ مو په ۱۳۸۸ کال کې زرغون د څېړنې او ژباړې مرکز ایجاد کړ، د زرغون لیدلوری په افغانستان کې د ساینس فرهنگ او زرغونې انرژۍ وده ده، چې د ساینسي کتابونو، رسالو او مقالو ژباړل، په ساینسي- موضوعات څېړنې کول، د سیمینارونو او کنفراسونو تدویرل مو کاري لومړیتوبونه وو، موږ لس گونه ساینسي- کتابونه وژباړل او له دې سره جوخت مو د افغانستان په تاریخ کې د لومړي ځل لپاره «افغان طبیعي علومو ټولنه» چې د افغان ساینس‌پوهانو لپاره د راټولیدلو ځای دی ایجاد کړه، هوډ لرو چې ددغه هلوځلو په پایله کې افغانستان د طبیعي علومو او تکنالوژۍ په تولید کې برخه واخلي او له مصرفي حالته راووزي. له ټولو هغو فرهنگپالو په ځانگړي ډول له شیراحمد سعیدي، حاجي نذیر خروټي او انجنیر عبدالباقي سلطاني څخه مننه کوم چې فرهنگي چارو ته ځانگړې پاملرنه کوي.

انجنیرمحمدافضل‌ذاکر

د زرغون څېړنې او ژباړې مرکز مشر

د ژباړنې خبرې

ستاسې مخې ته پروت کتاب د رياضي د لړۍ يوه کړۍ ده، د دغه يوويشت ټوکو لړۍ کتابونه په ترتيب عبارت دي له: سيټ، توان، الجبري افادې، الجبري مطابقتونه، د الجبري افادو تجزيه، جذر، لومړۍ درجه افادې، دويمه درجه افادې، نامساوات، د پولينومونو تقسيم، دکارتي هندسه، مثلثات۱، مثلثات۲، مطلقه قيمت، زينه‌يي تابع(صحيح جز)، لوګارتم، تابع، ليمټ، متماديت، مشتق او د مشتق کارونې څخه. دغه لړۍ د رياضي ټولو شايقينو ته ده چې په لوست سره يې په رياضي برخه کې هر ډول ستونزه حل کېدلی شي.

کابو ديرش کاله مې د رياضي او فزيک تدريس کړی، ډېرى وخت به د ديپارټمنټ همکارانو راته کړل: «شاګردان په رياضي کې غبي دي، نه پوهيږو څه ورسره وکړو». په دې هکله له فکر وروسته مو درک کړه چې ستونزه په شاګردانو کې نه ده بلکې د دغه ستونزې لمن پراخه ده او نور ډېر فکټورونه په ځان کې لري. موږ شايد کله هم فکر نه وي کړی چې درسي نصاب څومره د زده کوونکو له اړتياوو سره سم جوړ دی؟ شايد پام مو نه وي شوی چې څرنګه درسي پلان جوړ کړو ترڅو له رياضي سره د زده کوونکو مينه زياته شي؟ شايد موږ معلمينو کله هم خپل سر ګريوان ته نه وي کړی او له ځانه مو نه وي پوښتلي چې ايا زما د تدريس طريقه سمه ده، که نه؟ نو بناً ويلی شو چې که شاګرد رياضي نشي- زده کولی بايد له شاګرد سره جوخت، درسي نصاب، درسي پلان او د خپل تدريس طريقه هم وارزوو.

رياضي هغه وخت ښه تدريس کېدلی شي چې د نصاب کارپوهان درسي نصاب د ښوونکو سره په مشوره او د شاګردانو له ورځنيو اړتياوو سره سم جوړ کړي. ښوونکي بايد درسي پلان او د تدريس طريقه د شاګردانو په خوښه وټاکي داسې نه خدای مه کړه له يوې خوا د رياضي محتوايي وچوالی او له بل لوري د ښوونکي نامناسبه درسي طريقه باعث شي ترڅو ابداً له رياضي څخه د شاګرد زړه تور شي. اصولاً په ټوله نړۍ کې دا باب دی چې د يوې برخې کارپوه په خپله کاري حوزه کې له کلونو کار وروسته په ليکلو يا ژباړلو پيل کوي. زه هم د رياضي او فزيک برخې د متقاعدې استادې په توګه هڅه کوم چې مناسب متنونه په رياضي او فزيک برخه کې را وژباړم ترڅو د درسي موادو له درکه د شاګردانو او ښوونکو ستونزه تر يوه بريده حل شي. د اوس لپاره خو د رياضي دغه لړۍ وګورئ، که عمر باقي و، نورې هڅې به هم کوو.

کاميابي مو غواړم

پشتون ګل رسولي

سریزه

قدرمنو معلمینو ته!

رياضي بايد د استفادې وړ او خوندور علم په توګه وړاندې کړو.

لاندې درې أُصول نه يوازې د رياضياتو په ښوونه او زده‌کړه کې، بلکې د زده‌کوونکو د پرمختګ د ارزونې لپاره معرفي کوم:

- حقيقت او مهارت
- مفهموي حالت
- عمومي پلانونه او ارزښت يې

اکثر زده کوونکي د رياضي د زده کړې په موخه د رياضي د مفاهيمو د درک پر ځای، د فورمولونو لوست، يادولو او تکرارولو ته ډېر وخت ورکوي. په حقيقت کې تکرار، تمرين، تلقين او حافظه‌يي زده کول، د رياضي د تفکر او حقيقي زده‌کړې مخه نيولې.

ډېری کسان په دې باور نه دي، چې ښوونه هغه طبيعي پروسه ده چې بايد په هيجاني او د خوښې وړ حالت کې ترسره شي. دغه ډله کسان د رياضي د زده‌کړې پر مهال د ښوونکي او زده‌کوونکي په متقابل نقش باور نلري او د تدريس پرمهال زده‌کوونکي منفعل ګڼي او خپله دنده، زده‌کوونکو ته د يو شمېر وچو قاعدو او رابطو تر انتقالولو پورې محدودوه ګڼي. دوی د زده کوونکي د ذهني حالت، قابليت، ظرفيت او ټولنيز او کورنۍ وضعيت په نه پام کې نيولو سره، نوي رياضيکي مفاهيم او مطالب په هماغه زړه او دوديزه طريقه تدريسوي.

دا چې څنګه د رياضي اضطراب کنترول او يا کم کړو تر څو د زده‌کوونکو (د رياضي په چلن) او (د رياضي په پرمختګ) کې اړين بدلون راشي، لاندې موارد بايد په پام کې ونيسو:

- د ښوونکو او والدينو له لورې د زده کوونکو د فردي توپيرونو په پام کې نيول.
- د ښوونکو او زده کوونکو ترمنځ د متقابل اعتماد جوړول.
- د زده کوونکو د مخکينۍ پوهې پېژندل او د دوي د علمي ستونزو او کمبوديانو رفع کول.
- ستاينه او تقديرول، ځکه دغه اصل د هنري او علمي کارونو يوه ځانګړنه ګڼل کېږي.

پيمان ګردلو

ژمی ۱۳۸۵

د دغه لړۍ په هکله څو خبرې

د پیمان گردلو، د ریاضي مسلسل او مهم یوویشت ټوکه کتابونه په لاندې ډول دي:

1. سیټونه
2. توان
3. الجبري افادې
4. الجبري مطابقتونه
5. د الجبري افادو تجزیه
6. جذر
7. لومړۍ درجه افادې
8. دویمه درجه افادې
9. نامساوات
10. د پولینومونو تقسیم
11. دکارتي هندسه
12. مثلثات (لومړی ټوک)
13. مثلثات (دویم ټوک)
14. مطلقه قیمت
15. زینه‌یي تابع
16. لوگارتم
17. تابع
18. لیمټ
19. متمادیت
20. مشتق
21. د مشتق کارونې

د ریاضي دغه لړۍ د ښوونځیو لپاره د مرجع حیثیت لري او په ریاضي برخه کې د لوړو زده کړو لپاره بنسټ جوړوي. په دې کتابونو کې ټول مباحث په خورا دقت او د جزئیاتو په پام کې نیولو سره تر بحث لاندې نیول شوي او ټول موضوعات د بې ساري او بېلابېلو مثالونو په بیان سره بدرگه کېږي.

ددغه لړۍ ټول کتابونه گرانې خور استاد پشتون‌گل رسولي له فارسي څخه پښتو ته په پخو ادبیاتو او خوږو عباراتو په بریالیتوب سره ترجمه کړي. بې له شکه دا لوی کار د گران هېواد د ځوان نسل لپاره ستر خدمت او د وطن دوستۍ صریح نښه بلل کېږي.

د الله پاک څخه د استاد لپاره د نورو بریالیتوبونو هیله من یم.

پوهاند ډاکټر محمدانور غوري

د کابل پوهنتون د ریاضي پوهنځي رئیس

یادښت

تاریخ راته وایي چې هر ډول ټولنیز-اقتصادي تحول د مادي وسایلو له تحول سره کلک تړلی دی. بلخوا، غوڅ اکثریت مادي تحولاتو کې فزیک فعاله ونډه لرلې ده، یعنې فزیک د معاصر انسان په نړۍلید کې اساسي نقش لوبولی.

هېڅ علم له فلسفې سره دومره اُرگانیکه اړیکه نلري لکه فزیک یې چې لري. پخوا زمانو کې به دیني حلقاتو ته منسوب بنيادمان د فزیک له ودې بېریدل، ځکه فزیک نړۍ هغسې معرفي کوي څرنگه چې ده. د هغه وخت دخلکو دغه بېره د فزیک په فلسفي بُعد دلالت کوي، اما په فزیک کې د نسبیت، کوانتم او سترینگ تیوري منځته راتلل په مطلق ډول فزیک د فلسفې د جز په توگه تائید کړ.

بالمقابل د فزیک د محصل په توگه په دې باوري یم چې په قاطع توگه د فزیک په وده کې ریاضي اساسي نقش درلودلی او لري یې. که موږ د فزیک هرې برخې ته ځېر شو نو ریاضي به پکې ووینو. ځکه د طبیعت ټول اجزاء یوه بل پورې اړوند دي او د اجزاوو دغه اړیکه د تابع په مرسته ښودل کېږي تابع او د تابع اجزاء(لیمت، مشتق او انتیگرال) د فزیک کُلیات جوړوي.

اوس که څوک د بشري تحول په هکله گړابي نو باید د ریاضي-فزیک په نقش او کارکړو بلد وي، تر څو په سمه توگه د بشري ارتقا او اقتصادي-ټولنیزو مناسباتو وړاندوینې وکړلی شي. یا که څوک له فلسفي مباحثو سره مینه لري او فلسفه کې دننه تلل غواړي نو باید د ریاضي-فزیک په اساساتو پوه وي، کنه نو سفسطې به غږوي. یا که څوک د تکنالوژۍ ماهر کېدل غواړي نو باید چې ریاضي-فزیک ته په کمه سترگه ونه گوري.

کله چې محصل وم په ساینس برخه کې د درسي وثایقو پسې به لالهانده وم. معتبرې علمي منابع به کمي یا اصلا نه وي ځکه خو مو د احمدفهیم سپین‌غر په مشرۍ په دغه علمي حوزه کې د یو لړ علمي کارونو د ترسره کولو هوډ وکړ. د دغو هڅو لړۍ دا ده نن د ریاضي برخې د دایره‌المعارف چاپېدو ته را ورسېدله. د ریاضي دغه جامع لړۍ چې ستاسې په لاس کې ده، آغلې استاد پشتون‌گل رسولي ژباړلې، تر کومه ځایه چې مې ژباړه لوستې موزونه او متوازنه ده. اصل کتاب کې هم د موضوعاتو تسلسل تر ډېره رعایت شوی، خو له دې چې د دایره‌المعارف یا مرجع حیثیت لري، نو ځینې ځایونو کې ځینې موضوعات تر وخت د مخه هم راغلي. خو په ټوله کې دغه لړۍ ټولو زده کوونکو، محصلینو او د ریاضي مینه والو ته گټوره تمامېدلی شي، ویې پېرئ، زده یې کړئ او ورزده یې کړئ.

تاسې جار شم

انجنیر مطیع الله هوتک

د افغان طبیعي علومو ټولنې مؤسس

۱۳۹۶-۱۲-۱۵ سه شنبه د شپې یوولس نیمې بجې

رياضي د علومو مبادي ده

هنر له کيفيت سره او علوم له کميت سره کار لري، يعنې کله کله يو فرد شعر نسبت يوه اوږد شعر ته ډېر تاثير لري، ځکه شعر هنر دی او په هنر کې اصل، کيفيت دی نه کميت. بالمقابل دوه ماليکوله هايدروجن له يوه ماليکول اوکسيجن سره يو ځای کېږي اوبه جوړوي، دلته بحث د اوکسيجن او هايدروجن د ماليکولونو پر کيفيت نه، بلکې پر کميت يې دی. يعنې له دريو ماليکولونو هايدروجن او څلور ماليکولونو اوکسيجن څخه هېڅکله اوبه نشو ترلاسه کولی. ځکه خو وايو هنريت له کيفيت او علميت له کميت سره تړاو لري او د کميت بيان يوازې د رياضي په مرسته شونی دی.

بناً کله چې د علومو اساس کميت وي او د کميت بيان د رياضي په مرسته ممکن وي، خود به رياضي د ټولو علومو مبادي ګڼل کېږي. رياضي ته ځکه د علومو مبادي وايي، چې پرته له هغې د نورو علومو حصول ناممکن دی. په انجنيرۍ کې د کانال ميل يا د سړک ميل د تانجانت په مرسته معلوموي او تانجانت د رياضي موضوع ده. په برق-فزيک کې وايي کله چې مقاومت زياتيږي، امپير کمېږي د امپير او مقامت دغه رابطه د معکوس تناسب په ذريعه ښودل کېږي او معکوس تناسب د رياضي مبحث دی. په کيميا کې غلظت مساوي کېږي په (د هايدروجن د شمېر-منفي لوګارتم)، لوګارتم هم د رياضي بحث دی. ان سوداګري هم د رياضي په مرسته کېږي، تخفيف، د ګټې فيصدي او کميشن د رياضي په مرسته معلومېږي. يعنې که يو انجنير په تانجانت نه وي پوه، ميل نشي- معلومولی. همدارنګه که د فزيکپوه تناسب نه وي زده، د امپير او مقاومت اړيکه نشي- ښودلی او که د کيمياپوه لوګارتم نه وي زده، غلظت نشي- معلومولی. او يو سوداګر په حساب د نه پوهېدو له وجهې ممکن موفق سوداګر ونه اوسي.

اوس نو که څوک علومو ته لاسرسی غواړي، نو لومړی دی رياضي په اساسي توګه زده کړي. د رياضي د زده کړې لومړی شرط معتبرو منابعو ته لاسرسی دی، له نيکه بخته ستاسې په لاس کې د رياضي دغه يوويشت ټوکه لړۍ چې آغلې استاد پشتون‌ګل رسولي، پښتو ژبې ته ترجمه کړې، متعلمينو او محصلينو ته د يوې مؤثرې او معتبرې مرجع په توګه واقع کېدلی شي. ارزو لرم، دغه لړۍ بار بار ولولۍ او مثالونه يې له ځانه سره تکراراً کار کړئ په دې توګه به مو د ټولو علومو الفبا زده کړې وي.

انجنيرغلام‌نقيب‌رسولي

د اوبو او برېښنا وزارت متقاعد انجنير

رياضي (د کائناتو ژبه)

څلور پېړۍ مخکې (1610 کال کې)، کله چې ګالیله څرګنده کړه چې ځمګه د لمر په چاپېر چورلي، نو د کایناتو ژبه یې ریاضیکي ژبه وبلله او مثلثونه، دایرې او نور هندسي شکلونه یې د دې ژبې توري وبلل. ګاووس ریاضیات "د علومو ملکه" بللې. په 2010 کې معاصر ریاضي‌پوه، "پروفیسور ډیو سوټ وې" وویل: "یقیناً تلسکوپونه او مایکروسکوپونه، کتنې او تجربې یو نقش لري چې باید و یې لوبوي، خو زه باور لرم چې د معاصر ساینس تر شا اصلي چلوونکې قوه ریاضیات دي." د دې خبرو او د ورځني پدیدو پر بنسټ ټول د ریاضیاتو پر اهمیت پوهېږي او انکار ترې نشي کېدلی. خو پر دومره ستر اهمیت سربېره موږ په دې برخه کې د نورو برخو په څېر تر هر چا خوار یو. ځکه نه په نورو ژبو پوهېږو او نه په خپلو ژبو کافي مواد لرو.

د پوهنتونونو د محصلینو تر ټولو ستره ستونزه له درسي موادو سره ده. کله چې محصل وم، تقریباً ټول کتابونه مو په انګلسي وو، خو زیاتره محصلین یا خو په انګلیسي نه پوهېدل یا خو ډېر کم پرې پوهېدل. دوی ته به تر ټولو ښه خبر دا و چې کوم چا به کوم درس وژباړه. له بلې خوا په نورو پوهنځیو کې ستونزه دا وه چې درسي مواد یې اصلاً د پوهېدلو وړ نه وو. درسي چپټرونه خو یا پخواني دي او یا هم په ډېر بې کیفیته ډول لیکل شوي یا ژباړل شوي دي. باور لرم که مو په خپلو ژبو کې با کیفیته درسي مواد لرلی، د لوړو زده کړو حالت به له اوسني هغه څخه په ځلونو غوره و.

لومړی ځل دی چې په ریاضیاتو او په ټوله کې د ساینس په برخه کې په دومره شمېر کتابونه ژباړل کېږي او خپرېږي، یو کال مخکې په ټول هېواد کې څه باندې سل کتابونه چاپ شوي وو چې زیاتره یې د سیاسي او ټولنیزو کتابونو ژباړې وې. دغه کتاب د ریاضي د یووشتو کتابونو له سلسلې څخه یو کتاب دی، له دې ور هاخوا د دې کتابونو او د ژباړې په اړه یې ځینې ټکي شته دي، چې دا کتابونه له نورو څخه بېلوي. ټول کتابونه یوه لړۍ ده او یوه لیکوال لیکلې. ټول کتابونه ، یوې ژباړنې ژباړلي، چې پر ریاضیاتو او نورو ساینسي-مضمونو هم ښه برلاسی لري، کلونه کلونه یې تدریس کړي، او هم د ژباړې او لیکنې تجربه لري. د دې کتابونو د ژباړې په اړه مهمه خبره دا ده چې له دقیق ایډېټ او بیا کتنې وروسته یو ځای خپرېږي.

باور لرم چې دا کتابونه د ښوونځیو او کورسونو د زده کوونکو او د انستېتونو او پوهنتونونو د محصلینو لپاره، په افغانستان کې غوره درسي مواد او د مطالعې لپاره د ریاضیاتو تر ټولو غوره کتابونه دي، او د ریاضیاتو په برخه کې د زده کوونکو ستونزې تر ډېره حلولی شي. دا کتابونه باید هر افغان زده کوونکي او محصل ته ورسول شي. راځئ چې دا کتابونه تر هره کوره او تر هر ټولګي پورې ورسوو.

استاد پشتون ګل رسولي ته د دې ستر کار مبارکي وایم، الله د پوره صحت، اوږد عمر او د ساینس او ژباړې په برخه کې لا حوصله او توفیق ورکړي.

انجنير عبدالباقي سلطاني

لړلیک

سرلیک	مخګڼه

1) د مطلقه قیمت تعریف..1

2) د مطلق قیمت ځانګړنې او قوانین..3

3) د هغه الجبري عبارتونو د علامو ټاکل چې مجهول لرونکی مطلقه قیمت ولري........................6

4) مطلقه قیمت لرونکې معادلې..6

1−4) د مطلق قیمت د قوانینو په مرسته د مطلق قیمت لرونکو معادلو حل............6

2−4) د علامې د ټاکلو په ذریعه د مطلقه قیمت معادلو حل........................8

3−4) د $f|x|=g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکې معادلې حل........................8

4−4) د $|f(x)|=g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت معادلو حل........................9

5−4) د $h(|f(x)|)=g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت معادلو حل........................9

5) مطلقه قیمت لرونکي نامساوات..10

1−5) د مطلقه قیمت د قوانینو په مرسته د مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل..........10

2−5) د علامې ټاکلو په مرسته د مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................11

3−5) د $\begin{cases}|f(x)|\le g(x)\\|f(x)|<g(x)\\|f(x)|\ge g(x)\\|f(x)|>g(x)\end{cases}$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................12

4−5) د $\begin{cases}|f(x)|\le |g(x)|\\|f(x)|<|g(x)|\\|f(x)|\ge |g(x)|\\|f(x)|>|g(x)|\end{cases}$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................13

5−5) د $f(|x|)<g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................13

6−5) د $|f(|x|)|<g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................14

7−5) د $|f(|x|)|>g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................14

8−5) د $h(x,|f(x)|)<g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................15

9−5) د دوه مجهوله مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل........................15

6) د مطلقه قیمت لرونکو توابعو ګراف..16

1−6) په عمومي حالاتو کې د مطلقه قیمت لرونکو توابعو د ګراف څېړل........................16

2−6) په ځانګړو حالاتو کې د مطلقه قیمت لرونکو توابعو د ګراف څېړل........................17

1−2−6) د $y=|f(x)|$ ته ورته تابع د ګراف څېړنه........................17

6−2−2) د $y = f(|x|)$ ته ورته تابع د گراف څېړل..........................17
6−2−3) د $y=|x-a|$ ته ورته تابع د گراف څېړل..........................18
6−2−4) د $y=|ax+b|$ ته ورته تابع گانو د گراف څېړنه....................18
6−2−5) د $y=|x-a|+|x-b|$ ته ورته تابع د گراف څېړل.................19
6−2−6) د $y=|x-a|-|x-b|$ ته ورته تابع د گراف څېړل.................21
6−2−7) د $y=|x^2-a|+|x^2-b|$ $(0<a<b)$ ته ورته تابع د گراف څېړل.23
6−2−8) د $(a,b>0)$; $\begin{cases} y=|x^2+a|+|x^2-b| \\ y=|x^2-a|+|x^2+b| \end{cases}$ ته ورته تابع د گراف څېړل.25
6−2−9) د $y=|x^2-a|-|x^2-b|$ او $(0<a<b)$ ته ورته تابع د گراف څېړنه...26
7) د مطلق قیمت د رابطو گراف...27
7−1) د $|x-a|\le k$ ته ورته رابطو د گراف څېړل..........................27
7−2) د $|y-b|\le k$ ته ورته رابطو د گراف څېړل..........................27
7−3) د $|y|=f(x)$ ته ورته رابطې د گراف رسمول..........................28
7−4) د $|x-a|+|y-b|=k>0$ ته ورته رابطو د گراف څېړو..................28
7−5) د $|x-a|-|y-b|=k>0$ رابطې د گراف څېړل..........................29
7−6) د $|y-b|-|x-a|=k>0$ ته ورته رابطې د گراف څېړل.....................29
7−7) د $|ax+b|+|cx+d|=k>0$ ته ورته رابطې د گراف څېړل..................30
7−8) د $|ax+by+c|=k$ ته ورته رابطو د گراف څېړل..........................30

1. د مطلقه قیمت تعریف

د مطلقهه قیمت په دې معنی دی چې یوازې به د مثبت اعدادو سره مخ وو، په حقیقت کې د هر عدد(ولو منفي وي یا مثبت) مطلقه قیمت یې مثبت دی. $|x|$ یعنی چه؟

کله چې x منفي نه وي، د $|x|$ قیمت د x له قیمت سره هیڅ توپیر نلري، خو د x په منفي حالت کې، د x مطلقه قیمت د x له قیمت سره مساوي نه بلکې د x له معکوس (جمعي معکوس) سره مساوي دی، یعنې:

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

مثال) د لاندې هرې افادې پایله له مطلقه قیمت پرته ولیکئ.

1) $\left|\sqrt{2}-1\right|$ 2) $\left|2-\sqrt{5}\right|$ 3) $\left|1-\sin x\right|$

4) $\left|1-\tan x\right|,\ 0 \leq x \leq 2\pi$ 5) $\left|\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}\right|$ 6) $\left|x+2\right|-2$

7) $\left|x+2\right|+\left|x-2\right|$ 8) $\left|\sqrt[5]{4}-\sqrt[5]{3}-\sqrt[5]{2}+1\right|$ 9) $\left|\left|x-2\right|+x\right|$

10**مثال)** که x او y د یوه بل معکوس وي، د $x|y|+y|x|$ حاصل ترلاسه کړئ.

11**مثال)** کوم یو $|x-2|$ یا $|x+2|$ ستر دی؟

مثال) لاندې مساوات ثبوت کړئ.

12) $\sqrt{a^2+1+2\sqrt{a^2}} = 1-a \qquad ; a<0$

13) $\left(\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}\right)\left(\dfrac{a-b}{|a-b|}+\dfrac{ab}{|ab|}\right)=0$ (b,a مختلف العلامه دِ)

14) $$\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}}-\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} = \begin{cases} 2\sqrt{x-1} & ; 1 \leq x \leq 5 \\ 4 & ; x>5 \end{cases}$$

15) $\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x} = 2\cos\dfrac{x}{2} \quad ; 0<x<\dfrac{\pi}{2}$

16) $\dfrac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}}+\dfrac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} = \dfrac{2}{2-x} \quad ; 1<x<2$

17) $$\frac{x\sqrt{\dfrac{x^4-2x^2+1}{4x^2}+1}}{x^2+1} = \begin{cases} \dfrac{1}{2} & ; x>0 \\ -\dfrac{1}{2} & : x<0 \end{cases}$$

18) $\sqrt{x^2-4\sqrt{x^2}+4}+\sqrt{x^2+4\sqrt{x^2}+4} = 4 \quad ; \quad -2<x<0$

19) $\sqrt{a^2-4a+4}+\sqrt{a^2+6a+9} = 2a+1 \ ; a \geq 2$

20) $\left|x-2\sqrt{2}\right|+\left|x+2\sqrt{2}\right|=4\sqrt{2}\ ;\ x^2<8$

21) $\left(\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}-\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}-\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right)$

$$=\begin{cases}4 & ;x\in\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(2k\pi+\pi,2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)\\ -4 & ;\ x\in\left(2k\pi+\frac{\pi}{2}\ ,\ 2k\pi+\pi\right)\cup\left(2k\pi+\frac{3\pi}{2}\ ,\ 2k\pi+2\pi\right)\end{cases}$$

22) $\sqrt{8m+2\sqrt{16m^2-n^2}}-\sqrt{8m-2\sqrt{16m^2-n^2}}=\begin{cases}2\sqrt{4m+n}\ ;\ -4m\le n\le 0\\ 2\sqrt{4m-n}\ ;0\le n\le 4m\end{cases}$

23) $\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 4x}}=\begin{cases}2\cos x & ;\ \frac{-\pi}{4}\le x<\frac{\pi}{4}\\ 2\sin x & ;\ \frac{\pi}{4}\le x<\frac{3\pi}{4}\\ -2\cos x & ;\ \frac{3\pi}{4}\le x<\frac{5\pi}{4}\\ -2\sin x & ;\ \frac{5\pi}{4}\le x<\frac{7\pi}{4}\end{cases}\quad ;\ \left(\frac{-\pi}{4}\le x<\frac{7\pi}{4}\right)$

24) $\sqrt{\sin^2 x(1+\cot gx)+\cos^2 x(1+\tan x)}=\left|\sin x+\cos x\right|$

25) $\sqrt{(x-5)^6(x-3)^3}=\begin{cases}-(x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3} & ;\ x\le 5\\ (x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3} & ;\ x>5\end{cases}$

26) $\left(\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}+\sqrt[3]{ab}\right)^{\frac{1}{2}}-\frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=\begin{cases}0 & ;\quad a+b\ge 0\\ -2\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right) & ;\ a+b<0\end{cases}$

27) $\frac{\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-4x+4}}{\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-4x+4}}=\begin{cases}\frac{2}{x} & ;\ x\le -2\ \text{يا}\ \ x\ge 2\\ \frac{x}{2} & ;\ -2<x<2\end{cases}$

28) $\sqrt{a^2+a\sqrt{a}-\frac{13}{12}a-\frac{2}{3}\sqrt{a}+\frac{4}{9}}=\begin{cases}a+\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{3} & ;\ a>\frac{19-\sqrt{105}}{24}\\ \frac{2}{3}-a-\frac{1}{2}\sqrt{a} & ;0\le a\le\frac{19-\sqrt{105}}{24}\end{cases}$

29 **مثال**) په کوم شرط، $\sqrt{1-\sin 2x}=\sin x-\cos x$ مساوات سم دی؟

30 **مثال**) په کوم شرط $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}$ افاده له x څخه خپلواکه ده؟

31 **مثال)** د x ، کومو قیمتونو ته $|x+5|+|x-1|+2x$ افاده له x څخه خپلواکه ده؟

32 **مثال)** آیا $\sqrt[3]{x}=\sqrt[6]{x^2}$ مساوات تل صدق کوي؟

2. د مطلقه قیمت ځانګړنې او قوانین

$1)\ \forall x\in R\quad ;\ |x|=|-x|$

$2)\ \forall x,y\in R\ ;\ |x|=|y| <=> x=\pm y$

$3)\ if\ \ a>0\quad ;\ |x|=a <=> x=\pm a$

$4)\ if\ \ a>0\quad ;\ |x|\le a <=> -a\le x\le a$

$5)\ if\ \ a>0\quad ;\ |x|\ge a <=> \begin{cases} x\ge a \\ x\le -a \end{cases}$

$6)\ |xy|=|x||y|$

$7)\ \left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}$

$8)\ -|x|\le x\le |x|$

$9)\ |x+y|\le |x|+|y|\quad ;\quad |x+y+z+\cdots+t|\le |y|+|z|+\cdots+|t|$

اثبات

لومړۍ طریقه

$$\begin{cases} -|x|\le x\le |x| \\ -|y|\le y\le |y| \end{cases} \Big\rangle -(|x|+|y|)\le x+y\le (|x|+|y|) => |x+y|\le |x|+|y|$$

دویمه طریقه

$$|x+y|^2=x^2+y^2+2xy\le x^2+y^2+2|x||y|=(|x|+|y|)^2 => |x+y|^2\le (|x|+|y|)^2$$
$$=> |x+y|\le |x|+|y|$$

د مساواتو شرط دا دی چې $|xy|=xy$ وي، یعنې $xy\ge 0$ (x او y هم علامه دي)

$10)\ |x-y|\ge |x|-|y|$

اثبات

یادونه $|x+y|\le |x|+|y| => |x-y+y|\le |x-y|+|y|$
$$=> |x|\le |x-y|+|y|$$
$$=> |x-y|\ge |x|-|y|$$

کله چې x او y هم علامه وي $(x.y>0)$ او $|x|>|y|$، په هغه صورت کې:

$$|x-y|=|x|-|y|$$

کله چې x او y هم علامه وي $(x.y>0)$ او $|x|<|y|$، په هغه صورت کې:

$$|x-y|=|y|-|x|$$

کله چې x او y هم علامه نه وي ، يعنې مختلف العلامه وي $(x.y<0)$، په دې صورت کې:

$$|x-y|>|x|-|y|$$

11) $|x+y|\geq \left||x|-|y|\right|$

اثبات

$|x+y|\leq |x|+|y|$ (يادونه)

$$|x|=|(x+y)-y|\leq |x+y|+|-y|=|x+y|+|y| => |x|\leq |x+y|+|y|$$

$$=> |x+y|\geq |x|-|y| \qquad I)$$

$$|x+y|\geq |y|-|x| => |x+y|\geq -(|x|-|y|)$$

$$=> |x|-|y|\geq -|x+y| \qquad II)$$

$$(I),(II) => -|x+y|\leq |x|-|y|\leq |x+y| => \left||x|-|y|\right|\leq |x+y|$$

د مساواتو شرط د ټاکلو لپاره:

$$if\ \left||x|-|y|\right|=|x+y| => (|x|-|y|)^2=|x+y|^2$$

$$=> x^2+y^2-2|x||y|=x^2+y^2+2xy$$

$$=> -2|x||y|=2xy$$

$$=> |x||y|=-xy$$

$$=> |xy|=-xy$$

$$=> xy\leq 0$$

12) $|x|^2=\left|x^2\right|=x^2$

13) په مطلقه قيمت نامساواتو د مضاعف نامساواتو اړول

که $b\leq x\leq a$ مضاعف نامساوات فرض شوي وي، د a او b اعدادو اوسط يعنې $\frac{a+b}{2}$ د نامساواتو له دواړو خواوو کموو:

$$b-\frac{a+b}{2}\leq x-\frac{a+b}{2}\leq a-\frac{a+b}{2} => -\frac{a-b}{2}\leq x-\frac{a+b}{2}\leq \frac{a-b}{2}$$

$$=> \left|x-\frac{\mathrm{a+b}}{2}\right|<\frac{a-b}{2}$$

14) باید پام مو وي چې په عمومي حالت کې $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2$ له $\left(a^2\right)^{\frac{1}{2}}$ سره توپیر لري.

$$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

د a غیر منفي والی له افادې څخه ترلاسه کیږي.

$$\left(a^2\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a^2} = |a|$$

د a قیمت کېدلی شي هره علامه ولري او باید د مطلقه قیمت په توګه څرګند شي. په ټولیزه توګه دغه حالت، د هر جفت درجه لرونکې جذر لپاره سم دی:

$$\sqrt[2m]{a^{2m}} = |a|\ ;\ (m \in N)$$

15) $\left(|x|\right)^n = |x|^n$

16) $(-x)^{2n} = (x)^{2n} = |x|^{2n}$

17) $if\ \ (x)^{2n} = (y)^{2n} => |x| = |y|$

18) $if\ \ a \le x \le b \xrightarrow[b>0]{a<0} 0 \le |x| \le \max\{|a|$ یا $|b|\}$

مثلاً:

$$if\ -4 \le x \le 1 \xrightarrow[b>0]{a<0} 0 \le |x| \le \max\{|-4| \text{ یا } |1|\} => 0 \le |x| \le 4$$

$$if\ -1 \le x \le 4 \xrightarrow[b>0]{a<0} 0 \le |x| \le \max\{|-1| \text{ یا } |4|\} => 0 \le |x| \le 4$$

19) $if\ \ a \le x \le b \xrightarrow[b>0]{a<0} \min\{|a|$ یا $|b|\} \le |x| \le \max\{|a|$ یا $|b|\}$

مثلاً:

$$if\ -4 \le x \le -2 \xrightarrow[b>0]{a>0} \min\{|-4| \text{ یا } |-2|\} \le |x| \le \max < \{|-4| \text{ یا } |-2|\} => 2 \le |x| \le 4$$

20) $if\ \ a \le x \le b \xrightarrow[b>0]{a>0} a \le |x| \le b$

مثلاً:

$$if\ 1 \le x \le 4 => 1 \le |x| \le 4$$

21) $\forall x, y, z \in R; |x-y| \le |x-z| + |z-y|$ (مثلثي نامساوات)

اثبات

(یادونه) $|x| + |y| \ge |x+y|$

$$|x-z| + |z-y| \ge |x-z+z-y| = |x-y| => |x-z| + |z-y| \ge |x-y|$$

22) $-|x-y| \le |x| - |y| \le |x-y| => \left||x| - |y|\right| \le |x-y|$

23) که a او b دوه حقیقي اعداد وي، ددغه دوو اعدادو $\max$ او $\min$ په لاندې توګه دي:

$$\begin{cases} \max\{a,b\} = \dfrac{a+b}{2} + \dfrac{|a-b|}{2} \\ \min\{a,b\} = \dfrac{a+b}{2} + \dfrac{|a-b|}{2} \end{cases}$$

1(پایله $\begin{cases} \max\{a\,,0\} = \dfrac{a+|a|}{2} \\ \min\{a\,,0\} = \dfrac{a-|a|}{2} \end{cases}$

2 پایله) $\max\{a,b\} + \min\{a,b\} = a+b$

اثبات

لومړی حالت) $if \quad a > b \Rightarrow a-b > 0 \Rightarrow |a-b| = +(a-b)$

$$\left.\begin{cases} \max\{a,b\} = \dfrac{a+b}{2} + \dfrac{|a-b|}{2} = \dfrac{a+b}{2} + \dfrac{a-b}{2} = a \Rightarrow \max\{a,b\} = a \\ \min\{a,b\} = \dfrac{a+b}{2} - \dfrac{|a-b|}{2} = \dfrac{a+b}{2} - \dfrac{a-b}{2} = b \Rightarrow \min\{a,b\} = b \end{cases}\right\rangle \max\{a,b\} + \min\{a,b\} = a+b$$

دویم حالت) $if \quad a < b \Rightarrow a-b < 0 \Rightarrow |a-b| = -(a-b)$

$$\left.\begin{cases} \max\{a,b\} = \dfrac{a+b}{2} + \dfrac{|a-b|}{2} = \dfrac{a+b}{2} - \dfrac{a-b}{2} = b \Rightarrow \max\{a,b\} = b \\ \min\{a,b\} = \dfrac{a+b}{2} - \dfrac{|a-b|}{2} = \dfrac{a+b}{2} + \dfrac{a-b}{2} = a \Rightarrow \min\{a,b\} = a \end{cases}\right\rangle \max\{a,b\} + \min\{a,b\} = a+b$$

3. د هغه الجبري افادو د علامو ټاکل چې مجهول لرونکی مطلقه قیمت ولري

د مجهول مطلقه قیمت لرونکې الجبري افادو د علامې ټاکلو لپاره لومړی په جدول کې د هر مطلقه قیمت دننه افادې علامه ټاکو، وروسته له جدول څخه په هر ترلاسه شوي واټن کې، الجبري افاده ساده کوو او علامه یې ټاکو.

مثال) لاندې افادې وټاکئ.

33) $p = |2x+6| - |x-1|$ 34) $p = 2x + 2|x+2| - 4|x|$

4. مطلقه قیمت لرونکې معادلې

4−1) د مطلقه قیمت د قوانینو په مرسته د مطلقه قیمت لرونکو معادلو حل

که امکان ولري د مطلقه قیمت له ځینو قوانینو څخه د معادلو د حل لپاره کار اخلو.

مثال) لاندې معادلې حل کړئ.

35) $|x| = 7$ 36) $|-x| = 7$ 37) $|x| = -7$

38) $|x| = x$ 39) $|2x+1| = 5$ 40) $|2x-1| = |x+3|$

41) $\left|\frac{x-1}{x+1}\right| = \frac{1}{2}$ 42) $||x+a|+b| = c$ 43) $|x^2-9| = 9-x^2$

44) $|x^2-\pi^2| = \pi^2-x^2$ 45) $||x-5|-10| = 4$ 46) $5^{x+|x-2|} = 2$

47) $x^2+6 = 5|x|$ 48) $x^2+3|x| = 4$ 49) $x^2-4|x|+1 = 0$

50) $x^2+2|x|-1 = 0$ 51) $|x^2-x-6| = x+2$ 52) $|x^2+3x|+x^2-2 = 0$

53 مثال) $x^2-|x|-7=0$ معادله څو ځوابونه لري؟

مثال) لاندې معادلې څو ځوابونه لري؟

54) $\max\{x, 1-x\} = 1$

55) $\max\{-x, x-2\} = 1$

56) $\max\{2x, x-1\} + \min\{2x, x-1\} = 2$

57 مثال) د $y = \min\{x, |x|\}$ تابع ګراف د لاندې کومو تابع ګانو پر ګراف منطبق دی؟

1) $y=|x|$ 2) $y=x$ 3) $y=-x$ 4) $y=x-|x|$

58 مثال) که $x\in z$ وي، $x^2+|x^2-25| = 25$ معادله څو ځوابونه لري؟

59 مثال) $|x^2-3| = 1$ معادله څو ناطق ځوابونه لري؟

60 مثال) ثبوت کړئ چې د $|x-a| = b$ و $|x+b| = b$ معادلې جذرونه د يوه بل معکوس دي.

61 مثال) که $f(x) = x-1$ او $g(x) = 2x-3$ وي، $|f(x)+g(x)| = |f(x)|+|g(x)|$ معادله حل کړئ.

62 مثال) په $a^3+a^2|a+x|+|a^2x+1| = 1$ معادله کې د a ټول قیمتونه داسې ترلاسه کړئ چې د هر یوه لپاره یې معادله، لږ تر لږه څلور بیلابیل ځوابونه ولري او ټول صحیح اعداد وي.

63 مثال) د
$$\begin{cases}\left|x+\frac{1}{y}\right|+\left|\frac{10}{3}-x+y\right| = \frac{10}{3}+y+\frac{1}{y}\\ x^2+y^2 = \frac{82}{9}\end{cases}$$
سیستم ټول هغه ځوابونه چې له $x>0$ او $y<0$ شرط سره موافق وي، ترلاسه کړئ.

64 مثال)
$$\begin{cases}|x+y-4| = 5\\ |x-3|+|y-1| = 5\end{cases}$$
سیستم حل کړئ.

2 – 4) د علامې د ټاکلو په ذريعه د مطلقه قيمت معادلو حل

په عمومي حالت کې د مطلقه قيمت دننه افادو جذرونه ترلاسه کوو، د جدول په مرسته د افادو علامې ټاکو، په جدول کې د هر واټن لپاره د مطلقه قيمت علامه ځانګړې شوې او د شته واټنونو په ذريعه معادلې حل کوو.

مثال) لاندې معادلې حل کړئ:

65) $|x-2|=1-x$ 66) $|x+2|=1+x$

67) $|x|-x=2$ 68) $x^3+|x|=0$

69) $|x-2|=2x-10$ 70) $|2x-3|=|x+7|$

71) $|2x-3|-|x+1|=5x-10$ 72) $(|x+1|+1)(x-3)=2$

73) $\sqrt{(x^2-4)^2}+\sqrt{x^2}=2-2x$ 74) $|x+1|-|3-x|=x+1-|3-6x|$

75) $|3-2x|-|x+1|+|2-x|=|3-9x|+x-5$

76) $\dfrac{x+|x|}{2}+\dfrac{|x-|x||}{2}=1$ 77) $\dfrac{|x-1|}{x+1}+\dfrac{|x+1|}{x-1}+\dfrac{13}{6}=0$

78) $|x^2-3x+2|=|x-1|$ 79) $|x^3-4x|=2-x$

80) $|x^3-9x|=|x+3|$

81) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2 \quad , \quad x\in[1,+\infty)$

82) $\left|\dfrac{x-2}{x-3}\right|=\dfrac{2-x}{x-3}$

83 **مثال)** که $f(x)=x^2-4$, $g(x)=x-1$ وي، $|f(x)+g(x)|=|f(x)|+g(x)$ معادله حل کړئ.

3 – 4) د $f|x|=g(x)$ ته ورته مطلقهه قيمت لرونکې معادلې حل

د $f(|x|)=g(x)$ معادلې د حل لپاره چې $f(x)$ او $g(x)$ د x له تابع ګانو څخه دي، لرو چې:

I) $f(x)=g(x)$ معادله په $x\ge 0$ ، سيټ کې حلوو.

II) $f(-x)=g(x)$ معادله په $x<0$ سيټ کې حلوو.

III) د ځواب د دوو سيټونو اتحاد، د معادلې د ځوابونو سيټ دی.

په بله ژبه $f(|x|)=g(x)$ معادله د لاندې سيستم له سيټونو سره معادل ده:

$$\begin{cases} f(x)=g(x) \\ x\ge 0 \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} f(-x)=g(x) \\ x<0 \end{cases}$$

مثال) لاندې معادلې حل کړئ.

84) $x^2-5|x|+6=0$ 85) $|x|=x^2+x-2$

4-4) د $|f(x)| = g(x)$ تەورتە مطلقە قیمت معادلو حل

لومړۍ طريقه

$|f(x)| = g(x)$ معادله د لاندې دوو سيستمونو له سيټ سره معادل ده:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} -f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$$

دويمه طريقه

$|f(x)| = g(x)$ معادله د لاندې دوو سيستمونو له سيټ سره معادل ده:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} -f(x) = g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

يادونه

که په $|f(x)| = g(x)$ معادله کې $f(x)$ تابع له $g(x)$ تابع څخه ساده وي، لومړۍ طريقه مناسبه ده.

که $g(x)$ تابع له $f(x)$ تابع څخه ساده وي، دويمه طريقه مناسبه ده.

مثال) لاندې معادلې حل کړئ.

86) $\left|\dfrac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7}\right| = 1$

87) $\left|\dfrac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 12x + 32}\right| = \dfrac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 12x + 32}$

88 **مثال)** د $1 - x = \left|2|x^2 + 2x - 5| = x - 1\right|$ معادلې ټول هغه جذرونه چې له $x < \sqrt{2}$ شرط سره موافق وي ترلاسه کړئ.

4-5) د $h(|f(x)|) = g(x)$ تەورتە مطلقە قیمت معادلو حل

$h(|f(x)|) = g(x)$ معادله چې، g, f, h يکې تابع دي، د لاندې دوو سيستمونو له سيټونو سره معادل ده:

$$\begin{cases} h(f(x)) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} h(-f(x)) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$$

مثال) لاندې معادلې حل کړئ.

89) $\dfrac{1 - 2x}{3 - |x - 1|} = 1$

90) $|x - |4 - x|| - 2x = 4$

5. مطلقه قیمت لرونکي نامساوات

5 – 1) د مطلقه قیمت د قوانینو په مرسته د مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل

ځینې مطلقه قیمت لرونکي نامساوات کولی شو د مطلقه قیمت قوانینو په مرسته حل کړو.

مثال) لاندې نامساوات د مطلقه قیمت د قوانینو او ځانګړنو په مرسته حل کړئ.

91) $|2x-1| \le 7$

92) $|5x-1| \le 7$

93) $|2x+1| - \frac{3}{2} \le 0$

94) $\left|\frac{x+2}{x-2}\right| \le 1$

95) $\left|\frac{5}{9}(x-32)\right| < 31$

96) $\big||x-1|-2\big| \le 0$

97) $|x-3| > 4$

98) $|x-2| > 5$

99) $|x-a| > -3$

100) $\frac{2}{|x+2|} \le 1$

101) $\big||x-2|-3\big| < 4$

102) $\big||x-3|+1\big| \ge 2$

103) $1 < |x-1| < 6$

104) $|x-1| < |x-3|$

105) $\frac{2|x|+2}{3|x|+1} > 1$

106) $\sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2} + 1} \le 1$

107) $(|x|-1)(|x|-3) < 0$

108) $|x^2 - 5x| > 6$

109) $x^2 - 3|x| + 2 < 0$

110) $|x|(x^2 - 3x + 2) \le 0$

111) $(1-x)^2 - \sqrt{(1-x)^2} - 2 < 0$

112) $(|2x|-4)(|x|+3) > 0$

113) $|x^2 - 5x - 4| < 10$

مثال) د لاندې نامساواتو سیستم حل کړئ.

114) $\begin{cases} |2x-3| \le 3 \\ \frac{1}{x} < 1 \end{cases}$,

115) $\begin{cases} |x-1| < 2 \\ 2x + |x-1| > 5 \end{cases}$

مثال) لاندې مضاعف نامساوات په مطلقه قیمت نامساواتو واړوئ.

116) $-11 \le x \le 5$

117) $-3 \le x \le 4$

مثال) لاندې نامساوات د مضاعف نامساواتو په ذریعه حل کړئ.

118) $-14 \le x^2 - 5x \le -4$

119) $-1 < \frac{2x^2 + x + 1}{2x-1} < 2$

120) $x < \frac{4x-3}{x} < x+2$

121) $3x - 5 < \frac{1}{x+1} < x-1$

122**مثال)** ثبوت کړئ چې د k صحيح او غير منفي قيمتونو ته $|\sin kx| \le k|\sin x|$ نامساوات صدق کوي.

123**مثال)** ثبوت کړئ:

که د هر $x \in [-1,1]$ لپاره $|ax^2+bx+c| \le h$ نامساوات صدق وکړي، په هغه صورت کې:

$|a|+|b|+|c| \le 4h$

124**مثال)** ثبوت کړئ چې $|x-1|+|x-2| \ge 1$ دی.

125**مثال)** د $a>0$ ټولو قيمتونو ته $|x^2-5x+4|<a$ نامساوات حل کړئ.

$2-5)$ د علامې ټاکلو په مرسته د مطلقه قيمت لرونکو نامساواتو حل

تر هرڅه دمخه د هر مطلقه قيمت دننه افادې علامه په جدول کې ټاکو، داسې چې دغه جدول حقيقي اعداد په داسې واټنونو وويشي چې پولې يې د مطلقه قيمت دننه افادې جذرونه وي. په حقيقت کې په هر دغه شان واټن کې د مطلقه قيمت دننه افاده مثبت يا منفي علامه لري، په دې اساس کولی شو نامساوات د جدول په هر واټن کې د مطلقه قيمت له سمبول پرته وليکو، وروسته د جدول په هر ترلاسه شوي واټن کې نامساوات حل کوو او په هر حالت کې د ځواب ترلاسه شوی سيټ د نامساواتو د ځوابونو او فرض شوي شرط له يو ځای کېدو څخه ترلاسه کوو.

مثال) لاندې نامساوات حل کړئ.

$126)\ |x-5|<x+8$

$127)\ |x-2|<2x-10$

$128)\ 0<|x|+2x<2$

$129)\ |x+2|>|x|$

$130)\ |2x+4|+|x-3| \ge 7$

$131)\ |x-2|>2+x-|3-x|$

$132)\ |2x+1|-|2-x|>5x-1$

$133)\ |x+1|+|x-1|>2x-5$

$134)\ |2x-3|>|x|-1$

$135)\ \big||x-3|+x\big|<1$

$136)\ \big||x+2|-|x-3|+4\big|<5$

$137)\ (|x-1|-2)(|x-1|-4) \le 0$

$138)\ |7-2x|<|3x-7|+|x-2|$

$139)\ |x-1|-|x-2|<|x-3|+x$

$140)\ \left|\dfrac{x+2}{x-2}\right|>\dfrac{1}{|x|}$

$141)\ |x^2-2x|+3<0$

$142)\ |x^3-x|<x-1$

$143)\ \dfrac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|} \ge 1$

$144)\ \left|\dfrac{x^2-x}{x^2-2x-35}\right|<1$

$145)\ \begin{cases} |x-1|>2x-5 \\ |3x+1|<x+1 \end{cases}$

$146)\left(\frac{x+|x|}{2}\right)^2+\left(\frac{x-|x|}{2}\right)^2\le 4$ $147)|x-3|\left(x^2-4\right)\le 0$

د $(5-3$ $\begin{cases}|f(x)|\le g(x)\\|f(x)|<g(x)\\|f(x)|\ge g(x)\\|f(x)|>g(x)\end{cases}$ **ته ورته مطلقه قيمت لرونکو نامساواتو حل**

ددغه شان معادلو د حل لپاره له عمومي قاعدو کار اخلو:

$|f(x)|\le g(x)=>-g(x)\le f(x)\le g(x)$

$|f(x)|<g(x)=>-g(x)<f(x)<g(x)$

$|f(x)|\ge g(x)=>\begin{cases}f(x)\ge g(x)\\f(x)\le -g(x)\end{cases}$

$|f(x)|>g(x)=>\begin{cases}f(x)>g(x)\\f(x)<-g(x)\end{cases}$

يادونه

که $g(x)$ منفي حقيقي عدد وي د $|f(x)|\le g(x)$, $|f(x)|<g(x)$ نامساواتو د ځواب سيټ يو خالي سيټ دی.

که $g(x)$ منفي حقيقي عدد وي، د $|f(x)|\ge g(x)$ او $|f(x)|>g(x)$، نامساواتو د ځواب سيټ $R=(-\infty,+\infty)$ دی.

مثال) لاندې نامساوات حل کړئ.

$148)|x-2|<\frac{x}{2}$ $149)\ 2|2x-1|+x<3$

$150)|x+2|<x^2$ $151)\ 2+\sqrt{(5x-7)^2}\ge x-9$

$152)(|x|-3)(|x|+7)<0$ $153)\left|x^2-2x-3\right|<3x-3$

$154)\left|1-x^2\right|\le(1+x)^2$ $155)\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|$

$156)\left|x^3-x\right|\ge 1-x$ $157)\left|x^3-1\right|\le x^2+x+1$

158**مثال)** a پارامتر داسې وټاکئ چې $3-|x-a|>x^2$ نامساوات لږ تر لږه د x لپاره يو منفي ځواب ولري.

د $\begin{cases}|f(x)|\le|g(x)|\\|f(x)|<|g(x)|\\|f(x)|\ge|g(x)|\\|f(x)|>|g(x)|\end{cases}$ **ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل** (5−4

ددغه شان معادلو د حل لپاره، له عمومي قاعدو کار اخلو:

$$|f(x)|\le|g(x)| \Rightarrow -g(x)\le f(x)\le g(x)$$

$$|f(x)|<|g(x)| \Rightarrow -g(x)< f(x)< g(x)$$

$$|f(x)|\ge|g(x)| \Rightarrow \begin{cases}f(x)\ge g(x)\\ f(x)\le -g(x)\end{cases}$$

$$|f(x)|>|g(x)| \Rightarrow \begin{cases}f(x)> g(x)\\ f(x)< -g(x)\end{cases}$$

یادونه

د $|f(x)|\ge|g(x)|$ نامساوي په ځینو برخو کې شه ده له $f^2(x)\ge g^2(x)$ معادل څخه یې دغه نامساوات حل کړو.

مثال) لاندې نامساوات حل کړئ.

159) $|2x+1|\le|x+3|$

160) $|1-x|\ge|2x-5|$

161) $||x-3|+x|\le|x+1|$

162) $\dfrac{2}{|x-2|}>\left|\dfrac{-3}{2x-1}\right|$

163) $\left|\dfrac{2x-1}{x+1}\right|>1$

د $f(|x|)<g(x)$ **ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل** (5−5

$f(|x|)<g(x)$ نامساوات د لاندې دوو سیستمونو له سیټ سره معادل دی:

$$f(|x|)<g(x) \Rightarrow \begin{cases}\begin{cases}f(x)<g(x)\\ x\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f(-x)<g(x)\\ x<0\end{cases}\end{cases}$$

مثال) لاندې نامساوات حل کړئ.

164) $x^2-2|x|<3$

165) $|x|<-x^2+x+6$

$(5-6$ د $|f(|x|)| < g(x)$ ته ورته مطلقه قيمت لرونکو نامساواتو حل

په لاندې دوو طريقو کولی شو $|f(|x|)| < g(x)$ نامساوات حل کړو:

لومړۍ طريقه: $|f(|x|)| < g(x)$ نامساوات د لاندې دوو سيستمونو له سيټ سره معادل دی:

$$|f(|x|)| < g(x) \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} |f(x)| < g(x) \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} |f(-x)| < g(x) \\ x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

دويمه طريقه: $|f(|x|)| < g(x)$ نامساوات د لاندې دوو سيستمونو له سيټ سره مساوي دی:

$$|f(|x|)| < g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(|x|) < g(x) \\ f(|x|) > -g(x) \end{cases}$$

يادونه

د حل لارې ټاکل د معادلې په نوعيت او د f او g تابع ګانو په پېچلتيا پورې اړه لري.

166مثال) $||x|-1| < 1-x$ نامساوات حل کړئ.

$(5-7$ د $|f(|x|)| > g(x)$ ته ورته مطلقه قيمت لرونکو نامساواتو حل

په لاندې دوو طريقو کولی شو $|f(|x|)| > g(x)$ نامساوات حل کړو:

لومړۍ طريقه

$|f(|x|)| > g(x)$ نامساوات دلاندې دوو سيستمونو له سيټ سره معادل دی:

$$|f(|x|)| > g(x) \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} |f(x)| > g(x) \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} |f(-x)| > g(x) \\ x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

دويمه طريقه

$|f(|x|)| > g(x)$ نامساوات د لاندې دوو سيستمونو له سيټ سره معادل دی:

$$|f(|x|)| > g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(|x|) > g(x) \\ f(|x|) < -g(x) \end{cases}$$

يادونه

د حل لارې ټاکل د معادلې په نوعيت او د f او g تابع ګانو په پېچلتيا پورې اړوند ده.

167**مثال)** $\left|1-\frac{|x|}{1+|x|}\right| \geq \frac{1}{2}$ نامساوات حل کړئ.

8−5) د $h(x,|f(x)|) < g(x)$ ته ورته مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل

$h(x,|f(x)|) < g(x)$ نامساوات د لاندې دوو سیستمونو له سیټ سره معادل دی:

$$h(x,|f(x)|) < g(x) => \left[\begin{array}{l} \begin{cases} h(x, f(x)) < g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} h(x,-f(x)) < g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

168**مثال)** $\frac{|x-3|}{x^2-5x+6}$ نامساوات حل کړئ.

9−5) د دوه مجهوله مطلقه قیمت لرونکو نامساواتو حل

د دوه مجهوله نامساواتو حل یعنې، د ټولو هغه مرتبو جوړو ترلاسه کول چې په یو ډول نه یو ډول په نامساواتو کې له وضع کولو سره، صحیح عددي نامساوات ترلاسه کړي.

169**مثال)** $-|y|+x-\sqrt{x^2+y^2-1} \geq 1$ نامساوات حل کړئ.

170**مثال)** د مختصاتو د قایم محور د صفحې پرمخ د نقطو هغه سیټ ترلاسه کړئ چې x او y په $\log_{\cos x}(|y|-2) > 0$ نامساوات کې صدق وکړي.

171**مثال)** د مختصاتو د محور پرمخ د هغه هندسي شکل نقطې ترلاسه کړئ چې مختصات یې په $y > |x^2-x|$ نامساواتو کې صدق وکړي.

172**مثال)** د هغه شکل مساحت ترلاسه کړئ چې د مختصاتو په محور کې، د $|x|+|y-1|$ نامساواتو په ذریعه مشخص شي.

173**مثال)** د هغه شکل مساحت ترلاسه کړئ چې د مختصاتو محور پرمخ په لاندې شرطونو مشخص شوی وي:

$$\begin{cases} \left||x-y|-|y-1|\right| = x-2y+1 \\ (x-1)^2+(y-1)^2 < 1 \end{cases}$$

6. د مطلقه قيمت لرونکو توابعو ګراف

6 – 1) په عمومي حالاتو کې د مطلقه قيمت لرونکو توابعو د ګراف څېړل

په عمومي حالت کې د مطلقه قيمت لرونکي تابع ګانو د ګراف رسمولو لپاره بايد د مطلقه قيمت لانـدې هرې يوې افادې علامه وټاکو او د تابع ګراف په بيلابيلو واټنونو کې د منځته راغلو علامو څخه رسم کړو.

مثال) لاندې مطلقه قيمت لرونکې توابع رسموو.

174) $y=|x|+x+1$

175) $y=|x|+|x-2|$

176) $y=|x+1|-|3-2x|-x+4$

177) $y=x+|x-1|+|x-2|$

178) $y=\dfrac{|x^2-1|}{x-1}$

179) $y=x^2|x|$

180) $y=-x^2|x|$

181) $y=\dfrac{1}{|x|}+2$

182) $y=|x^2-2x|+2x-1$

183) $y=\dfrac{|x|}{x}$

184) $y=x^2|x|-3x^2$

185) $y=\dfrac{x}{x-1}$

186) $y=\dfrac{x}{|x-1|}$

187) $y=\dfrac{|x^2-1|}{x}$

188) $y=\dfrac{|x|}{x^2-1}$

189) $y=|x|+\dfrac{1}{x}$

190) $y=\dfrac{x^2+1}{x\sqrt{\left(\dfrac{x^2-1}{2x}\right)^2+1}}$

191) $y=\dfrac{2x}{\sqrt{1-\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}}$

192) $y=\dfrac{\sqrt{x(x-2)^2}}{x-2}$

193) $y=\left(\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\right)^2$

194) $y=\dfrac{\sqrt{\dfrac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\dfrac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\dfrac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\dfrac{1+x^2}{2x}-1}}$

195) $y=\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}-\sqrt{\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right)\left(\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}}-\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right)$

196) $y=\dfrac{x^3-x^2}{2|x-1|}$

197) $y=\sqrt{2(x+|x-2|)}$

198) $y=|\sin x|+\sin|x|$

199) $y=\big||x-1|-x\big|$

200) $y=x(1-|x|)$

201) $y=\dfrac{x^2}{|x|}$

202) $y=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x+2)^2}+4 \quad ; \quad -1\le x\le 1$

6 – 2) په ځانګړو حالاتو کې د مطلقه قیمت لرونکو توابعو د ګراف څېړل

6 – 2 – 1) د $y=|f(x)|$ ته ورته تابع د ګراف څېړنه

د $y=|f(x)|$، منحني د رسمولو لپاره $y=f(x)$ منحني رسموو، ددغه منحني د هغه برخې متناظر چې د x محور ترلاندې موقعیت لري، د x محور په پرتله ترلاسه کوو.

مثال) د لاندې تابع ګراف رسم کړئ.

203) $y=|x|$

204) $y=|x^2-1|$

205) $y=|\sin x|$

206) $y=|\cos x|$

207) $y=\big|x^2-2|x|\big|$

6–2–2) د $y=f(|x|)$ ته ورته تابع د ګراف څېړل

لومړی حالت

که $f(x)$ جفت تابع وي، د $y=f(|x|)$ او $y=f(x)$ تابع ګانو ګراف پر یوه بل منطبق دی.

دویم حالت

که $f(x)$ تاق تابع وي، باید د $y=f(x)$ منحني د هغه برخې متناظر چې په $x<0$ کې موقعیت لري نظر x محور ته رسم کړو.

درېیم حالت

که $f(x)$ نه جفت وي نه تاق د $y=f(|x|)$ ګراف د $y=f(x)$ له ګراف سره په $x>0$ برخه کې منطبق دی او په $x<0$ کې نظر y محور ته د $y=f(x)$ ګراف د $x>0$ برخې متناظر دی.

(یادونه) $|x|=\begin{cases}x & ; \quad x\ge 0\\ -x & ; \quad x<0\end{cases} \quad f(|x|)\begin{cases}f(x) & ; \quad x\ge 0\\ f(-x) & ; \quad x<0\end{cases}$

مثال) د لاندې تابع ګانو ګراف رسموو:

208) $y=|x|^2-1$

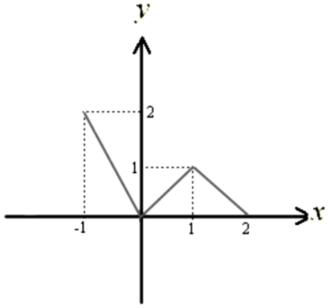
209) $y=-|x|^3+3|x|$

210) $y=|x|^2-|x|-2$

211) $y=\sin|x| \quad ; \quad -2\pi\le x\le 2\pi$

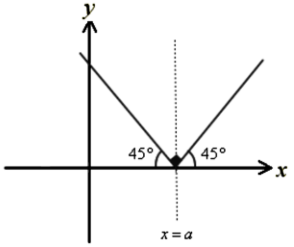
212) $y=\cos|x| \quad ; \quad -2\pi \le x \le 2\pi$ 213) $y=x^2-|x|$

214 مثال) که د $y=f(x)$ ته ورته تابع گراف په لاندې توگه وي د $y=f(|x|)$ تابع گراف رسم کړئ.



3−2−6) د $y=|x-a|$ ته ورته تابع د گراف څېړل

ددغه تابع گراف هغه دوه نيم خطونه دي چې د زاويې ضريب يې ± 1 وي. نو گراف يې يوه قايمه زاويه ده چې راس يې د x محور پرمخ په $x=a$ طول لرونکې نقطه پروت دی او $x=a$ خط د يادې تابع د تناظر محور دی.



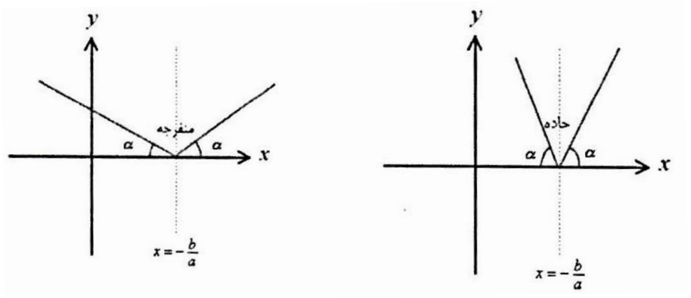
4−2−6) د $y=|ax+b|$ ته ورته تابع گانو د گراف څېړنه

ددغه تابع گراف هغه دوه نيم خطونه دي چې د زاويې ضريب يې $\pm a$ وي.

الف) که $|a|<1$ وي، گراف يې منفرجه زاويه ده.

ب) که $|a|>1$ وي، گراف يې حاده زاويه ده.

دغه زاويه د x محور پرمخ په $x=-\dfrac{b}{a}$ نقطه کې ځای لري او $x=\dfrac{-b}{a}$ خط ددغه تابع د تناظر محور دی.

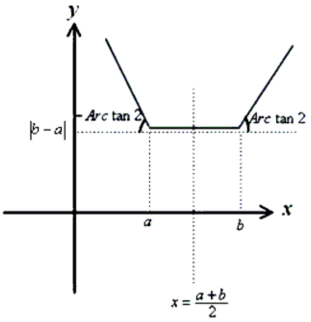


5-2-6) د $y=|x-a|+|x-b|$ ته ورته تابع د گراف څېړل

ددغه تابع گراف یو قطعه خط او دوه نیم خطونه دي چې د زاویې ضریب یې ± 2 وي.

د x محور پرمخ له a او b نقطو څخه په $|b-a|$ اندازه پورته ځو او گراف رسموو.

د تناظر محور $x=\dfrac{a+b}{2}$ دی.

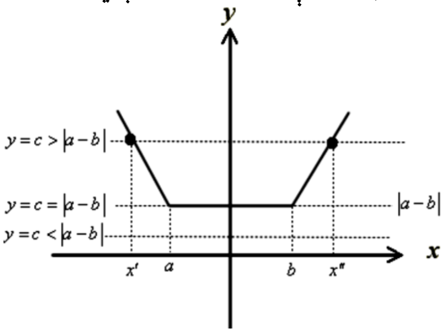


$R_f=[b-a,+\infty)$

یادونه – د $|x-a|+|x-b|=c$ معادلې حل او بحث

لومړی حالت: که $c>0$ وي

پوهېږو چې د پاسنۍ تابع د حل موخه د دوو $\begin{cases} y=|x-a|+|x-b| \\ y=c \end{cases}$ منحني گانو د تقاطع نقطې ترلاسه کول دي، د پاسنۍ تابع گراف په لاندې توگه ترلاسه کیږي:



(یادونه $\forall x,y\in R\ ,\ |x+y|\le|x|+|y|$

$|x-a|+|x-b|=|x-a|+|b-x|\ge|b-a|=|a-b|$

په پایله کې $\min(y)$ مساوي دی له $|a-b|$ سره، نو اړینه ده چې دوه $\begin{cases} y=|a-b| \\ y=c \end{cases}$ خطونه له یوه بل سره پرتله کړو:

$1)\ if\ |a-b|>c$

$y=c$ خط د $y=|x-a|+|x-b|$ تابع گراف نه قطع کوي، په دې اساس معادله ځواب نلري.

2) $if\ |a-b|=c$

$y=c$ خط د $y=|x-a|+|x-b|$ تابع ګراف په بې نهايت نقطو کې قطع کوي، په دې اساس معادله بې شمېره ځوابونه لري.

که $a<b$ وي، دغه ځوابونه په $[a,b]$ واټن کې دي او په دې واټن کې معادله په مطابقت اوړي.

3) $if\ \ |a-b|<c$

$y=c$ خط د $y=|x-a|+|x-b|$ تابع ګراف په دوو نقطو کې قطع کوي، په دې اساس معادله دوه ځوابونه لري دغه ځوابونه په $(-\infty,a)\cup(b,+\infty)$ واټن کې دي.

د دوو جذرونو ترمنځ رابطه په لاندې توګه ده:

$$\begin{cases} x'+x''=a+b \\ |x'-x''|=c \end{cases}$$

$$D=\left\{\frac{a+b+c}{2},\frac{a+b-c}{2}\right\}$$

دويم حالت: که $c=0$ وي

معادله دوه جذرونه لري چې په لاندې توګه محاسبه کيږي:

$$|x-a|+|x-b|=0 \Rightarrow \begin{cases} x-a=0 \Rightarrow x=a \\ x-b=0 \Rightarrow x=b \end{cases}$$

درېيم حالت: که $c<0$ وي

معادله ناممکن ده، ځکه د معادلې ښۍ خوا تل مثبت او د معادلې کين لور تل منفي دی.

مثال) لاندې معادلې څو ځوابونه لري؟

215) $|x-1|+|x-3|=1$

216) $|x-3|+|x+1|=7$

217) $|x|+|x-2|=2$

218) $2|x-6|+|2x+1|=1$

219) $|x-10|+|x-5|=5$

220 **مثال)** که د $\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=k^2$ معادلې يو ځواب مساوي په 5 وي، بل ځواب يې مساوي په څو دی؟

221 **مثال)** که x' او x'' د $|x-a|+|x+a|=k$ معادلې جذرونه وي، د x' او x'' ترمنځ کومه رابطه پرته ده؟

222 **مثال)** که د $|x-a|+|x-3b|=k^2$ معادلې يو ځواب مساوي په $7a$ وی، بل ځواب يې مساوي په څو دي؟

223 **مثال)** که د $|x-a|+|x-3a|=k^2$ معادلې يو ځواب مساوي په $7a$ وی، بل ځواب يې مساوي په څو دي؟

یادونه1

د $|x-a|+|x-b|<c$ نامساواتو د ځوابونو د شمېر ټاکلو لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

د دوو $y=c$ او $y=|x-a|+|x-b|$ تابع ګانو د ګراف په پام کې نیولو سره:

که $c\le|a-b|$ وي نامساوات ځواب نلري.

که $c>|a-b|$ وي په دې صورت کې هغه x چې د هغه لپاره د لاندې تابع ګراف $y=c$ خط وي، د نامساواتو ځواب ګڼل کیږي.

په دې حالت کې د تقاطع نقطه له $[a,b]$ څخه بهر ده، نو ځکه د تقاطع نقطه مساوي ده په:

$$\begin{cases} x-a+x-b=c \Rightarrow x=\dfrac{a+b+c}{2} \\ a-x+b-x=c \Rightarrow x=\dfrac{a+b-c}{2} \end{cases} \Bigg\rangle D=\left(\frac{a+b-c}{2},\frac{a+b+c}{2}\right)$$

224 **مثال)** $|x-1|+|x+5|<8$ نامساوات حل کړئ.

225 **مثال)** د $|x-a|+|x+a|<b$ نامساواتو ځواب مشروط په $(a\neq 0)$ او $b>2|a|$ کوم واټن دی؟

یادونه 2

په هغه حالت کې چې $|x-a|+|x-b|$ وي د نامساواتو ځواب لاندې واټن دی.

$$D=\left(-\infty,\frac{a+b-c}{2}\right)\cup\left(\frac{a+b+c}{2},+\infty\right)$$

226 **مثال)** $|x-2|+|x-3|>5$ نامساوات څو ځوابونه لري؟

227 **مثال)** $|x-1|+|x+2|>4$ نامساوات څو ځوابونه لري؟

228 **مثال)** که چېرې $A=|x-1|+|x-2|$ ولرو، له لاندې نامساواتو څخه کوم یو یې صدق کوي؟

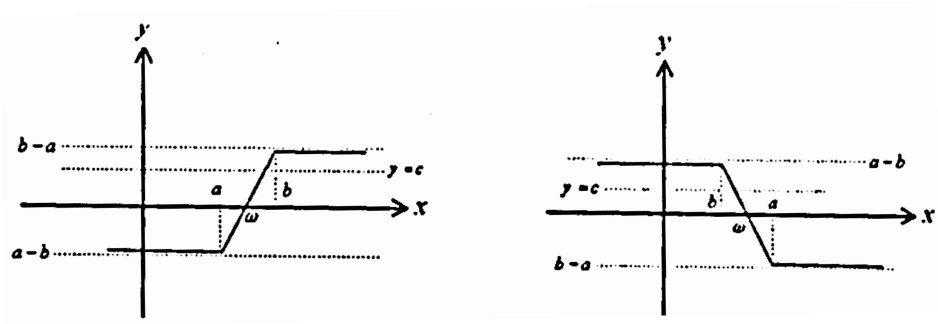
$A>2$ (1 $A>1$ (2 $A\ge 3$ (3 $A\ge 1$ (4

229 **مثال)** که $a<b<c$ وي د x کومو قیمتونو ته $|x-a|+|x-b|+|x-c|\ge|c-a|$ نامساوات په مساواتو اوړي؟

6-2-6) د $y=|x-a|-|x-b|$ ته ورته تابع د ګراف څېړل

ددغه تابع ګراف هغه دوه نیم خطونه دي چې د زاویې ضریب یې 2 یا -2 وي.

ددغه تابع د تناظر نقطه $\omega\left(\frac{a+b}{2},0\right)$ ده چې د x محور پرمخ پرته ده.



لومړی حالت: که $a < b$ وي

د x محور پرمخ له a طول لرونکي نقطې څخه په $a-b$ اندازه او د همدغه محور پرمخ له b طول لرونکې نقطې څخه په $b-a$ اندازه پاس لور ته ځو او د تابع ګراف رسمووْ:

$$if\ \ a < b \Rightarrow a-b \le y \le b-a \Rightarrow R_f = [a-b, b-a]$$

دویم حالت: که $a > b$ وي

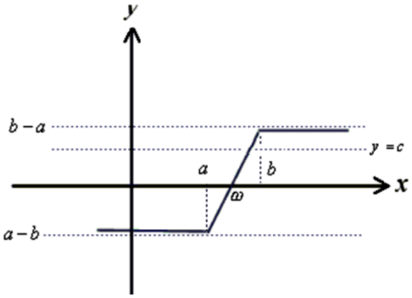
د x محور پرمخ له b نقطې څخه په $a-b$ اندازه پورته او د همدغه محور پرمخ له a نقطې څخه په $b-a$ اندازه لاندې راځو او د تابع ګراف رسمووْ:

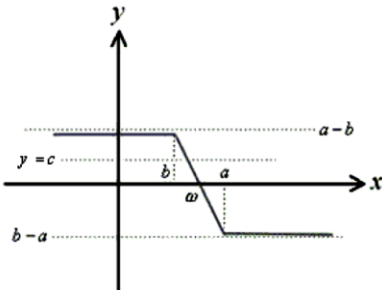
$$if\ \ a > b \Rightarrow b-a \le y \le a-b \Rightarrow R_f = [b-a, a-b]$$

یادونه- د $|x-a|-|x-b|=c$ **معادلې حل او څېړنه**

د $|x-a|-|x-b|=c$ معادلې د ځوابونو د ټاکلو لپاره په لاندې توګه اقدام کوو: $(a \neq b)$

ددغه معادلې ځواب د دوو $\begin{cases} y=|x-a|-|x-b| \\ y=c \end{cases}$ تابع ګانو د تقاطع نقطه ده، د معادلې ګراف له لاندې دوو شکلونو څخه یو دی.





$1)\, if\ \ c > |a-b|$ یا $c < -|a-b|$

$y=c$ خط $y=|x-a|-|x-b|$ ګراف نه قطع کوي، په دې اساس معادله ځواب نلري.

$2)\, if\ \ c = |a-b|$ یا $c = -|a-b|$

$y=c$ خط $y=|x-a|-|x-b|$ تابع په بې شمېره نقطوکې قطع کوي، په دې اساس معادله بې شمېره ځوابونه لري.

$y=c$ خط پر یوه له دغه دوو $y=b-a$, $y=a-b$ خطونو منطبق دی او معادله بې شمېره ځوابونه لري.

دغه بې شمېره ځوابونه په یوه $[\alpha ,\infty -)$ او $(b,+\infty)$ یا $[b, \infty -)$ او $(a,+\infty)$ واټنونو کې پراته دي، چې د یوې نقطې په ازمویلو سره، هغه واټن مشخص کیږي

$3)\ if\ \ -|a-b|<c<|a-b|$

$y=c$ خط $y=|x-a|-|x-b|$ ګراف په یوه نقطه کې قطع کوي، په دې اساس دغه معادله په (a,b) یا (b,a) واټن کې یو ځواب لري.

$$\begin{cases} if\ \ a<b => x=\dfrac{a+b+c}{2} \\ if\ \ a>b => x=\dfrac{a+b-c}{2} \end{cases}$$

230 **مثال)** د k کوم قیمت ته $|x+1|-|x-1|=kx+1$ معادله یوازې یو ځواب لري؟

231 **مثال)** د $A=|x-2|-|x+3|$ افادې max او min ترلاسه کړئ.

مثال) لاندې معادلې څو ځوابونه لري؟

$232)|3-x|-|x+2|=5$ $\qquad$ $233)|x-2|-|x-5|=-2$

$234)|x-3|-|x+1|=7$ $\qquad$ $235)\ |2x-1|=|2x-3|+2$

236 **مثال)** ثبوت کړئ که $y=c$ خط $y=|x-a|-|x-b|$ ګراف قطع نکړي، په هغه صورت کې $c>|a-b|$ یا $c<-|a-b|$ شرط صدق کوي.

$(6-2-7)$ د $y=|x^2-a|+|x^2-b|$ $(0<a<b)$ تورته تابع د ګراف څېړل

$x^2-a=0 => x^2=a => x=\pm\sqrt{a}$

$x^2-b=0 => x^2=b => x=\pm\sqrt{b}$

$if\ 0<a<b => \sqrt{a}<\sqrt{b} => -\sqrt{b}<-\sqrt{a}$

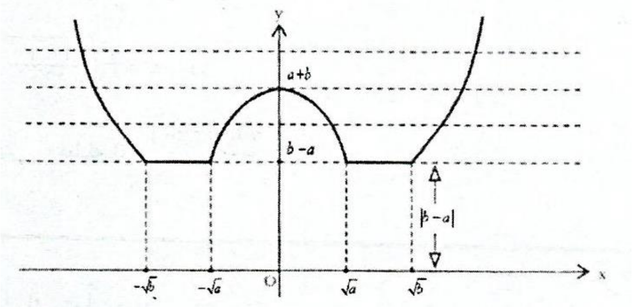
x	$-\infty$	$-\sqrt{b}$		$-\sqrt{a}$		$\sqrt{a}$		$\sqrt{b}$	$+\infty$
x^2-a	+		+	0	−	0	+		+
x^2-b	+	0	−		−		−	0	+

$if\ x\le-\sqrt{b} => y=(x^2-a)+(x^2-b) => y=2x^2-(a+b)$

$if\ \ -\sqrt{b}\le x\le-\sqrt{a} => y=(x^2-a)+[-(x^2-b)] => y=b-a>0$

$if\ -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a} => y=[-(x^2-a)]+[-(x^2-b)] => y=-2x^2+(a+b)$

$$if\ -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a} \Rightarrow y=\left(x^2-a\right)+\left[-\left(x^2-b\right)\right]\Rightarrow y=b-a>0$$
$$if\ \ x\ge\sqrt{b} \Rightarrow y=\left(x^2-a\right)+\left(x^2-b\right)\Rightarrow y=2x^2-(a+b)$$



يادونه- د $\left|x^2-a\right|+\left|x^2-b\right|=c$ **معادلې حل او څېړل**

$1)\ if\ c<\left|b-a\right|$

معادله ځواب نلري.

$2)\ if\ c=\left|b-a\right|$

معادله په $\left[\sqrt{a}\,,\sqrt{b}\right]$ او $\left[-\sqrt{b}\,,-\sqrt{a}\right]$ واټنونو کې بې شمېره ځوابونه لري.

$3)\ if\ \left|b-a\right|<c<a+b$

معادله څلور جذرونه لري چې په لاندې توګه محاسبه کیږي:

$$\begin{cases}2x^2-(a+b)=c\Rightarrow 2x^2=c+(a+b)\Rightarrow x^2=\dfrac{c+(a+b)}{2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{c+(a+b)}{2}}\\ -2x^2+(a+b)=c\Rightarrow -2x^2=c-(a+b)\Rightarrow x^2=\dfrac{(a+b)-c}{2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{(a+b)\ -c}{2}}\end{cases}$$

$4)\ if\ c=a+b$

معادله دوه $x=\pm\sqrt{\dfrac{a+b+c}{2}}$ معکوس جذرونه او یو مضاعف صفر جذر لري.

$5)\ if\ c>a+b$

معادله دوه $x=\pm\sqrt{\dfrac{a+b+c}{2}}$ معکوس جذرونه لري.

ضمناً د منحني د تناظر معادله $x=\dfrac{\sqrt{a}+\left(-\sqrt{a}\right)}{2}=0$ ده.

237 **مثال** د $y=\left|x^2-4\right|+\left|x^2-9\right|$ تابع ګراف رسم کړئ.

مثال) لاندې معادلې حل کړئ.

$238)\left|x^2-4\right|+\left|x^2-9\right|=5$ $\qquad$ $239)\left|x^2-4\right|+\left|x^2-9\right|=4$

240) $|x^2-4|+|x^2-9|=10$ 241) $|x^2-4|+|x^2-9|=13$

242) $|x^2-4|+|x^2-9|=15$

8-2-6) د $(a,b>0)$; $\begin{cases} y=|x^2+a|+|x^2-b| \\ y=|x^2-a|+|x^2+b| \end{cases}$ **تەورتە تابع دګراف څیړنە**

په پاسنیو دوو معادلو کې یو له مطلقه قیمتونو څخه جذر لري، په لومړۍ معادله کې $x^2+a>0$ او په دویمه معادله کې $x^2+b>0$ دی. د $y=|x^2-a|+|x^2+b|$ معادلې په رسمولو پیل کوو:

$x^2+b>0 \Rightarrow |x^2+b|=+(x^2+b)$

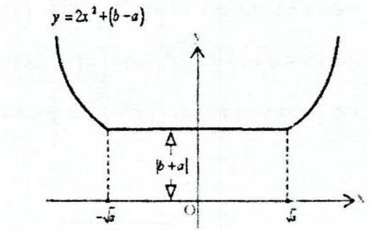
$x^2-a=0 \Rightarrow x^2=a \Rightarrow x=\pm\sqrt{a}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{a}$		$\sqrt{a}$		$+\infty$
x^2-a		+	0	−	0	+	

$if\ x\le-\sqrt{a} \Rightarrow y=(x^2-a)+(x^2+b) \Rightarrow y=2x^2+(b-a)$

$if\ -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a} \Rightarrow y=[-(x^2-a)]+(x^2+b) \Rightarrow y=a+b$

$if\ x\ge\sqrt{a} \Rightarrow y=(x^2-a)+(x^2+b) \Rightarrow y=2x^2+(b-a)$



یادونه- د $|x^2-a|+|x^2+b|=c$ **تە ورتە معادلې حل او څیړل**

1) $if\ c<|a+b|$

معادله ځواب نلري.

2) $if\ c=|a+b|$

معادله په $[-\sqrt{a},\sqrt{a}]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

3) $if\ c>|a+b|$

معادله دوه معکوس جذرونه لري چې په لاندې توګه محاسبه کیږي:

$2x^2+(b-a)=c \Rightarrow 2x^2=c-(b-a)$

$\Rightarrow x^2=\dfrac{c-(b-a)}{2}$

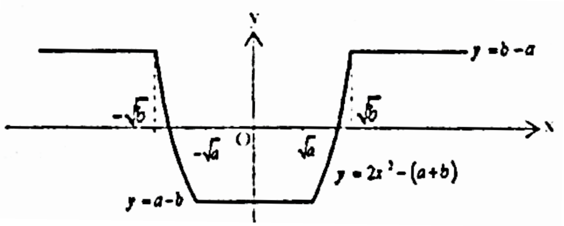
$$=> x=\pm\sqrt{\frac{c-(b-a)}{2}}$$

6−2−9) د $y=\left|x^2-a\right|-\left|x^2-b\right|$ او $(0<a<b)$ ته ورته تابع د ګراف څېړنه

$$0<a<b => \sqrt{a}<\sqrt{b} => -\sqrt{b}<-\sqrt{a}$$
$$x^2-a=0 => x^2=a => x=\pm\sqrt{a}$$
$$x^2-b=0 => x^2=b => x=\pm\sqrt{b}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{b}$		$-\sqrt{a}$		$\sqrt{a}$		$\sqrt{b}$	$+\infty$
x^2-a	+		+	0	−	0	+		+
x^2-b	+	0	−		−		−	0	+

$$if\ x\le-\sqrt{b} => y=(x^2-a)-(x^2-b) => y=b-a>0$$
$$if\ -\sqrt{b}\le x\le-\sqrt{a} => y=(x^2-a)-\left[-(x^2-b)\right] => y=2x^2-(a+b)$$
$$if\ -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a} => y=\left[-(x^2-a)\right]-\left[-(x^2-b)\right] => y=a-b<0$$
$$if\ \sqrt{a}\le x\le\sqrt{b} => y=(x^2-a)-\left[-(x^2-b)\right] => y=2x^2-(a+b)$$
$$if\ x\ge\sqrt{b} => y=(x^2-a)-(x^2-b) => y=b-a>0$$



يادونه1- د $\left|x^2-a\right|-\left|x^2-b\right|=c$ او $(b>a>0)$ ته ورته معادلې حل او څېړل

$1)\, c>b-a$

معادله ځواب نلري.

$2)\, c=b-a$

معادله په $\left[\sqrt{b},+\infty\right)$ او $\left(-\infty,-\sqrt{b}\right]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

$3)\, a-b<c<b-a$

معادله دوه معکوس جذرونه لري چې په لاندې توګه محاسبه کېږي:

$$2x^2-(a+b)=c => 2x^2=a+b+c => x^2=\frac{a+b+c}{2} => x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}$$

$4)\, c=a-b$

معادله په $\left[-\sqrt{a},\sqrt{a}\right]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

$5) c < a - b$

معادله ځواب نلري.

یادونه 2 - د $\left|x^2 - a\right| - \left|x^2 - b\right| = c$ او $(a > b > 0)$ ته ورته معادلې حل او څېړنه

$1) c < b - a$

معادله ځواب نلري.

$2) c = b - a$

معادله په $\left[\sqrt{a}, +\infty\right)$ او $\left(-\infty, -\sqrt{a}\right]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

$3) b - a < c < a - b$

معادله دوه معکوس جذرونه لري چې په لاندې توګه محاسبه کیږي:

$$-2x^2 + (a+b) = c \Rightarrow 2x^2 = (a+b) - c \Rightarrow x^2 = \frac{a+b-c}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{a+b-c}{2}}$$

$4) c = a - b$

معادله په $\left[-\sqrt{b}, \sqrt{b}\right]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

$5) c > a - b$

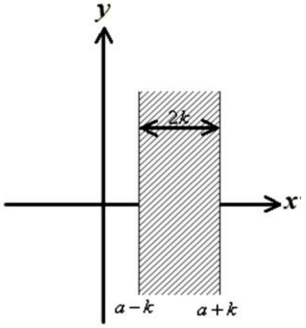
معادله ځواب نلري.

7. د مطلقه قیمت د رابطو ګراف

$7-1)$ د $|x - a| \le k$ ته ورته رابطو د ګراف څېړل

ددغه رابطې ګراف د عرضي محور سره موازي تړانګه ده چې عرض یې $2k$ دی.

$$if\ |x - a| \le k \Rightarrow -k \le x - a \le k$$
$$\Rightarrow a - k \le x \le a + k$$

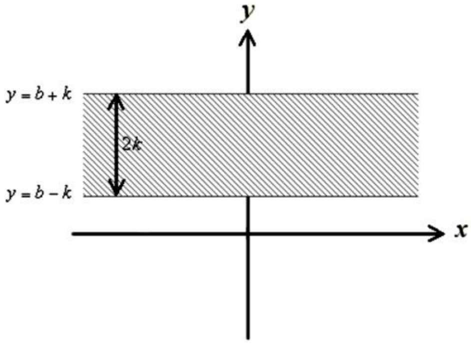


$7-2)$ د $|y - b| \le k$ ته ورته رابطو د ګراف څېړل

ددغه رابطې ګراف، د طول محور سره موازي یوه تړانګه ده چې عرض یې $2k$ دی.

$$if\ |y - b| \le k \Rightarrow -k \le y - b \le k$$

$$=> b-k \le y \le b+k$$



(7 − 3 د $|y| = f(x)$ ته ورته رابطې د ګراف رسمول

$$|y| = f(x) => \begin{cases} y = f(x) \\ y = -f(x) \end{cases}$$

د $f(x)$ تابع ګراف دې ته په پام سره چې تل $f(x) \ge 0$ دی، رسموو او وروسته د $|y| = f(x)$ د رسمولو لپاره د د طول محور په پرتله د $f(x) \ge 0$ معکوس ترلاسه کوو.

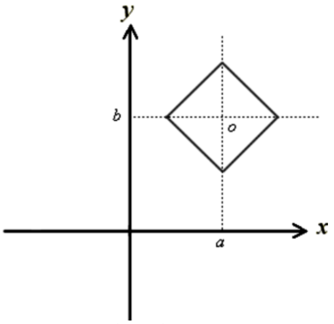
په حقيقت کې د $|y| = f(x)$ ګراف هماغه $f(x) \ge 0$ او د طول محور په پرتله يې معکوس دی. په ټولو دغه رابطو کې x محور د تناظر محور دی.

مثال) د لاندې رابطو ګراف رسم کړئ.

$243) |y| = x^2 - 1$ $\qquad 244) |y| = x$ $\qquad 245) |y| = \sin x$

$246) |y| = x^2 - 2x - 3$ $\qquad 247) |y| = -x$

(7 − 4 د $|x-a| + |y-b| = k > 0$ ته ورته رابطو د ګراف څېړو



د پاسنۍ رابطې ګراف هغه مربع ده چې مرکز يې $O(a,b)$ او قطر يې $2k$ وي.

$$if\ k = 0 => |x-a| + |y-b| = 0 => \begin{cases} x-a=0 => x=a \\ y-b=0 => y=b \end{cases}$$

ددغه مربع ضلع $k\sqrt{2}$ او مساحت يې $s=2k^2$ دی او $y=b, x=a$ خطونه د مربع د تناظر خطونه دي او ضمناً د x او y بدلون په لاندې واټنونو کې دی.

$$a-k \le x \le a+k \ , \ b-k \le y \le b+k$$

$$if\ a=b=0 => |x|+|y|=k$$

د مربع مرکز، د مختصاتو پيل دی.

مثال) د لاندې رابطو گراف رسم کړئ.

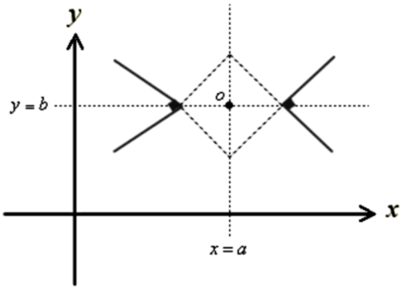
$248)|y|+|x|=1$ $\qquad$ $249)|x-2|+|y+4|=2$

$250)|x-4|+|y-1|\le 1$

251 **مثال)**که $|x|+|y-2|=2$ وي د x بدلونونه ترلاسه کړئ.

$(7-5$ د $|x-a|-|y-b|=k>0$ رابطې د گراف څېړل

ددغه رابطې گراف د مربع په اوږدو دوې قائمه زاويې دي او $x=a$ او $y=b$ خطونه د تناظر محور معادلې دي او $O(a,b)$ نقطه د تناظر مرکز ده.



$$x \in (-\infty, a-k] \cup [a+k, +\infty)$$

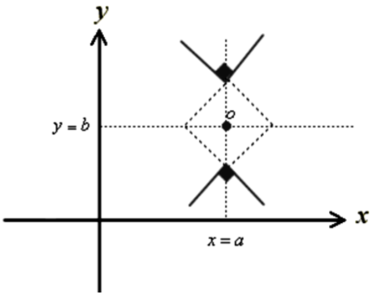
$$y \in R$$

252 **مثال)** هغه نقطې مشخص کړئ چې په $|x|-|y|=2$ رابطه کې صدق وکړي.

253 **مثال)** د $|2x-2|-|3y-6|=0$ رابطې گراف رسم کړئ.

$(7-6$ د $|y-b|-|x-a|=k>0$ ته ورته رابطې د گراف څېړل

ددغه رابطې گراف د مربع د اضلاعو په اوږدو کې دوې قايمه زاويې دي، $y=b$ او $x=a$ خطونه د تناظر محور معادلې او $O(a,b)$ نقطه د تناظر مرکز دی.

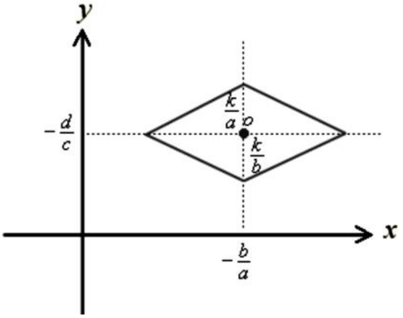


$7-7$) د $|ax+b|+|cx+d|=k>0$ ته ورته رابطې د ګراف څېړل

د پاسنۍ رابطې ګراف یوه لوزي ده چې $O\left(-\frac{b}{a},-\frac{d}{c}\right)$ یې مرکز دی او قطرونه یې $\frac{2k}{a}$ او $\frac{2k}{b}$ طـول لري او ددغه لوزي مساحت $\frac{2k^2}{ab}$ دی.

$x=-\frac{b}{a}$, $y=-\frac{d}{c}$ خطونه، د تناظر محورونه دي.

$$\begin{cases} \frac{-b-k}{a} \le x \le \frac{-b+k}{a} \\ \frac{-d-k}{c} \le y \le \frac{-d+k}{c} \end{cases}$$



په ځانګړي حالـت کـې یعنـې کـه $(a,c>0)$, $(b=d=0)$, $a|x|+b|y|=k$ وي، دمختصـاتو پیـل د لوزي مرکز دی.

$7-8$) د $|ax+by+c|=k$ ته ورته رابطو د ګراف څېړل

ددغه رابطې د رسمولو لپاره:

$$if\ |ax+by+c|=k \Rightarrow \begin{cases} ax+by+c=k \\ ax+by+x=-k \end{cases}$$

نو ګراف دوه موازي خطونه دي.

254 مثال) د $|x-y|=2$ رابطې ګراف رسم کړئ.

ځوابونه

1 ځواب)

$$\sqrt{2}-1>0 \Rightarrow \left|\sqrt{2}-1\right| = +\left(\sqrt{2}-1\right)$$
$$\left|\sqrt{2}-1\right| = +\left(\sqrt{2}-1\right)$$
$$=\sqrt{2}-1$$

2 ځواب)

$$2-\sqrt{5}<0 \Rightarrow \left|2-\sqrt{5}\right| = -\left(2-\sqrt{5}\right)$$
$$\left|2-\sqrt{5}\right| = -\left(2-\sqrt{5}\right)$$
$$=\sqrt{5}-2$$

3 ځواب)

$$-1\le \sin x \le 1 \Rightarrow -\sin x \ge 0 \Rightarrow \left|1-\sin x\right| = +\left(1-\sin x\right)$$
$$\left|1-\sin x\right| = +\left(1-\sin x\right)$$
$$=1-\sin x$$

4 ځواب)

$$if \left\{\begin{array}{ll} \frac{\pi}{2} < x \le \pi & ;\ \text{دویمه ربع} \\ \frac{3\pi}{2} < x \le 2\pi & ;\ \text{څلورمه ربع} \end{array}\right\rangle \tan x \le 0 \Rightarrow \left|1-\underbrace{\tan x}_{\text{منفی}}\right| = +\left(1-\tan x\right) = 1-\tan x$$

$$if \left\{\begin{array}{l} 0 \le x \le \frac{\pi}{4} \\ \pi \le x \le \frac{5\pi}{4} \end{array}\right\rangle 0 \le \tan x \le 1 \Rightarrow 1-\tan x \ge 0 \Rightarrow \left|1-\tan x\right| = +\left(1-\tan x\right) = 1-\tan x$$

$$if \left\{\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \end{array}\right\rangle \tan x > 1 \Rightarrow 1-\tan x < 0 \Rightarrow \left|1-\tan x\right| = -\left(1-\tan x\right) = \tan x - 1$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sqrt[3]{2} \approx 1.260 \\ \sqrt[3]{3} \approx 1.442 \\ \sqrt[3]{4} \approx 1.587 \\ \sqrt[3]{5} \approx 1.710 \end{array}\right\rangle \left\{\begin{array}{l} \sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5} \approx 1.260+1.710 = 2.970 \\ \sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4} \approx 1.442+1.587 = 3.029 \end{array}\right\rangle \sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5} < \sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4} \Rightarrow \sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5} < 0$$

5 ځواب)

د تقريبي محاسبې لومړۍ طريقه

$$\left|\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}\right|=-\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}\right)$$
$$=\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{5}$$

دويمه طريقه (مطابقت)

د اعدادو تنوع مونږ ته له دغه طريقې څخه د استفادې امکان راکوي.

$$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)=a^3-b^3 => a-b=\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}\ ,ab\neq 0$$

a^2+ab+b^2 صفر کېدلی نشي.

$$if\ a-b=\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2} => \begin{cases}\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}=\dfrac{5-4}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{16}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{16}}\\ \sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}=\dfrac{3-2}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}\end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{16}}<\frac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}} => \sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}<\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$$
$$=> \sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}<0$$
$$\left|\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}\right|=-\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}\right)$$
$$=\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{5}$$

6 ځواب)

$$if\ x\geq -2 => x+2\geq 0 => |x+2|=+(x+2)$$
$$|x+2|=+(x+2) => |x+2|-2=(x+2)-2$$
$$=> |x+2|-2=x$$
$$if\ x<-2 => x+2<0 => |x+2|=-(x+2)$$
$$|x+2|=-(x+2) => |x+2|-2=-(x+2)-2$$
$$=> |x+2|-2=-x-2-2$$
$$=> |x+2|-2=-x-4$$
$$|x+2|-2=\begin{cases}x & ;x\geq -2\\ -x-4 & ;x<-2\end{cases}$$

7 ځواب)

$$x+2=0 => x-2$$
$$x-2=0 => x=2$$

x	$-\infty$	-2		2		$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$	

$$if\ x \le -2 \Rightarrow \begin{cases} |x+2| = -(x+2) \\ |x-2| = -(x-2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |x+2|+|x-2| &= -x-2-x+2 \\ &= -2x \end{aligned}$$

$$if\ -2 \le x \le 2 \Rightarrow \begin{cases} |x+2| = +(x+2) \\ |x-2| = -(x-2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |x+2|+|x-2| &= (x+2)-(x-2) \\ &= x+2-x+2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$if\ x \ge 2 \Rightarrow \begin{cases} |x+2| = +(x+2) \\ |x-2| = +(x-2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |x+2|+|x-2| &= (x+2)=(x-2) \\ &= 2x \end{aligned}$$

$$|x+2|+|x-2| = \begin{cases} 2x & ; x \ge 2 \\ 4 & ; -2 \le x \le 2 \\ -2x & ; x \le -2 \end{cases}$$

8 ځواب)

د تقریبي محاسبې په طریقه:

$$\sqrt[5]{2} - 1 > \sqrt[5]{4} - \sqrt[5]{3} \Rightarrow \sqrt[5]{4} - \sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2} + 1 < 0$$

$$\begin{aligned} \left|\sqrt[5]{4} - \sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2} + 1\right| &= -\left(\sqrt[5]{4} - \sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{2} + 1\right) \\ &= \sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{2} - \sqrt[5]{4} - 1 \end{aligned}$$

9 ځواب)

$$if\ \ x \le 2 \Rightarrow x-2 \le 0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2)$$

$$\begin{aligned} \big||x-2|+x\big| &= |-(x-2)+x| \\ &= |-x+2+x| \\ &= |2| \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$if \quad x > 2 => x - 2 > 0 => |x-2| = +(x-2)$$

$$\begin{aligned} \|x-2|+x| &= |(x-2)+x| \\ &= |2x-2| \\ &= 2|x-1| \quad ; \quad x > 2 \\ &= 2(x-1) \\ &= 2x-2 \end{aligned}$$

$$\|x-2|+x| = \begin{cases} 2x-2 \; ; & x > 2 \\ 2 \; ; & x \le 2 \end{cases}$$

10 ځواب)

$$\begin{aligned} x|y| + y|x| &= x\left|\frac{1}{x}\right| + \frac{1}{x}|x| \\ &= \frac{x}{|x|} + \frac{|x|}{x} \\ &= \begin{cases} \frac{x}{x} + \frac{x}{x} \quad ; & x > 0 \\ \frac{x}{-x} + \frac{-x}{x} \quad ; & x < 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 2 \quad ; & x > 0 \\ -2 ; & x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

11 ځواب)

$$if \quad |x+2| > |x-2| => (x+2)^2 > (x-2)^2$$

$$=> x^2 + 4x + 4 > x^2 - 4x + 4$$

$$=> 8x > 0$$

$$=> x > 0$$

$$if \quad |x-2| > |x+2| => (x-2)^2 > (x+2)^2$$

$$=> x^2 - 4x + 4 > x^2 + 4x + 4$$

$$=> -8x > 0$$

$$=> x < 0$$

$$if \quad |x-2| = |x+2| => (x-2)^2 = (x+2)^2$$

$$=> x^2 - 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$$

$$=> 8x + 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$\text{پایله}: \begin{cases} if \quad x > 0 \Rightarrow |x+2| > |x-2| \\ if \quad x < 0 \Rightarrow |x-2| > |x+2| \\ if \quad x = 0 \Rightarrow |x-2| = |x+2| \end{cases}$$

ځواب) 12

$$\sqrt{a^2 + 1 + 2\sqrt{a^2}} = \sqrt{a^2 + 1 + 2|a|}$$
$$= \sqrt{a^2 + 2|a| + 1} \quad ; \quad a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$
$$= \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$
$$= \sqrt{(a-1)^2}$$
$$= |a-1| \quad ; \quad if \quad a < 0 \Rightarrow a - 1 < -1 \Rightarrow |a-1| = -(a-1)$$
$$= -(a-1)$$
$$= 1 - a$$

ځواب) 13

(لومړی حالت) $if \quad a > 0, b < 0 \Rightarrow \left(\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}\right)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right)$

$$= \left(\frac{a}{a} + \frac{b}{-b}\right)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right)$$
$$= (0)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right)$$
$$= 0$$

(دویم حالت) $if \quad a < 0 \ , \ b > 0 \Rightarrow \left(\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}\right)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right)$

$$= \left(\frac{a}{-a} + \frac{b}{b}\right)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right)$$
$$= (0)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right)$$
$$= 0$$

$$if \quad ab < 0 \Rightarrow \left(\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}\right)\left(\frac{a-b}{|a-b|} + \frac{ab}{|ab|}\right) = 0$$

14 ځواب)

$$\sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}}-\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1+4+4\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1+4-4\sqrt{x-1}}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-2\right)^2}$$

$$=\left|\sqrt{x-1}+2\right|-\left|\sqrt{x-1}-2\right|$$

$$=\sqrt{x-1}+2-\left|\sqrt{x-1}-2\right| \qquad (\mathrm{I})$$

$$=\begin{cases}\sqrt{x-1}+2-\left[-\left(\sqrt{x-1}-2\right)\right]; \ 1\le x\le 5\\ \sqrt{x-1}+2-\left[+\left(\sqrt{x-1}-2\right)\right]; \ x>5\end{cases}$$

$$=\begin{cases}2\sqrt{x-1} & ; \quad 1\le x\le 5\\ 4 & ; \quad x>5\end{cases}$$

$$(\mathrm{I}):\begin{cases} if\ \ 1\le x\le 5 => 0\le x-1\le 4 => 0\le\sqrt{x-1}\le 2 =>\\ \quad => -2\le\sqrt{x-1}-2\le 0 => \left|\sqrt{x-1}-2\right| = -\left(\sqrt{x-1}-2\right)\\ if\ \ x>5 => x-1>4 => \sqrt{x-1}>2 => \sqrt{x-1}-2>0 =>\\ \quad => \left|\sqrt{x-1}-2\right| = +\left(\sqrt{x-1}-2\right)\end{cases}$$

15 ځواب)

$$\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}=\sqrt{\left(\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}\right)+2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}+$$

$$+\sqrt{\left(\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}\right)-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}$$

$$=\sqrt{\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2}$$

$$=\left|\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right|+\left|\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right|$$

$$=\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}+\left|\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right| \qquad (\mathrm{I})$$

$$=\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}-\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)$$

$$=\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}$$

$$=2\cos\frac{x}{2}$$

$$(\mathrm{I}): if \quad 0 < x < \frac{\pi}{2} => 0 < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{4} => \cos\frac{x}{2} > \sin\frac{x}{2} => \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} < 0$$

$$=> \left|\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right| = -\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)$$

16 ځواب)

$$\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}} = \frac{1}{\sqrt{(x-1)+1+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{(x-1)+1-2\sqrt{x-1}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\left|\sqrt{x-1}+1\right|} + \frac{1}{\left|\sqrt{x-1}-1\right|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{1}{\left|\sqrt{x-1}-1\right|} \qquad (\mathrm{I})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{-1}{\sqrt{x-1}-1}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x-1}-1\right) - \left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}+1\right)\left(\sqrt{x-1}-1\right)}$$

$$= \frac{-2}{(x-1)-1}$$

$$= \frac{-2}{x-2}$$

$$= \frac{2}{2-x}$$

$$(\mathrm{I}): if \quad 1 < x < 2 => 0 < x-1 < 1 => 0 < \sqrt{x-1} < 1 => -1 < \sqrt{x-1} - 1 < 0$$

$$=> \left|\sqrt{x-1}-1\right| = -\left(\sqrt{x-1}-1\right)$$

17 ځواب)

$$\frac{x\sqrt{\frac{x^4-2x^2+1}{4x^2}+1}}{x^2+1} = \frac{x\sqrt{\frac{x^4-2x^2+1+4x^2}{4x^2}}}{x^2+1}$$

$$= \frac{x\sqrt{\frac{\left(x^2+1\right)^2}{(2x)^2}}}{x^2+1}$$

$$= \frac{x \cdot \frac{x^2+1}{|2x|}}{x^2+1}$$

$$= \frac{x}{|2x|}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2} & ; \ x > 0 \\ -\frac{1}{2} & ; \ x < 0 \end{cases}$$

18 ځواب)

$$\sqrt{x^2 - 4\sqrt{x^2} + 4} + \sqrt{x^2 + 4\sqrt{x^2} + 4} = \sqrt{x^2 - 4|x| + 4} + \sqrt{x^2 + 4|x| + 4}$$

$$= \sqrt{|x|^2 - 4|x| + 4} + \sqrt{|x|^2 + 4|x| + 4}$$

$$= \sqrt{(|x| - 2)^2} + \sqrt{(|x| + 2)^2}$$

$$= \big||x| - 2\big| + \big||x| + 2\big| \quad ; \quad (-2 < x < 0 \Rightarrow |x| = -x)$$

$$= |-x - 2| + |-x + 2| \ ; (\mathrm{I})$$

$$= -(-x - 2) + (-x + 2)$$

$$= x + 2 + (-x + 2)$$

$$= 4$$

$$(\mathrm{I}): \begin{cases} -2 < x < 0 \Rightarrow 0 < -x < 2 \Rightarrow -2 < -x - 2 < 0 \Rightarrow |-x - 2| = -(-x - 2) \\ -2 < x < 0 \Rightarrow 0 < -x < 2 \Rightarrow 2 < -x + 2 < 4 \Rightarrow |-x + 2| = +(-x + 2) \end{cases}$$

19 ځواب)

$$\sqrt{a^2 - 4x + 4} + \sqrt{a^2 + 6a + 9} = \sqrt{(a - 2)^2} + \sqrt{(a + 3)^2}$$

$$= |a - 2| + |a + 3| \qquad (\mathrm{I})$$

$$= (a - 2) + (a + 3)$$

$$= 2a + 1$$

$$(\mathrm{I}): if \ \ a \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} a - 2 \geq 0 \Rightarrow |a - 2| = +(a - 2) \\ a + 3 \geq 5 \Rightarrow |a + 3| = +(a + 3) \end{cases}$$

20 ځواب)

$$|x - 2\sqrt{2}| + |x + 2\sqrt{2}| = -(x - 2\sqrt{2}) + (x + 2\sqrt{2}) \qquad (\mathrm{I})$$

$$= -x + 2\sqrt{2} + x + 2\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$(I): if \;\; x^2 < 8 \Rightarrow |x| < 2\sqrt{2} \Rightarrow -2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x - 2\sqrt{2} < 0 \Rightarrow \left|x - 2\sqrt{2}\right| = -\left(x - 2\sqrt{2}\right) \\ x + 2\sqrt{2} > 0 \Rightarrow \left|x + 2\sqrt{2}\right| = +\left(x + 2\sqrt{2}\right) \end{cases}$$

21 ځواب)

$$\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} = \sqrt{\frac{(1+\sin x)(1+\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}} - \sqrt{\frac{(1-\sin x)(1-\sin x)}{(1+\sin x)(1-\sin x)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{1-\sin^2 x}} - \sqrt{\frac{(1-\sin x)^2}{1-\sin^2 x}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{\cos^2 x}} - \sqrt{\frac{(1-\sin x)^2}{\cos^2 x}}$$

$$= \frac{|1+\sin x|}{|\cos x|} - \frac{|1-\sin x|}{|\cos x|} \qquad (I)$$

$$= \frac{(1+\sin x)}{|\cos x|} - \frac{(1-\sin x)}{|\cos x|}$$

$$= \frac{2\sin x}{|\cos x|}$$

$$(I): -1 \le \sin x \le 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x + 1 \ge 0 \Rightarrow |1+\sin x| = +(1+\sin x) \\ 1 - \sin x \ge 0 \Rightarrow |1-\sin x| = +(1-\sin x) \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} - \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} = \sqrt{\frac{(1+\cos x)(1+\cos x)}{(1-\cos x)(1+\cos x)}} - \sqrt{\frac{(1-\cos x)(1-\cos x)}{(1+\cos x)(1-\cos x)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\cos x)^2}{1-\cos^2 x}} - \sqrt{\frac{(1-\cos x)^2}{1-\cos^2 x}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\cos x)^2}{\sin^2 x}} - \sqrt{\frac{(1-\cos x)^2}{\sin^2 x}}$$

$$= \frac{|1+\cos x|}{|\sin x|} - \frac{|1-\cos x|}{|\sin x|} \qquad (II)$$

$$= \frac{(1+\cos x)}{|\sin x|} - \frac{(1-\cos x)}{|\sin x|}$$

$$= \frac{2\cos x}{|\sin x|}$$

$$(\text{II})\ (\text{I}): -1 \le \cos x \le 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos x + 1 \ge 0 \Rightarrow |1+\cos x| = +(1+\cos x) \\ 1-\cos x \ge 0 \Rightarrow |1-\cos x| = +(1-\cos x) \end{cases}$$

$$A = \left(\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} - \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right)$$

$$= \frac{2\sin x}{|\cos x|} \cdot \frac{2\cos x}{|\sin x|}$$

$$= \frac{4\sin x \cdot \cos x}{|\sin x \cdot \cos x|}$$

كله چې د x كمان پای په لومړۍ يا دريمه مثلثاتي ربع كې وي ، $\sin x$ او $\cos x$ هم علامه دي او په پايله كې يې د ضرب حاصل مثبت دی:

$$if \begin{cases} 2k\pi < x < 2k\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ 2k\pi + \pi < x < 2k\pi + \dfrac{3\pi}{2} \end{cases} \Bigg\rangle\ A = \frac{4\sin x \cdot \cos x}{\sin x \cdot \cos x} \Rightarrow A = 4$$

كله چې د x كمان پای په دويمه يا څلورمه مثلثاتي ربع كې وي، $\sin x$ او $\cos x$ مختلف العلامه دي يعنې د ضرب حاصل يې منفي دی:

$$if \begin{cases} 2k\pi + \dfrac{\pi}{2} < x < 2k\pi + \pi \\ 2k\pi + \dfrac{3\pi}{2} < x < 2k\pi + 2\pi \end{cases} \Bigg\rangle\ A = \frac{4\sin x \cdot \cos x}{-\sin x \cdot \cos x} = -4$$

پاملرنه: x نشي كېدلی له $k\pi$ يا $k\pi + \dfrac{\pi}{2}$ سره مساوي شي ځكه په دې نقطو سره د مخرج يو عامل صفر كيږي او افاده بې معنی كيږي.

22 ځواب)

$$\text{د بدلون حوزه}: \begin{cases} 4m + n \ge 0 \Rightarrow n \ge -4m \\ 4m - n \ge 0 \Rightarrow n \le 4m \end{cases} \Big\rangle -4m \le n \le 4m$$

$$\sqrt{8m + 2\sqrt{16m^2 - n^2}} = \sqrt{(4m+n) + (4m-n) + 2\sqrt{16m^2 - n^2}}$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{4m+n} + \sqrt{4m-n}\right)^2}$$

$$= \left|\sqrt{4m+n} + \sqrt{4m-n}\right|$$

$$= \left(\sqrt{4m+n} + \sqrt{4m-n}\right)$$

$$\sqrt{8m-2\sqrt{16m^2-n^2}}=\sqrt{(4m+n)+(4m-n)-2\sqrt{16m^2-n^2}}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right)^2}$$
$$=\left|\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right|$$

لومړی حالت) $if\ \ -4m\le n\le 0\xrightarrow{n\le 0}\sqrt{4m+n}<\sqrt{4m-n}$

$$\Rightarrow \sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}<0$$
$$\Rightarrow \left|\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right|=-\left(\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right)$$

$$\sqrt{8m+2\sqrt{16m^2-n^2}}-\sqrt{8m-2\sqrt{16m^2-n^2}}$$
$$=\left(\sqrt{4m+n}+\sqrt{4m-n}\right)-\left|\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right|$$
$$=\sqrt{4m+n}+\sqrt{4m-n}+\left(\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right)$$
$$=2\sqrt{4m+n}\qquad\qquad (\mathrm{I})$$

دویم حالت) $if\ \ 0\le n\le 4m\xrightarrow{n\ge 0}\sqrt{4m+n}>\sqrt{4m-n}$

$$\Rightarrow \sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}>0$$
$$\Rightarrow \left|\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right|=+\left(\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right)$$

$$\sqrt{8m+2\sqrt{16m^2-n^2}}-\sqrt{8m-2\sqrt{16m^2-n^2}}$$
$$=\left(\sqrt{4m+n}+\sqrt{4m-n}\right)-\left|\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right|$$
$$=\sqrt{4m+n}+\sqrt{4m-n}-\left(\sqrt{4m+n}-\sqrt{4m-n}\right)$$
$$=2\sqrt{4m-n}\qquad\qquad (\mathrm{II})$$

$$(\mathrm{I}),(\mathrm{II})\Rightarrow \sqrt{8m+2\sqrt{16m^2-n^2}}-\sqrt{8m-2\sqrt{16m^2-n^2}}=\begin{cases}2\sqrt{4m+n}\,;-4m\le n\le 0\\ 2\sqrt{4m-n}\,;0\le n\le 4m\end{cases}$$

ځواب) 23

$$A=\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 4x}}$$
$$=\sqrt{2+\sqrt{2(1+\cos 4x)}}$$
$$=\sqrt{2+\sqrt{2\times 2\cos^2 2x}}$$
$$=\sqrt{2+\sqrt{4\cos^2 2x}}$$
$$=\sqrt{2+2|\cos 2x|}$$
$$=\sqrt{2(1+|\cos 2x|)}\quad ;\quad \frac{-\pi}{5}\le x<\frac{7\pi}{4}$$

لومړی حالت)

$$if\ \ \frac{-\pi}{4} \le x < \frac{\pi}{4} => \frac{-\pi}{2} \le 2x < \frac{\pi}{2} => 0 \le \cos 2x < 1 => |\cos 2x| = +\cos 2x$$

$$A = \sqrt{2(1+|\cos 2x|)}$$
$$= \sqrt{2(1+\cos 2x)}$$
$$= \sqrt{2(2\cos^2 x)}$$
$$= 2|\cos x| \quad ; \quad \frac{\pi}{4} \le x < \frac{\pi}{4}$$
$$= 2\cos x$$

دویم حالت)

$$if\ \ \frac{\pi}{4} \le x < \frac{3\pi}{4} => \frac{\pi}{2} \le 2x < \frac{3\pi}{2} => -1 \le \cos 2x < 0 => |\cos 2x| = -\cos 2x$$

$$A = \sqrt{2(1+|\cos 2x|)}$$
$$= \sqrt{2(1+\cos 2x)}$$
$$= \sqrt{2(2\sin^2 x)}$$
$$= 2|\sin x| \quad ; \quad \frac{\pi}{4} \le x < \frac{3\pi}{4}$$
$$= 2\sin x$$

درېیم حالت)

$$if\ \ \frac{3\pi}{4} \le x < \frac{5\pi}{4} => \frac{3\pi}{2} \le 2x < \frac{5\pi}{2} => 0 \le \cos 2x < 1 => |\cos 2x| = +\cos 2x$$

$$A = \sqrt{2(1+|\cos 2x|)}$$
$$= \sqrt{2(1+\cos 2x)}$$
$$= \sqrt{2(2\cos^2 x)}$$
$$= 2|\cos x| \quad ; \quad \frac{3\pi}{4} \le x < \frac{5\pi}{4}$$
$$= -2\cos x$$

څلورم حالت)

$$if\ \ \frac{5\pi}{4} \le x < \frac{7\pi}{4} => \frac{5\pi}{2} \le 2x < \frac{7\pi}{2} => -1 \le \cos 2x < 0$$

$$A = \sqrt{2(1+|\cos 2x|)}$$
$$= \sqrt{2(1-\cos 2x)}$$

$$= \sqrt{2\left(2\sin^2 x\right)}$$

$$= 2\left|\sin x\right| \quad ; \quad \frac{5\pi}{4} \le x < \frac{7\pi}{4}$$

$$= -2\sin x$$

$$\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 4x}} = \begin{cases} 2\cos x \quad ; & \frac{-\pi}{4} \le x < \frac{\pi}{4} \\ 2\sin x \quad ; & \frac{\pi}{4} \le x < \frac{3\pi}{4} \\ -2\cos x \; ; & \frac{3\pi}{4} \le x < \frac{5\pi}{4} \\ -2\sin x \; ; & \frac{5\pi}{4} \le x < \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

ځواب) 24

$$\sqrt{\sin^2 x(1+\cot x)+\cos^2 x(1+\tan x)} = \sqrt{\left(\sin^2 x+\sin x\cdot\cos x\right)+\left(\cos^2 x+\cos x\sin x\right)}$$

$$= \sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cdot\cos x}$$

$$= \sqrt{(\sin x+\cos x)^2}$$

$$= \left|\sin x+\cos x\right|$$

پام مو وي له دې چې افاده کې $\tan x$ او $\cot x$ تر جذر لاندې دي، په دې اساس ددې لپاره چې جذر معنی ولري باید:

$$\sin x\cdot\cos x \ne 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x \ne 0 \Rightarrow \sin 2x \ne 0 \Rightarrow 2x \ne k\pi \Rightarrow x \ne \frac{k\pi}{2}, k \in z$$

ځواب) 25

$$\sqrt{(x-5)^6(x-3)^3} = \sqrt{(x-5)^2(x-5)^4(x-3)^2(x-3)}$$

$$= \left|x-5\right|(x-5)^2\left|x-3\right|\sqrt{x-3}$$

$$if \quad x>5 \Rightarrow |x-5| = +(x-5) \Rightarrow |x-5|(x-5)^2|x-3|\sqrt{x-3} = (x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3}$$

$$if \quad x\le 5 \Rightarrow |x-5| = -(x-5) \Rightarrow |x-5|(x-5)^2|x-3|\sqrt{x-3} = -(x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3}$$

پام مو وي چې په $\sqrt{x-3}$ کې باید $x \ge 3$ وي، په دې اساس په دواړو پاسنیو حالتونو کې $|x-3| = +(x-3)$ دی.

$$\sqrt{(x-5)^6(x-3)^3} = \begin{cases} -(x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3} \quad ; & x \le 5 \\ (x-5)^3(x-3)\sqrt{x-3} \quad ; & x > 5 \end{cases}$$

26 ځواب)

$$\begin{cases} a-b=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right) \\ a+b=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right) \end{cases}$$

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}+\sqrt[3]{ab}\right)^{\frac{1}{2}}-\frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=$$

$$=\left[\frac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}+\sqrt[3]{ab}\right]^{\frac{1}{2}}-\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}$$

$$=\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{ab}\right)^{\frac{1}{2}}-\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)$$

$$=\left(\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)^{\frac{1}{2}}-\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^2}-\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)$$

$$=\left|\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right|-\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right) \qquad (\mathrm{I})$$

$$=\begin{cases} 0 & ; \quad a+b\ge 0 \\ -2\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right) & ; \quad a+b<0 \end{cases}$$

پاملرنه: که $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ مثبت وي حتماً $a+b$ هم مثبت ده او بالعکس، يعنې د $0 \ge \sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ په فرضولو سره هر a او b نشي کېدلی منفي واوسي.

$$(\mathrm{I}):\begin{cases} if \quad a+b\ge 0 \Rightarrow \left|\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right|=+\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right) \\ if \quad a+b<0 \Rightarrow \left|\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right|=-\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right) \end{cases}$$

27 ځواب)

$$\frac{\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-4x+4}}{\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-4x+4}}=\frac{\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}}{\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-2)^2}}=\frac{|x+2|-|x-2|}{|x+2|+|x-2|}$$

$$x+2=0\Rightarrow x=-2$$
$$x-2=0\Rightarrow x=2$$

x	−∞	-2		2	+∞
x+2	−	0	+		+
x−2	−		−	0	+

$$if \ x\le -2 \Rightarrow \begin{cases} |x+2|=-(x+2) \\ |x-2|=-(x-2) \end{cases} \frac{|x+2|-|x-2|}{|x+2|+|x-2|}=\frac{-x-2+x-2}{-x-2-x+2}=\frac{-4}{-2x}=\frac{2}{x}$$

$$if\ -2<x<2 \Rightarrow \begin{cases}|x+2|=+(x+2)\\|x-2|=-(x-2)\end{cases} \frac{|x+2|-|x-2|}{|x+2|+|x-2|}=\frac{x+2+x-2}{x+2-x+2}=\frac{2x}{4}=\frac{x}{2}$$

$$if\quad x\geq 2 \Rightarrow \begin{cases}|x+2|=+(x+2)\\|x-2|=+(x-2)\end{cases} \frac{|x+2|-|x-2|}{|x+2|+|x-2|}=\frac{x+2-x+2}{x+2+x-2}=\frac{4}{2x}=\frac{2}{x}$$

$$\frac{\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-4x+4}}{\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-4x+4}}=\begin{cases}\dfrac{2}{x} & ;\ x\leq -2 \text{ یا } x\geq 2\\ \dfrac{x}{2} & ;\ -2<x<2\end{cases}$$

28 ځواب)

$$-\frac{13}{12}a=\frac{a}{4}-\frac{4a}{3}$$

$$\sqrt{a^2+a\sqrt{a}-\frac{13}{12}a-\frac{2}{3}\sqrt{a}+\frac{4}{9}}=\sqrt{a^2+\frac{a}{4}+\frac{4}{9}+a\sqrt{a}-\frac{4a}{3}-\frac{2\sqrt{a}}{3}}$$

$$=\sqrt{\left(a+\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$=a+\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{3}\qquad (I)$$

ګورو چې د مطلقه قیمت دننه مقدار په کوم شرط مثبت او په کوم شرط منفي دی:

د مطلقه قیمت دننه افاده، نسبت $\sqrt{a}$ ته دویم درجه ده.

$$a+\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{3}=0 \Rightarrow 6a+3\sqrt{a}-4=0$$

$$\Delta=(3)^2-4(6)(-4)=105 \Rightarrow \sqrt{a}=\frac{-3\pm\sqrt{105}}{12}$$

$\sqrt{a}$	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{105}}{12}$		$\frac{-3+\sqrt{105}}{12}$		$+\infty$
$6a+3\sqrt{a}-4$		+	0	−	0	+	

د $\sqrt{a}$ د مثبت والي په پام کې نیولو سره لرو چې:

$$0\leq\sqrt{a}\leq\frac{\sqrt{105}-3}{12}\xrightarrow{(I)}a+\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{3}\leq 0$$

$$\sqrt{a}>\frac{\sqrt{105}-3}{12}\xrightarrow{(I)}a+\frac{1}{2}\sqrt{a}-\frac{2}{3}>0$$

د شرط اړوند نامساوات، د نامساواتو د دواړو خواوو د مثبت والي په پام کې نيولو سره کولی شو په توان ورسوو.

$$if\ \ 0 \le \sqrt{a} \le \frac{\sqrt{105}-3}{12} => 0 \le a \le \frac{19-\sqrt{105}}{24} => a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3} \le 0$$

$$=> \left|a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3}\right| = -\left(a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3}\right)$$

$$if\ \ \sqrt{a} > \frac{\sqrt{105}-3}{12} => a > \frac{19-\sqrt{105}}{24} => a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3} > 0$$

$$=> \left|a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3}\right| = +\left(a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3}\right)$$

$$\left|a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3}\right| = \begin{cases} a + \frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{3} & ; \quad a > \frac{19-\sqrt{105}}{24} \\ \frac{2}{3} - a - \frac{1}{2}\sqrt{a} & ; \quad 0 \le a \le \frac{19-\sqrt{105}}{24} \end{cases}$$

$$\left(\frac{\sqrt{105}-3}{12}\right)^2 = \frac{105+9-6\sqrt{105}}{144} = \frac{114-6\sqrt{105}}{144} = \frac{19-\sqrt{105}}{24}$$

29 **ځواب)**

$$\sqrt{1-\sin 2x} = \sqrt{(\sin^2 x + \cos^2 x) - \sin 2x}$$
$$= \sqrt{\sin^2 x _ \cos^2 x - 2\sin x \cos x}$$
$$= \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$$
$$= |\sin x - \cos x|$$

ددې لپاره چې فرض شوی مساوات سم وي، بايد ولرو چې:

$$|\sin x - \cos x| = +(\sin x - \cos x)$$

دغه مساوات هغه مهال صدق کوي چې:

$$\sin x - \cos x \ge 0 => \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \ge 0$$

د sin قيمت يوازې د مثلثاتي دايرې په لومړۍ او دويمه ربع کې مثبت دی، يعنې:

$$0 \le x - \frac{\pi}{4} \le \pi => \frac{\pi}{4} \le x \le \frac{5\pi}{4}$$

يوازې په $\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{5\pi}{4}$ شرط فرض شوی مساوات صدق کوي.

30 ځواب)

$$\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} = \sqrt{(x+1)+1+2\sqrt{x+1}}$$
$$= \sqrt{\left(\sqrt{x+1}+1\right)^2}$$
$$= \left|\sqrt{x+1}+1\right|$$
$$= \sqrt{x+1}+1$$
$$\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = \sqrt{(x+1)+1-2\sqrt{x+1}}$$
$$= \sqrt{\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2}$$
$$= \left|\sqrt{x+1}-1\right|$$
$$\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = \left(\sqrt{x+1}+1\right)+\left|\sqrt{x+1}-1\right|$$
$$= \left(\sqrt{x+1}+1\right)+\left[-\left(\sqrt{x+1}-1\right)\right] \quad (\mathrm{I})$$
$$= \left(\sqrt{x+1}+1\right)+\left(1-\sqrt{x+1}\right)$$
$$= 2$$
$$(\mathrm{I}): if \quad \sqrt{x+1}-1<0 \Rightarrow \left|\sqrt{x+1}-1\right| = -\left(\sqrt{x+1}-1\right) = 1-\sqrt{x+1}$$

ددې لپاره چې د پاسنۍ افادې حاصل ثابت قیمت ولري، نو باید:

$$if \quad \sqrt{x+1}-1<0 \Rightarrow \sqrt{x+1}<1 \Rightarrow x+1<1 \Rightarrow x<0$$

په $x<0$ شرط، یاده افاده له x څخه خپلواک ده.

31 ځواب)

$$if \quad x \le -5 \Rightarrow x+5 \le 0 \Rightarrow \begin{cases} |x+5| = -(x+5) \\ |x-1| = -(x-1) \end{cases}$$
$$|x+5|+|x-1|+2x = -(x+5)-(x-1)+2x$$
$$= -x-5-x+1+2x$$
$$= -4$$

فرض شوې افاده د $x \le -5$ لپاره له x څخه خپلواک او مساوي په -4 ده.

32 ځواب)

$$\sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{\sqrt{x^2}} \Rightarrow \sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{|x|} \quad ; \quad if \quad x \ge 0$$
$$\Rightarrow \sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{x}$$

پاسنۍ مساوات هغه مهال صدق کوي چې $x \ge 0$ وي.

33 ځواب)

$$2x+6=0 \Rightarrow x=-3$$
$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$2x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	

$$if \quad x \le -3 \Rightarrow P = -(2x+6)+(x-1)$$
$$\Rightarrow P = -2x-6+x-1$$
$$\Rightarrow P = -x-7$$
$$-x-7=0 \Rightarrow x=-7$$
$$if \quad -3 \le x \le 1 \Rightarrow P = (2x+6)+(x-1)$$
$$\Rightarrow P = 3x+5$$
$$3x+5=0 \Rightarrow x=-\frac{5}{3}$$
$$if \quad x \ge 1 \Rightarrow P = (2x+6)-(x-1)$$
$$\Rightarrow P = x+7$$
$$x+7=0 \Rightarrow x=-7$$

x	$-\infty$		-7		-3		$-\frac{5}{3}$		1		$+\infty$
$-x-7$		$+$	0	$-$		$-$		$-$		$-$	
$3x+5$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+7$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$p=\lvert 2x+6\rvert-\lvert x-1\rvert$		$+$	0	$-$		$-$		$+$		$+$	

د پاسني جدول په لومړۍ کرښه کې، $-x-7$ په $x \le -3$ انټروال کې تعریف شوی، نو ددغه انټروال خانې (حجرې) ځواب ګڼل کيږي او پاتې خانې تورو.

پام مو وي چې -7 په $x \le -3$ انټروال کې د $-x-7$ افاده جذر دی، نو په وروستۍ کرښه کې P صفر کوي.

34 ځواب)

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$
$$x=0$$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$	

$$if \quad x \le -2 \Rightarrow P = 2x-2(x+2)+4x$$
$$\Rightarrow P = 2x-2x-4+4x$$
$$\Rightarrow P = 4x-4$$
$$4x-4=0 \Rightarrow x=1$$

$$if \quad -2 \le x \le 0 => P = 2x + 2(x+2) + 4x$$
$$=> P = 8x + 4$$
$$8x + 4 = 0 => x = -\frac{1}{2}$$
$$if \quad x \ge 0 => P = 2x + 2(x+2) - 4x$$
$$=> P = 4$$

$P = 4 > 0$ تل مثبت دی.

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$4x-4$		−		−		−		−	0	+	
$8x+4$		−		−	0	+		+		+	
4		+		+		+		+		+	
P		−		−	0	+		+		+	

35 ځواب)

(یادونه) $if \quad a > 0 \;;\; |x| = a \Leftrightarrow x = \pm a$

$$|x| = 7 => x = \pm 7$$
$$D = \{-7, 7\}$$

36 ځواب)

(یادونه) $|x| = |-x|$

$$|-x| = 7 => |x| = 7$$
$$=> x = \pm 7$$
$$D = \{-7, 7\}$$

37 ځواب)

معادله ځواب نلري، ځکه د هر عدد مطلقه قیمت مثبت دی.

$$D = \{\ \} = \phi$$

38 ځواب)

(یادونه) $|x| = \begin{cases} x \;, & x \ge 0 \\ -x \;, & x < 0 \end{cases} \Big\rangle if \quad x \ge 0 => |x| = x$

$$D = [0, +\infty)$$

39 ځواب)

(یادونه) $if \quad a > 0 \;;\; |x| = a \Leftrightarrow x = \pm a$

$$|2x+1| = 5 => 2x + 1 = \pm 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1=5 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2 \\ 2x+1=-5 \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

$D=\{-3,2\}$

40 ځواب)

(يادونه) $\forall x, y \in R \ ; \ |x|=|y| \Leftrightarrow x=\pm y$

$|2x-1|=|x+3| \Rightarrow 2x-1=\pm(x+3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=x+3 \Rightarrow x=4 \\ 2x-1=-x-3 \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

$D=\left\{-\frac{2}{3}, 4\right\}$

41 ځواب)

(يادونه) $if \quad a>0 \ ; \ |x|=a \Leftrightarrow x=\pm a$

$$\left|\frac{x-1}{x+1}\right|=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1}=\pm\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x+1}=\frac{1}{2}(x+1)=2(x-1) \Rightarrow x=3 \\ \frac{x-1}{x+1}=-\frac{1}{2} \Rightarrow -(x+1)=2(x-1) \Rightarrow x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$D=\left\{\frac{1}{3}, 3\right\}$

42 ځواب)

پام مو وي چې $c \geq 0$ دی:

$||x+a|+b|=c \Rightarrow |x+a|+b=\pm c$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x+a|+b=c \Rightarrow |x+a|=c-b \Rightarrow x+a=\pm(c-b) \Rightarrow x=-a\pm(c-b) \\ |x+a|+b=-c \Rightarrow |x+a|=-c-b \Rightarrow x+a=\pm(-c-b) \Rightarrow x=-a\pm(-c-b) \end{cases}$$

$D=\{-a\pm(c-b)\ ,\ -a\pm(-c-b)\}$

43 ځواب)

له دې چې مطلقه قیمت لرې شوی او دننه افاده یې له منفي سره ضرب شوې، نو د مطلقه قیمت دننه افاده منفي یا صفر ده.

$x^2-9 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9$

$\Rightarrow |x| \leq 3$

$\Rightarrow -3 \leq x \leq 3$

$D=[-3,3]$

44 ځواب)

له دې چې مطلقه قيمت لرې شوی او دننه افاده يې له منفي سره ضرب شوې، نو د مطلقه قيمت دننه افاده منفي يا صفر ده:

$$x^2-\pi^2\le 0 \Rightarrow x^2\le\pi^2$$
$$\Rightarrow |x|\le\pi$$
$$\Rightarrow -\pi\le x\le\pi$$

$D=[-\pi,\pi]$

45 ځواب)

$$\left||x-5|-10\right|=4 \Rightarrow |x-5|-10=\pm 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-5|-10=4 \Rightarrow |x-5|=14 \Rightarrow x-5=\pm 14 \Rightarrow \begin{cases} x-5=14 \Rightarrow x=19 \\ x-5=-14 \Rightarrow x=-9 \end{cases} \\ |x-5|-10=-4 \Rightarrow |x-5|=6 \Rightarrow x-5=\pm 6 \Rightarrow \begin{cases} x-5=6 \Rightarrow x=11 \\ x-5=-6 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \end{cases}$$

$D=\{-9,-1,11,19\}$

46 ځواب)

$$5^{x+|x-2|}=25 \Rightarrow 5^{x+|x-2|}=5^2$$
$$\Rightarrow x+|x-2|=2$$
$$\Rightarrow |x-2|=2-x$$

له دې چې مطلقه قيمت لرې شوی او دننه افاده يې له منفي سره ضرب شوې، نو د مطلقه قيمت دننه افاده منفي يا صفر ده.

$$x-2\le 0 \Rightarrow x\le 2$$

$D=(-\infty,2]$

47 ځواب)

(يادونه) $|x|^2=|x^2|=x^2$

$$x^2+6=5|x| \Rightarrow x^2-5|x|+6=0$$
$$\Rightarrow |x|^2-5|x|+6=0$$
$$\Rightarrow (|x|-2)(|x|-3)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} |x|-2=0 \Rightarrow |x|=2 \Rightarrow x=\pm 2 \\ |x|-3=0 \Rightarrow |x|=3 \Rightarrow x=\pm 3 \end{cases}$$

$D=\{-3,-2,2,3\}$

48 ځواب)

$|x|^2=|x^2|=x^2$ (يادونه

$$x^2+3|x|=4 \Rightarrow x^2+3|x|-4=0$$
$$\Rightarrow |x|^2+3|x|-4=0$$
$$\Rightarrow (|x|-1)(|x|+4)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}|x|-1=0 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x=\pm 1\\ |x|+4=0 \Rightarrow |x|=-4\end{cases}$$

$|x|=-4$ معادله ځواب نلري.

$D=\{-1,1\}$

49 ځواب)

$$x^2-4|x|+1=0 \Rightarrow |x|^2-4|x|+1=0$$

دويم درجه معادله د $|x|$ له جنسه حل کوو:

$$\Rightarrow |x|=2\pm\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow x=\pm(2\pm\sqrt{3})$$
$$\Rightarrow \begin{cases}x=2\pm\sqrt{3}\\ x=-(2\pm\sqrt{3}) \Rightarrow x=-2\mp\sqrt{3}\end{cases}$$

$D=\{2\pm\sqrt{3}\ ,\ -2\mp\sqrt{3}\}$

50 ځواب)

$$x^2+2|x|-1=0 \Rightarrow |x|^2+2|x|-1=0$$

دويم درجه معادله د $|x|$ له جنسه حلوو:

$$\Rightarrow |x|=-1\pm\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow \begin{cases}|x|=-1+\sqrt{2} \Rightarrow x=\pm(-1+\sqrt{2})\\ |x|=-1-\sqrt{2}\end{cases}$$

$D=\{\pm(-1+\sqrt{2})\}$

$|x|=-1-\sqrt{2}$ معادله ځواب نلري.

51 ځواب)

$$|x^2-x-6|=x+2 \Rightarrow x^2-x-6=\pm(x+2)$$

$$=> \begin{cases} x^2 - x - 6 = +(x+2) => x^2 - 2x - 8 = 0 => \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \\ x^2 - x - 6 = -(x+2) => x^2 - x - 6 = -x - 2 => x^2 = 4 => \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$$

$$D = \{-2\ ,\ 2\ ,\ 4\}$$

52 ځواب)

$$\left|x^2 + 3x\right| + x^2 - 2 = 0 => \left|x^2 + 3x\right| = 2 - x^2$$

$$=> x^2 + 3x = \pm\left(2 - x^2\right)$$

$$=> \begin{cases} x^2 + 3x = \left(2 - x^2\right) => x^2 + 3x = 2 - x^2 => 2x^2 + 3x - 2 = 0 => x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} => \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ x^2 + 3x = -\left(2 - x^2\right) => x^2 + 3x = -2 + x^2 => 3x = -2 => x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$x = -2$ په معادله کې صدق نه کوي.

$$D = \left\{\frac{-2}{3}, \frac{1}{2}\right\}$$

53 ځواب)

$$x^2 - |x| - 7 = 0 => |x|^2 - |x| - 7 = 0$$

د $|x|$ له جنسه دویم درجه معادله لرو:

له دې چې $\frac{c}{a} < 0$ ده نو د $|x|$ لپاره یو ځواب منفي او بل مثبت ترلاسه کیږي، منفي ځواب د منلو وړ نه دی، د $|x|$ له مثبت ځواب څخه د x لپاره دوه، یو د بل معکوس ځوابونه ترلاسه کیږي.

54 ځواب)

$$\max\{a, b\} = \frac{a+b}{2} + \frac{|a-b|}{2}$$ (یادونه)

$$\max\{x, 1-x\} = 1 => \frac{x + (1-x)}{2} + \frac{|x - (1-x)|}{2} = 1$$

$$=> \frac{1}{2} + \frac{|2x-1|}{2} = 1$$

$$=> \frac{|2x-7|}{2} = \frac{x}{2}$$

$$=> |2x-1| = 1$$

$$=> 2x-1=\pm 1$$

$$=> \begin{cases} 2x-1=1 => x=1 \\ 2x-1=-1 => x=0 \end{cases}$$

معادله دوه ځوابونه لري.

$D=\{0,1\}$

ځواب) 55

(يادونه $\max\{a,b\}=\frac{a+b}{2}+\frac{|a-b|}{2}$

$$\max\{-x,x-2\}=1 => \frac{-x+(x-2)}{2}+\frac{|-x-(x-2)|}{2}=1$$

$$=> \frac{-x+x-2}{2}+\frac{|-x-x+2|}{2}=1$$

$$=> -1+\frac{|-2x+2|}{2}=1$$

$$=> |-2x+2|=4$$

$$=> (-2x+2)=\pm 4$$

$$=> \begin{cases} -2x+2=4 => -2x=2 => x=-1 \\ -2x+2=-4 => -2x=-6 => x=3 \end{cases}$$

معادله دوه ځوابونه لري.

$D=\{-1,3\}$

ځواب) 56

(يادونه $\max\{f(x),g(x)\}+\min\{f(x),g(x)\}=f(x)+g(x)$

$$\max\{2x,x-1\}+\min\{2x,x-1\}=2 => (2x)+(x-1)=2$$

$$=> 3x-1=2$$

$$=> 3x=3$$

$$=> x=1$$

معادله يو ځواب لري.

ځواب) 57 (2) ځواب سم دی.

(يادونه $\min\{a,b\}=\frac{a+b}{2}-\frac{|a-b|}{2}$

$$y=\min\{x,|x|\} => y=\frac{x+|x|}{2}-\frac{|x-|x||}{2}$$

$$if \quad x \geq 0 => y = \frac{x+x}{2} - \frac{|x-x|}{2} => y = \frac{2x}{2} => y = x$$

$$if \quad x < 0 => y = \frac{x-x}{2} - \frac{|x+x|}{2} => y = -\frac{|2x|}{2} => y = -|x| => y = -(-x) => y = x$$

$$y = \begin{cases} x & ; \quad x \geq 0 \\ x & ; \quad x < 0 \end{cases} \Big\rangle \; y = x \;\; ; \;\; x \in R$$

58 ځواب)

$$x^2 + |x^2 - 25| = 25 => |x^2 - 25| = 25 - x^2$$

له دې چې مطلقه قيمت لرې شوی او دننه افاده يې له منفي سره ضرب شوې، نو د مطلقه قيمت دننه افاده منفي يا صفر ده.

$$x^2 - 25 \leq 0 => x^2 \leq 25$$
$$=> |x| \leq 5$$
$$=> -5 \leq x \leq 5$$
$$=> x \in \{-5, -4, \cdots, 0, \cdots, 4, 5\}$$

معادله 11 ځوابونه لري.

59 ځواب)

$$|x^2 - 3| = 1 => x^2 - 3 = \pm 1$$

$$=> \begin{cases} x^2 - 3 = 1 => x^2 = 4 => x = 2 \quad , \quad -2 \\ x^2 - 3 = -1 => x^2 = 2 => x = \sqrt{2} \, , \quad -\sqrt{2} \end{cases}$$

معادله دوه ناطق ځوابونه لري چې عبارت دي له $x = 2 \;\; , \; -2$ څخه.

60 ځواب)

$$|x + a| = b => x + a = \pm b => \begin{cases} x = b - a & (1) \\ x = -b - a & (2) \end{cases}$$

$$|x - a| = b => x - a = \pm b => \begin{cases} x = b + a & (3) \\ x = -b + a & (4) \end{cases}$$

$\begin{cases} (2) \; , \; (3) \\ (1) \; , \; (4) \end{cases}$ رابطې د يوه بل معكوس دي.

61 ځواب)

$|x + y| \leq |x| + |y| \quad , \quad if \quad |xy| = xy \Leftrightarrow xy \geq 0 \Leftrightarrow |x + y| = |x| + |y|$ (يادونه)

$$if \quad |f(x) + g(x)| = |f(x)| + |g(x)| => f(x) \cdot g(x) \geq 0$$
$$=> (x-1)(2x-3) \geq 0$$

$$D = (-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

62 ځواب)

$$a^3 + a^2|a+x| + |a^2x+1| = 1 => |a^2x+1| + |a^3+a^2x| = 1 - a^3$$

$$=> |a^2x+1| + |a^3+a^2x| = (a^2x+1) - (a^3+a^2x)$$

د مطلقه قيمت د ځانګړنو په پام کې نيولو سره، پوهيږو چې $|A| + |B| = A - B$ مساوات هغه مهال او يوازې هغه مهال صدق کوی چې $A \geq 0$, $B \leq 0$ وي.

$$=> \begin{cases} a^2x + 1 \geq 0 \\ a^3 + a^2x \leq 0 \end{cases}$$

لومړی حالت) $a = 0$

د مسئلې له شرط سره صدق کوي، ځکه په دغه حالت کې سيستم د هر $x \in R$ لپاره صدق کوي.

دويم حالت) $a \neq 0$

$$\begin{cases} a^2x + 1 \geq 0 \\ a^3 + a^2x \leq 0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} x \geq \dfrac{-1}{a^2} \\ a^2(a+x) \leq 0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} x \geq (-1)a^{-2} \\ (a+x) \leq 0 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} x \geq -a^{-2} \\ x \leq -a \end{cases} \Bigg\rangle -a^{-2} \leq x \leq -a$$

بايد د a ټول قيمتونه ترلاسه کړو، داسې چې د هر يوه لپاره يې پاسنی سيستم لږ تر لږه څلور داسې بيلابيل ځوابونه ولري چې صحيح اعداد وي.

$-a$ او $-\dfrac{1}{a^2}$ اعداد له يوه بل سره پرتله کوو، له تفاضل څخه يې لرو:

$$-\frac{1}{a^2} - (-a) = -\frac{1}{a^2} + a = \frac{-1 + a^3}{a^2} = \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2} = (a-1)\frac{(a^2+a+1)}{a^2}$$

$\dfrac{(a^2+a+1)}{a^2}$ کسر د هر $a \neq 0$ لپاره مثبت قيمت لري، نو پاس په منفي علامه هيڅ تاثير نلري، په دې اساس پر $(a-1)$ بحث کوو:

$$if \;\; a < 1 => -\frac{1}{a^2} - (-a) < 0 => -a^{-2} < -a$$

$$if \;\; a = 1 => -\frac{1}{a^2} - (-a) = 0 => -a^{-2} = -a = -1$$

$$if \;\; a > 1 => -\frac{1}{a^2} - (-a) > 0 => -a^{-2} > -a$$

الف) په $a > 1$ حالت کې سيستم ځواب نلري.

$$\begin{cases} -a^{-2} > -a \\ -a^{-2} \le x \le -a \end{cases} a \in \phi$$

ب) که $a = 1$ وي، په هغه صورت کې $x = -1$ دی، یعنې یوازې یو ځواب ترلاسه کیږي او د مسئلې شرط صدق نه کوي.

$$\begin{cases} a = 1 \\ -a^{-2} \le x \le -a \end{cases} -1 \le x \le -1 => x = -1$$

ج) که $0 < a < 1$ وي، د $a = \frac{1}{2}$ په ټاکلو سره لرو چې:

$$\begin{cases} 0 < a < 1 \\ -a^{-2} \le x \le -a \end{cases} \quad if \quad a = \frac{1}{2} => -4 \le x \le -\frac{1}{2} => x = -4, -3, -2, -1$$

$\left[-4, -\frac{1}{2}\right]$ تړلی انتروال لږ تر لږه څلور صحیح اعداد لري، پـه دې اساس $-a^{-2} \le -4$ نامساوات باید صدق وکړي:

$$\begin{cases} 0 < a < 1 \\ -\frac{1}{a^2} \le -4 \end{cases} \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 1 - 4a^2 \ge 0 \end{cases} 0 < a \le \frac{1}{2}$$

په دې توګه، که $0 < a \le \frac{1}{2}$ وي، په دې صـورت کـې فـرض شـوې معادلـه، لږ تـر لـږه څلـور بیلابیـل ځوابونه لري.

د) که $-1 < a < 0$ وي، د $a = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ په ټاکلو سره لرو چې:

$$\begin{cases} -1 < a < 0 \\ -a^{-2} \le x \le -a \end{cases} if \quad a = -\frac{1}{\sqrt{3}} => -3 \le x \le \frac{1}{\sqrt{3}} => -3 \le x \le \frac{\sqrt{3}}{3} => x = -3, -2, -1, 0$$

$\left[-3, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ تړلی انتروال لږ تر لږه څلور صحیح اعداد لـري، پـه دې اسـاس $-a^{-2} \le -3$ نامساوات باید صدق وکړي:

$$\begin{cases} -1 < a < 0 \\ -a^{-2} \le -3 \end{cases} \begin{cases} -1 < a < 0 \\ 3a^2 - 1 \le 0 \end{cases} -\frac{\sqrt{3}}{3} \le a < 0$$

په دې توګه، که $-\frac{\sqrt{3}}{3} \le a < 0$ وي، په دې صورت کې معادله څلور ځوابونه لري.

هـ) که $a = -1$ وي په دې صورت کې $[-1,1]$, تړلی انتروال یوازې درې صحیح اعداد لري، یعنـې د مسئلې شرط صدق نه کوي.

$$\left.\begin{cases} a=-1 \\ -a^{-2} \le x \le -a \end{cases}\right\rangle -1 \le x \le 1 => x=-1,0,1$$

و) که $a < -1$ وي په دې صورت کې مشروط په $a \le -3$، معادله لږ تر لږه څلور صحیح اعداد لري.

$$D=(-\infty,-3]\cup\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]\cup\{0\}$$

63 **ځواب)**

$(x_0\,, y_0)$ د سیستم ځواب منو، او د فرضیې پر اساس $x_0 > 0$ او $y_0 < 0$ دی.

$$\begin{cases} if \quad x_0+\dfrac{1}{y_0}=a \\ if \quad \dfrac{10}{3}-x_0+y_0=b \end{cases}$$

په دې حالت کې د سیستم لومړۍ معادله کولی شو په $|a|+|b|=a+b$ توګه ولیکو:

$$\left|x_0+\frac{1}{y_0}\right|+\left|\frac{10}{3}-x_0+y_0\right|=x_0+\frac{1}{y_0}+\frac{10}{3}-x_0+y_0$$

$$=>\left|x_0+\frac{1}{y_0}\right|+\left|\frac{10}{3}-x_0+y_0\right|=\frac{10}{3}+y_0+\frac{1}{y_0}$$

د مطلقه قیمت د ځانګړنو په پام کې نیولو سره، د $|a|+|b|=a+b$ د صدق لپاره اړین او کافي شرط دا دی چې $a \ge 0$ او $b \ge 0$ وي:

$$\left.\begin{cases} \dfrac{10}{3}-x_0+y_0 \ge 0 \\ x_0+\dfrac{1}{y_0} \ge 0 \end{cases}\right\rangle \frac{10}{3}+\frac{1}{y_0}+y_0 \ge 0 \xrightarrow{y_0<0} y_0^2+\frac{10}{3}y_0+1 \le 0$$

$$0 < x_0 \le \frac{10}{3}+y_0 => x_0^2 \le \left(\frac{10}{3}+y_0\right)^2$$

$$=> x_0^2+y_0^2 \le \left(\frac{10}{3}+y_0\right)^2+y_0^2 \quad ; \quad x_0^2+y_0^2=\frac{82}{9}$$

$$=> \frac{82}{9} \le y_0^2+\left(\frac{10}{3}+y_0\right)^2$$

$$=> y_0^2+\frac{10}{3}y_0+1 \ge 0$$

$$y_0^2+\frac{10}{3}y_0+1=0 => \begin{cases} y_0=-3 \xrightarrow{x_0>0\,,\,x_0^2+y_0^2=\frac{82}{9}} x_0=\frac{1}{3} \\ y_0=-\frac{1}{3} \xrightarrow{x_0>\,,\,x_0^2+y_0^2=\frac{82}{9}} x_0=3 \end{cases}$$

په دې اساس د اعـدادو $(x_0\,,y_0)$ جـوړه (چـې د مسـئلې لـه شرط سره سـمون لـري)، بایـد د دوو $\left(3,-\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},-3\right)$ جوړو له منځه ترلاسه کړو. ازموینې ښيي چې دواړه یې د پام وړ ځوابونـه دي او ښکاره ده چې فرض شوی سیستم بل داسې ځواب چې له اړونده شرطونو سره سمون ولري، نلري.

64 **ځواب)**

$$\begin{cases}|x+y-4|=5\\|x-3|+|y-1|=5\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}|x+y-4|=5\\|x-3|+|y-1|=5\\|x+y-4|=|x-3|+|y-1|\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}|x+y-4|=5\\|x-3|+|y-1|=5\\(x-3)(y-1)\ge 0\end{cases}$$

دغه سیستم هم په خپل وار د لاندې سیستمونو له مجموع سره معادل دی:

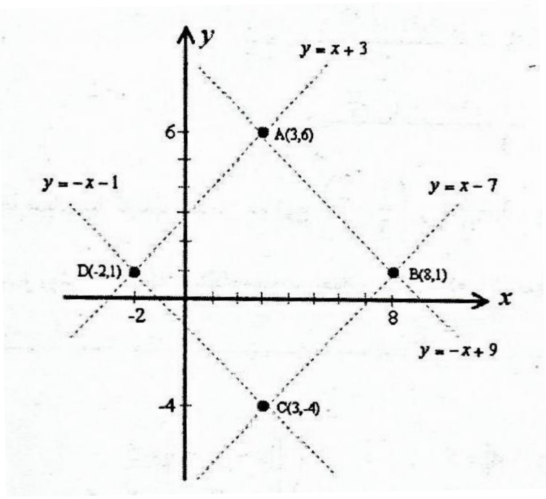
$$\begin{cases}|x+y-4|=5\\|x-3|+|y-1|=5\\x-3\ge 0\\y-1\ge 0\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x+y-4=5\\(x-3)+(y-1)=5\\x-3\ge 0\\x-1\ge 0\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x+y=9\\x\ge 3\\y\ge 1\end{cases}$$

$$\begin{cases}|x+y-4|=5\\|x-3|+|y-1|=5\\x-3\le 0\\y-1\le 0\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}-(x+y-4)=5\\-x+3-y+1=5\\x\le 3\\x\le 3\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x+y=-1\\x\le 3\\x\le 3\end{cases}$$

د لومړي سیستم ټول ځوابونه په $(t\,,9-t)$ توګه لیکو، چې په هغه کې t لـه $[3,8]$ انـتروال څخـه هـر عدد کېدلی شي.

د دویم سیستم ټول ځوابونه په $(a\ ,\ -1-a)$ توګه لیکو، چې په هغه کې a له $[-2,3]$ انتروال څخه هر عدد کېدلی شي.

د سیستم هندسي تعبیر:



الف)

د $y=-x+9$ مستقیم خط ټولې نقطې یعنې $(t,9-t)$ نقطې د $t\in(-\infty,+\infty)$ لپاره.

د $y=-x-1$ مستقیم خط ټولې نقطې یعنې د $a\in(-\infty\ ,\ +\infty)$ لپاره نقطې.

د سیستم د لومړۍ معادلې د ځوابونو سیټ جوړوي.

ب) د $ABCD$ مربع د محیط پرمخ د پرتو نقطو سیټ د $A(3,6), B(8,1), C(3,-4), D(-2,1)$ په فرضولو سره:

$(t,9-t)$ نقطې په $t\in[3,8]$ شرط د AB ضلعې نقطې،

$(\alpha,\alpha-7)$ نقطې په $\alpha\in[3,8]$ شرط د BC ضلعې نقطې،

$(a,-1-a)$ نقطې په $a\in[-2,3]$ شرط د CD ضلعې نقطې،

$(\beta,\beta+3)$ نقطې په $\beta\in[-2,3]$ شرط د DA ضلعې نقطې.

د ټولو ځوابونو مجموع، د سیستم دویمه معادله جوړوي.

ج) د $ABCD$ مربع د AB ضلعې اړوند ټولې نقطې پر $y=-x+9$ مستقیم خط پرتې دي، ضمناً د CD ضلعې ټولې نقطې پر $y=-x-1$ خط پرتې دي (یعنې $(t,9-t)$ نقطې په $t\in[3,8]$ شرط او $(a,-1-a)$ نقطې په $(a\in[-2,3])$ شرط، د سیستم د ټولو ځوابونو څرګندونکې دی.

65 ځواب)

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$$\text{if}\quad x\geq 2 \Rightarrow (x-2)=1-x$$
$$\Rightarrow 2x=3$$
$$\Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

$x=\frac{3}{2}$ په $x \geq 2$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if \quad x<2 => -x+2=1-x$$
$$=> 2=1$$

$2 \neq 1$ دی، نو معادله په $x<2$ انتروال کې ځواب نلري.

$D=\phi$

66 ځواب)

$x+2=0 => x=-2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$

$$if \quad x \geq -2 => (x+2)=1+x$$
$$=> 2=1$$

$2 \neq 1$ دی نو معادله په $x \geq -2$ انتروال کې ځواب نلري.

$$if \quad x<-2 => -(x+2)=1+x$$
$$=> -x-2=1+x$$
$$=> 2x=-3$$
$$=> x=-\frac{3}{2}$$

$x=-\frac{3}{2}$ په $x<-2$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$D=\phi$

67 ځواب)

$x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	$-$	0	$+$

$$if \quad x \geq 0 => x-x=2$$
$$=> 0=2$$

$2 \neq 0$ دی، نو معادله په $x \geq 0$ انتروال کې ځواب نلري.

$$if \quad x<0 => -x-x=2$$
$$=> -2x=2$$
$$=> x=-1$$

$x=-1$ په $x<0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$D=\{-1\}$

68 ځواب)

$x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	$-$	0	$+$

$$if \quad x \ge 0 \Rightarrow x^3 + x = 0$$
$$\Rightarrow x(x^2 + 1) = 0$$
$$\Rightarrow x = 0$$

$x = 0$ په $x \ge 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x < 0 \Rightarrow x^3 - x = 0$$
$$\Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$$
$$\Rightarrow x = 0 \ , \ 1 \ , \ -1$$

$x = -1$ په $x < 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$D = \{0, -1\}$$

69 ځواب)

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	

$$if \quad x \ge 2 \Rightarrow x - 2 = 2x - 10$$
$$\Rightarrow x = 8$$

$x = 8$ په $x \ge 2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x < 2 \Rightarrow -x + 2 = 2x - 10$$
$$\Rightarrow 3x = 12$$
$$\Rightarrow x = 4$$

$x = 4$ په $x < 2$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$D = \{8\}$$

70 ځواب)

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$
$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

x	$-\infty$		-7		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+7$		$-$	0	$+$		$+$	

$$if \quad x \le -7 \Rightarrow -(2x - 3) = -(x + 7)$$
$$\Rightarrow 2x - 3 = x + 7$$
$$\Rightarrow x = 10$$

$x = 10$ په $x \le -7$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if \quad -7 \le x \le \frac{3}{2} \Rightarrow -(2x - 3) = x + 7$$
$$\Rightarrow -2x + 3 = x + 7$$
$$\Rightarrow 3x = -4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

$x = -\frac{4}{3}$ په $-7 \le x \le \frac{3}{2}$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x \ge \frac{3}{2} \Rightarrow (2x-3) = (x+7)$$

$$\Rightarrow x = 10$$

$x = 10$ په $x \ge \frac{3}{2}$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$D = \left\{-\frac{4}{3}\ ,\ 10\right\}$$

71 **ځواب)**

$$2x-3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		−		−	0	+	
$x+1$		−	0	+		+	

$$if \quad x \le -1 \Rightarrow -(2x-3) - [-(x+1)] = 5x-10$$

$$\Rightarrow -2x+3+x+1 = 5x-10$$

$$\Rightarrow 6x = 14$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

$x = \frac{7}{3}$ په $x \le -1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad -1 \le x \le \frac{3}{2} \Rightarrow -(2x-3) - (x+1) = 5x-10$$

$$\Rightarrow -2x+3-x-1 = 5x-10$$

$$\Rightarrow -8x = -12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$x = \frac{3}{2}$ په $x \ge \frac{3}{2}$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x \ge \frac{3}{2} => (2x-3)-(x+1)=5x-10$$
$$=> 2x-3-x-1=5x-10$$
$$=> -4x=-6$$
$$=> x=\frac{6}{4}$$
$$=> x=\frac{3}{2}$$

72 ځواب)

$$x+1=0 => x=-1$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
x+1	−	0	+

$$if \quad x \ge -1 => [+(x+1)+1](x-3)=2$$
$$=> (x+2)(x-3)=2$$
$$=> x^2-x-6=2$$
$$=> x^2-x-8=0$$
$$=> x=\frac{1\pm\sqrt{33}}{2}$$

$x=\frac{1+\sqrt{33}}{2}$ په $x \ge -1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x < -1 => [-(x+1)+1](x-3)=2$$
$$=> (-x-1+1)(x-3)=2$$
$$=> (-x)(x-3)=2$$
$$=> -x^2+3x-2=0$$
$$=> x^2-3x+2=0$$
$$=> x=1,2$$

$x=1,2$ په $x \le -1$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$D=\left\{\frac{1+\sqrt{33}}{2}\right\}$$

73 ځواب)

$$\sqrt{(x^2-4)^2}+\sqrt{x^2}=2-2x => |x^2-4|+|x|=2-2x$$

$$x^2-4=0 => x=\pm 2$$
$$x=0$$

x	$-\infty$	-2		0		2	$+\infty$
x^2-4	+	0	−		−	0	+
x	−		−	0	+		+

$$if \quad x \le -2 => \left(x^2-4\right)-\left(x\right)=2-2x$$
$$=> x^2-4-x=2-2x$$
$$=> x^2+x-6=0$$
$$=> x=-3 \ , \ 2$$

$x=-3$ په $x \le -2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad -2 \le x \le 0 => -\left(x^2-4\right)-\left(x\right)=2-2x$$
$$=> -x^2+4-x=2-2x$$
$$=> x^2-x-2=0$$
$$=> x=-1,2$$

$x=-1$ په $-2 \le x \le 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad 0 \le x \le 2 => -\left(x^2-4\right)+x=2-2x$$
$$=> x^2-3x-2=0$$
$$=> x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$ په $0 \le x \le 2$ شرط صدق نه کوی، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if \quad x \ge 2 => \left(x^2-4\right)+x=2-2x$$
$$=> x^2+3x-6=0$$
$$=> x=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{2}$$

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{33}}{2}$ په $x \ge 2$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$D=\{-1,-3\}$$

74 ځواب)

$$x+1=0 => x=-1$$
$$3-x=0 => x=3$$
$$3-6x=0 => x=\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{2}$		3	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$3-x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$3-6x$	$+$		$+$	0	$-$		$-$

$$if \quad x \le -1 => -\left(x+1\right)-\left(3-x\right)=x+1-\left(3-6x\right)$$
$$=> -x-1-3+x=x+1-3+6x$$
$$=> 7x=-2$$

$$=> x = -\frac{2}{7}$$

$x = -\frac{2}{7}$ په $x \le -1$ شرط صدق نه کوی، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if \quad -1 \le x \le \frac{1}{2} => (x+1)-(3-x) = x+1-(3-6x)$$

$$=> x+1-3+x = x+1-3+6x$$

$$=> 5x = 0$$

$$=> x = 0$$

$x = 0$ په $-1 \le x \le \frac{1}{2}$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad \frac{1}{2} \le x \le 3 => (x+1)-(3-x) = x+1-(3-6x)$$

$$=> x+1-3+x = x+1+3-6x$$

$$=> -7x = -6$$

$$=> x = \frac{6}{7}$$

$x = \frac{6}{7}$ په $\frac{1}{2} \le x \le 3$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x \ge 3 => (x+1)+(3-x) = x+1+(3-6x)$$

$$=> x+1+3-x = x+1+3-6x$$

$$=> -5x = 0$$

$$=> x = 0$$

$x = 0$ په $x \ge 3$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

ددې سره سره چې په وروستي حالت کې $x = 0$ د مسئلې ځواب نه دی، خو مخکې د ځواب په توګه د منلو وړ ګرځېدلی دی.

په دې اساس معادله دوه $x = 0$, $x = \frac{6}{7}$ ځوابونه لري.

$$D = \left\{0 \ , \ \frac{6}{7}\right\}$$

75 ځواب)

$3-2x=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$2-x=0 \Rightarrow x=2$

$3-9x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$3-2x$		+		+		+	0	−		−	
$x+1$		−	0	+		+		+		+	
$2-x$		+		+		+		+	0	−	
$3-9x$		+		+	0	−		−		−	

$$if \quad x\le -1 \Rightarrow (3-2x)+(x+1)+(2-x)=(3-9x)+x-5$$
$$\Rightarrow 3-2x+x+1+2-x=3-9x+x-5$$
$$\Rightarrow 6x=-8$$
$$\Rightarrow x=-\frac{4}{3}$$

$x=-\frac{3}{4}$ په $x\le -1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad -1\le x\le \frac{1}{3} \Rightarrow (3-2x)-(x+1)+(2-x)=(3-9x)+x-5$$
$$\Rightarrow 3-2x-x-1+2-x=3-9x+x-5$$
$$\Rightarrow 4x=-6$$
$$\Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

$x=-\frac{3}{2}$ په $-1\le x\le \frac{1}{3}$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if \quad \frac{1}{3}\le x\le \frac{3}{2} \Rightarrow (3-2x)-(x+1)+(2-x)=-(3-9x)+x-5$$
$$\Rightarrow 3-2x-x-1+2-x=-3+9x+x-5$$
$$\Rightarrow -14x=-12$$
$$\Rightarrow x=\frac{6}{7}$$

$x=\frac{6}{7}$ په $\frac{1}{3}\le x\le \frac{3}{2}$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad \frac{3}{2}\le x\le 2 \Rightarrow -(3-2x)-(x+1)+(2-x)=-(3-9x)+x-5$$
$$\Rightarrow -3+2x-x-1+2-x=-3+9x+x-5$$
$$\Rightarrow -10x=-6$$

$$=> x = \frac{3}{5}$$

$x = \frac{3}{5}$ په $\frac{3}{2} \le x \le 2$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if \quad x \ge 2 => -(3-2x)-(x+1)-(2-x) = -(3-9x)+x-5$$
$$=> -3+2x-x-1-2+x = -3+9x+x-5$$
$$=> -8x = -2$$
$$=> x = \frac{1}{4}$$

$x = \frac{1}{4}$ په $x \ge 2$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

ځواب : $D = \left\{\frac{6}{7}\ ,\ -\frac{4}{3}\right\}$

76 ځواب)

$x = 0$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	

$$if \quad x \ge 0 => \frac{x+x}{2} + \frac{|x-x|}{2} = 1$$
$$=> \frac{2x}{2} + 0 = 1$$
$$=> 2x = 2$$
$$=> x = 1$$

$x = 1$ په $x \ge 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x < 0 => \frac{x-x}{2} + \frac{|x+x|}{2} = 1$$
$$=> \frac{|2x|}{2} = 1$$
$$=> |x| = 1$$
$$=> -x = 1$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	

$x = -1$ په $x < 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$D = \{-1,1\}$

77 ځواب)

$$x-1=0 => x=1$$
$$x+1=0 => x=-1$$

$$if \quad x \le -1 => \frac{-(x-1)}{x+1} + \frac{-(x+1)}{x-1} + \frac{13}{6} = 0$$
$$=> x^2 - 25 = 0$$
$$=> x = \pm 5$$

$x = \pm 5$ په $x \le -1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad -1 \le x \le 1 => \frac{-(x-1)}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} + \frac{13}{6} =$$
$$=> 13x^2 + 24x - 13 = 0$$
$$=> x = \frac{-12 \pm \sqrt{313}}{13}$$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$		+	0	−	0	+	
$x - 1$		−	0	+		+	

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{313}}{13}$ په $-1 \le x \le 1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x \ge 1 => \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} + \frac{13}{6} = 0$$
$$=> 25x^2 - 1 = 0$$
$$=> x = \pm \frac{1}{5}$$

$x = \pm \frac{1}{5}$ په $x \ge 1$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$D = \left\{ -5 \ , \ \frac{-12 \pm \sqrt{313}}{13} \right\}$$

78 ځواب)

$$x^2 - 3x + 2 = 0 => x = 1 \ , \ 2$$
$$x - 1 = 0 => x = 1$$

$$if \quad x \le 1 => \left(x^2 - 3x + 2\right) = -(x-1)$$
$$=> x^2 - 3x + 2 + x - 1 = 0$$
$$=> x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$=> (x-1)^2 = 0$$
$$=> x = 1$$

$x = 1$ په $x \le 1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad 1 \le x \le 2 => -\left(x^2 - 3x + 2\right) = (x-1)$$

$$=> x^2 - 3x + 2 + x - 1 = 0$$
$$=> x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$=> (x-1)^2 = 0$$
$$=> x = 1$$

$x = 1$ په $1 \le x \le 2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x \ge 2 => (x^2 - 3x + 2) = (x - 1)$$
$$=> x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$=> x = 1 \ , \ 3$$

$x = 3$ په $x \ge 2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$D = \{3 \ , 1\}$$

79 ځواب)

$$x^3 - 4x = 0 => x(x^2 - 4) = 0 => x = 0 \ , \ x = 2 \ , \ x = -2$$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$x^3 - 4x$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$if \quad x \le -2$ یا $0 \le x \le 2 => -(x^3 - 4x) = 2 - x$

$$=> -x^3 + 4x = 2 - x$$
$$=> x^3 - 4x = x - 2$$
$$=> (x^3 - 4x) - (x - 2) = 0$$
$$=> (x)(x-2)(x+2) - (x-2) = 0$$
$$=> (x-2)[x(x+2) - 1] = 0$$
$$=> (x-2)(x^2 + 2x - 1) = 0$$
$$=> x = 2 \ , \ -1 \pm \sqrt{2}$$

$x = 2 \ , \ -1 \pm \sqrt{2}$ په $0 \le x \le 2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$-1 - \sqrt{2}$ په $x \le -2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$if \quad -2 \le x \le 0$ یا $x \ge 2 => (x^3 - 4x) = 2 - x$

$$=> x^3 - 4x - (2 - x) = 0$$
$$=> x^3 - 4x + (x - 1) = 0$$
$$=> x(x-1)(x+2) + (x-2) = 0$$
$$=> (x-2)[x(x+2) + 1] = 0$$

$$=> (x-2)(x^2+2x+1)=0$$
$$=> (x-2)(x+1)^2=0$$
$$=> x=2, x=-1$$

$x=-1$ په $-2 \le x \le 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$x=2$ په $x \ge 2$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$D=\{-1\pm\sqrt{2}\ ,\ -1,2\}$$

80 ځواب)

$$x^3-9x=0 => x(x^2-9)=0 => x=0\ ,\ 3\ ,\ -3$$
$$x+3=0 => x=-3$$

x	$-\infty$	-3		0		3	$+\infty$
x^3-9x	−	0	+	0	−	0	+
$x+3$	−	0	+		+		+

$$if\quad x\le -3 => -(x^3-9x)=-(x+3)$$
$$=> x(x-3)(x+3)-(x+3)=0$$
$$=> (x+3)[x(x-3)-1]=0$$
$$=> (x-3)(x^2-3x-1)=0$$
$$=> x=3\ ,\ \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$

$x=3\ ,\ \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$ په $x\le -3$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$if\quad -3\le x\le 0 => (x^3-9x)=(x+3)$$
$$=> x^3-9x-(x+3)=0$$
$$=> (x-3)(x^2-3x-1)=0$$
$$=> x=3\ ,\ \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$

$x=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ په $-3\le x\le 0$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if\quad 0\le x\le 3 => -(x^3-9x)=x+3$$
$$=> x^3-9x+(x+3)=0$$
$$=> (x)(x-3)(x+3)+(x+3)=0$$

$$\Rightarrow (x+3)[x(x-3)+1]=0$$
$$\Rightarrow (x+3)(x^2-3x+1)=0$$
$$\Rightarrow x=-3,\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ په $0\le x\le 3$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x\ge 3 \Rightarrow (x^3-9x)=(x+3)$$
$$\Rightarrow x^3-9x-(x+3)=0$$
$$\Rightarrow x(x-3)(x+3)-(x+3)=0$$
$$\Rightarrow (x+3)[x(x-3)-1]=0$$
$$\Rightarrow (x+3)(x^2-3x-1)=0$$
$$\Rightarrow x=-3,\ \frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$

$x=\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$ په $x\ge 3$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$D=\left\{-3\ ,\ \frac{3\pm\sqrt{5}}{2},\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}\right\}$$

ځواب) 81

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2 \Rightarrow \left(\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\right)^2=4$$
$$\Rightarrow \left(x+2\sqrt{x-1}\right)+2\sqrt{\left(x+2\sqrt{x-1}\right)\left(x-2\sqrt{x-1}\right)}+\left(x-2\sqrt{x-1}\right)=4$$
$$\Rightarrow \left(x+2\sqrt{x-1}\right)+\left(x-2\sqrt{x-1}\right)+2|x-2|=4$$
$$\Rightarrow 2x+2|x-2|=4$$
$$\Rightarrow |x-2|=2-x$$

د $|x-2|=2-x$ معادلې په حل پیل کوو:

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$$if \quad x\ge 2 \Rightarrow (x-2)=2-x$$
$$\Rightarrow 2x=4$$
$$\Rightarrow x=2$$

$x=2$ په $x\ge 3$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$if \quad x < 2 \Rightarrow -x + 2 = 2 - x$$
$$\Rightarrow 2 = 2$$

$2 = 2$ تل صدق کوي نو $x < 2$ انټروال د معادلې ځواب دی.

$$D = \left((-\infty, 2) \cup \{2\}\right) \cap [1, +\infty)$$
$$= (-\infty, 2] \cap [1, +\infty)$$
$$= [1, 2]$$

82 ځواب)

د x ټول قيمتونه چې لاندې نامساوات ته صدق وکړي، د فرض شوې معادلې ځواب دی:

$$\frac{x-2}{x-3} \leq 0$$
$$D = [2, 3)$$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$P \leq 0$		+	0	−	∞	+	

ځواب

83 ځواب)

(يادونه) $if \quad |f(x) + g(x)| = |f(x)| + |g(x)| \Rightarrow f(x) \cdot g(x) \geq 0$

$$if \quad |(x^2 - 4) + (x - 1)| = |x^2 - 4| + |x - 1| \Rightarrow (x - 1)(x^2 - 4) \geq 0$$

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$(x-1)(x^2-4) \geq 0$		−	0	+	0	−	0	+	

ځواب ځواب

$$D = [-2, 1] \cup [2, +\infty]$$

84 ځواب)

فرض شوې معادلې د لاندې سيستم له مجموع سره معادل دي:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad x_1 = 2 \text{ و } x_2 = 3$$

$$\begin{cases} x^2 + 5x + 6 = 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad x_3 = -2 \text{ و } x_4 = -3$$

په دې توګه د اصلي معادلې د ځوابونو سيټ عبارت دی له:

$$D = \{3, -3, 2, -2\}$$

85 ځواب)

فرض شوې معادله د لاندې سيستم له مجموع سره معادل ده:

$$\begin{cases} x = x^2 + x - 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad x_1 = -\sqrt{2} \text{ و } x_2 = \sqrt{2}$$

$$\left\{\begin{array}{l} -x = x^2 + x - 2 \\ x < 0 \end{array}\right\rangle x_3 = -1 \pm \sqrt{3}$$

په دې توګه داصلي معادلې د ځوابونو سيټ عبارت دی له:

$$D = \left\{-1 - \sqrt{3}, \sqrt{2}\right\}$$

86 ځواب)

له دويمې طريقې ددغه معادلې د حل لپاره کار اخلو.

دغه معادلې د لاندې دوو سيستمونو له مجموع سره معادل دي:

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} = 1 \\ 1 > 0 \end{array}\right.$$

$$\frac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} = 1 => \frac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} - 1 = 0$$

$$=> \frac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7 - \left(x^2 + 6\sqrt{x} + 7\right)}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7}$$

$$=> \frac{-12\sqrt{x}}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} = 0$$

$$=> \sqrt{x} = 0$$

$$=> x = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l} -\dfrac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} = 1 \\ 1 > 0 \end{array}\right.$$

$$-\frac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} = 1 => \frac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} + 1 = 0$$

$$=> \frac{x^2 - 6\sqrt{x} + 7 + \left(x^2 + 6\sqrt{x} + 7\right)}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7}$$

$$=> \frac{2x^2 + 14}{x^2 + 6\sqrt{x} + 7} = 0$$

$$=> 2x^2 + 14 \neq 0$$

$$D = \{0\}$$

87 ځواب)

له لومړۍ طريقې څخه ددغه معادلې د حل لپاره کار اخلو.

$$\left|\frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32}\right| = -\frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32} \Rightarrow |f(x)| = -f(x)$$

دغه معادله د لاندې دوو سیستمونو له مجموع سره معادل ده:

$$\begin{cases} f(x) = -f(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) = -f(x) &\Rightarrow f(x) + f(x) = 0 \\ &\Rightarrow 2f(x) = 0 \\ &\Rightarrow f(x) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32} = 0 \\ &\Rightarrow x^2-10x+21 = 0 \\ &\Rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \\ &\Rightarrow x = 3, x = 7 \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{cases} -f(x) = -f(x) \\ f(x) < 0 \end{cases} \right\rangle \begin{cases} f(x) = f(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) < 0 \Rightarrow & \frac{x^2-10x+21}{x^2-12x+32} < 0 \\ \Rightarrow & \frac{(x-3)(x-7)}{(x-4)(x-8)} < 0 \\ \Rightarrow & x \in (7,8) \cup (3,4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \{3,7\} \cup (3,4) \cup (7,8) \\ &= [3,4) \cup [7,8) \end{aligned}$$

88 **ځواب)**

له دویمې طریقې ددغه معادلې د حل لپاره کار اخلو.

دغه معادلې د لاندې دوو سیستمونو له مجموع سره معادل دي:

$$\begin{cases} 2(x^2+2x-5) = x-1 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = \frac{3}{2} \\ \left\langle \begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ x < \sqrt{2} \end{cases} \right\rangle x \in [1, \sqrt{2}) \end{cases}$$

هیڅ یو له ځوابونو څخه په $[1, \sqrt{2})$ انتروال کې نشته، یعنې لومړی سیستم ځواب نلري.

$$\begin{cases} -2\left(x^2+2x-5\right)=x-1 \Rightarrow x_1=\dfrac{-5+\sqrt{113}}{4}\ ,\ x_2=\dfrac{-5-\sqrt{113}}{4} \\ \left.\begin{cases} x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1 \\ x<\sqrt{2} \end{cases}\right\rangle\ x\in\left[1,\sqrt{2}\right) \end{cases}$$

$x_1=\dfrac{-5+\sqrt{113}}{4}$ په $\left[1,\sqrt{2}\right)$ شرط صدق کوي.

$$D=\left\{\frac{-5+\sqrt{113}}{4}\right\}$$

89 ځواب)

دغه معادله د لاندې دوو سيستمونو له مجموع سره معادل ده:

$$\begin{cases} x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1 \\ \dfrac{1-2x}{3-[+(x-1)]}=1 \end{cases}$$

$$\frac{1-2x}{3-[+(x-1)]}=1 \Rightarrow \frac{1-2x}{3-(x-1)}=1$$
$$\Rightarrow 1-2x=3-(x-1)$$
$$\Rightarrow 1-2x=-x+4$$
$$\Rightarrow x=-3$$

$x=-3$ په $x\geq 1$ شرط صدق نه کوي، نو د معادلې ځواب نه دی.

$$\begin{cases} x-1<0 \Rightarrow x<1 \\ \dfrac{1-2x}{3-[-(x-1)]}=1 \end{cases}$$

$$\frac{1-2x}{3-[-(x-1)]}=1 \Rightarrow \frac{1-2x}{3+(x-1)}=1$$
$$\Rightarrow 1-2x=3+(x-1)$$
$$\Rightarrow 3x=-1$$
$$\Rightarrow x=-\frac{1}{3}$$

$x=-\dfrac{1}{3}$ په $x<1$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

$$D=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

90 ځواب)

فرض شوې معادله د لاندې دوو سیستمونو له مجموع سره معادل ده:

$$\begin{cases}4-x\geq 0\\ \left|x-(4-x)\right|-2x=4\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x\leq 4\\ \left|2x-4\right|-2x=4\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}\begin{cases}x\leq 4\\ 2x-4\geq 0\\ (2x-4)-2x=4\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x\leq 4\\ x\geq 2\\ -4=4\end{cases}\\ \begin{cases}x\leq 4\\ 2x-4<0\\ -(2x-4)-2x=4\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x\leq 4\\ x<2\\ -4x=0\end{cases}\Big\rangle x=0\end{cases}$$

$x=0$ په $\begin{cases}x\leq 4\\ x<2\end{cases}$ شرط صدق کوي، نو د معادلې ځواب دی.

ددغه مجموع لومړی سیستم ځواب لري.

$$\begin{cases}4-x<0\\ \left|x+(4-x)\right|-2x=4\end{cases}\Big\rangle\begin{cases}x>4\\ -2x=0 \Rightarrow x=0\end{cases}$$

$x=0$ په $x>4$ شرط صدق نه کوی، نو د معادلې ځواب نه دی.

$D=\{0\}$

91 ځواب)

(یادونه) $if \quad a>0 \; ; \; |x|\leq a \Leftrightarrow -a\leq x\leq a$

$$|2x-1|\leq 7 \Rightarrow -7\leq (2x-1)\leq 7$$
$$\Rightarrow -6\leq 2x\leq 8$$
$$\Rightarrow -3\leq x\leq 4$$

$D=[-3,4]$

92 ځواب)

(یادونه) $if \quad a>0 \; ; \; |x|\leq a \Leftrightarrow -a\leq x\leq a$

$$|5x-1|\leq 7 \Rightarrow -7\leq 5x-1\leq 7$$
$$\Rightarrow -6\leq 5x\leq 8$$
$$\Rightarrow \frac{-6}{5}\leq x\leq \frac{8}{5}$$

$D=\left[\frac{-6}{5},\frac{8}{5}\right]$

93 ځواب)

(یادونه) $if \quad a>0 \; ; \; |x|\leq a \Leftrightarrow -a\leq x\leq a$

$$\left|2x+1\right|-\frac{3}{2}\le 0 \Rightarrow \left|2x+1\right|\le\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}\le 2x+1\le\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}-1\le 2x\le\frac{3}{2}-1$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}\le 2x\le\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{4}\le x\le\frac{1}{4}$$

$$D=\left[-\frac{5}{4},\frac{1}{4}\right]$$

94 ځواب)

$$\left|\frac{x+2}{x-2}\right|\le 1 \Rightarrow -1\le\frac{x+2}{x-2}\le 1$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\frac{x+2}{x-1}\le 1 \Rightarrow \frac{4}{x-2}\le 0 \Rightarrow x-2<0 \Rightarrow x<2\\ \frac{x+2}{x-2}\ge -1 \Rightarrow \frac{2x}{x-2}\ge 0 \Rightarrow x\in(-\infty,0]\cup(2,+\infty)\end{array}\right\rangle x\in(-\infty,2)\cap\left((-\infty,0]\cup(2,+\infty)\right)$$

$$D=(-\infty,0]$$

95 ځواب)

$$\left|\frac{5}{9}(x-32)\right|<31 \Rightarrow \frac{5}{9}\left|x-32\right|<31$$

$$\Rightarrow \left|x-32\right|<\frac{31\times 9}{5}$$

$$\Rightarrow \left|x-32\right|<\frac{279}{5}$$

$$\Rightarrow -\frac{279}{5}<x-32<\frac{279}{5}$$

$$\Rightarrow -\frac{279}{5}+32<x<\frac{279}{5}+32$$

$$\Rightarrow -\frac{119}{5}<x<\frac{439}{5}$$

$$D=\left(-\frac{119}{5},\frac{439}{5}\right)$$

96 ځواب)

$$\left||x-1|-2\right| \le 0 \Rightarrow 0 \le |x-1|-2 \le 0$$
$$\Rightarrow |x-1|-2=0$$
$$\Rightarrow |x-1|=2$$
$$\Rightarrow x-1=\pm 2$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=2 \Rightarrow x=3 \\ x-1=-2 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$
$$D=\{3,-1\}$$

97 ځواب)

(یادونه $if \quad a>0 \;;\; |x| \ge a \Rightarrow \begin{cases} x \ge a \\ x \le -a \end{cases}$

$$|x-3|>4 \Rightarrow \begin{cases} x-3>4 \Rightarrow x>7 \\ x-3<-4 \Rightarrow x<-1 \end{cases} D=(-\infty,-1)\cup(7,+\infty)$$

98 ځواب)

(یادونه $if \quad a>0 \;;\; |x| \ge a \Rightarrow \begin{cases} x \ge a \\ a \le -a \end{cases}$

$$|x-2|>5 \Rightarrow \begin{cases} x-2>5 \Rightarrow x>7 \\ x-2<-5 \Rightarrow x<-3 \end{cases} D=(-\infty,-3)\cup(7,+\infty)$$

99 ځواب)

$$|x-a|>-3 \Rightarrow x \in R$$

دغه نامساوات د ټولو حقیقي اعدادو لپاره صدق کوي، ځکه د هرې افادې مطلقه قیمت، تل یا مثبت یا صفر او د هر منفي عدد څخه ستر دی.

$$D=R$$

100 ځواب)

$$\frac{2}{|x+2|} \le 1 \Rightarrow |x+2| \ge 2$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x+2 \ge 2 \Rightarrow x \ge 0 \\ x+2 \le -2 \Rightarrow x \le -4 \end{cases} x \in (-\infty,-4]\cup[0,+\infty)$$
$$D=(-\infty,-4]\cup[0,+\infty)$$

101 ځواب)

(یادونه $if \quad a>0 \;,\; |x| \le a \Leftrightarrow -a \le x \le a$

$$||x-2|-3| < 4 \Rightarrow -4 < |x-2|-3 < 4$$

$$\Rightarrow -1 < |x-2| < 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-2| < 7 \Rightarrow -7 < x-2 < 7 \Rightarrow -5 < x < 9 \\ |x-2| > -1 \Rightarrow x \in R \end{cases} \Big\rangle\, x \in R \cap (-5,9)$$

$$D = (-5,9)$$

102 ځواب)

$$||x-3|+1| \ge 2 \Rightarrow \begin{cases} |x-3|+1 \ge 2 \Rightarrow |x-3| \ge 1 \Rightarrow \begin{cases} x-3 \ge 1 \Rightarrow x \ge 4 \\ x-3 \le -1 \Rightarrow x \le 2 \end{cases} \\ |x-3|+1 \le -2 \Rightarrow x \in \phi \end{cases} \Big\rangle$$

$$(x \in (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)) \cup \phi$$

$$D = (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$$

103 ځواب)

$$1 < |x-1| < 6 \Rightarrow \begin{cases} |x-1| < 6 \Rightarrow -6 < x-1 < 6 \Rightarrow -5 < x < 7 \\ |x-1| > 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1 > 1 \Rightarrow x > 2 \\ x-1 < -1 \Rightarrow x < 0 \end{cases} \end{cases} \Big\rangle$$

$$(-5,7) \cap ((-\infty, 0) \cup (2, +\infty))$$

$$D = (-5,0) \cup (2,7)$$

104 ځواب)

له دې چې د نامساواتو دواړه خواوې مثبت دي، نو کولی شو دواړه خواوې د 2 په توان پورته کړو.

$$|x-1| < |x-3| \Rightarrow |x-1|^2 < |x-3|^2$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 < (x-3)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 < x^2 - 6x + 9$$

$$\Rightarrow x < 2$$

$$D = (-\infty, 2)$$

105 ځواب)

$$\frac{2|x|+2}{3|x|+1} > 1 \Rightarrow 2|x| + 2 > 3|x| + 1$$

$$\Rightarrow |x| < 1$$

$$\Rightarrow -1 < x < 1$$

$$D = (-1,1)$$

106 ځواب)

$$\sqrt{x^2-2|x|+1}\le 1 \Rightarrow \sqrt{|x|^2-2|x|+1}\le 1$$
$$\Rightarrow \sqrt{(|x|-1)^2}\le 1$$
$$\Rightarrow \big||x|-1\big|\le 1$$
$$\Rightarrow -1\le |x|-1\le 1$$
$$\Rightarrow 0\le |x|\le 2$$
$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}|x|\ge 0 \Rightarrow x\in R\\ |x|\le 2\Rightarrow -2\le x\le 2\end{array}\right\rangle x\in R\cap[-2,2]$$

$$D=[-2,2]$$

107 ځواب)

$$(|x|-1)(|x|-3)<0$$
$$(|x|-1)(|x|-3)=0 \Rightarrow |x|=1\ ,\ |x|=3$$

$\lvert x\rvert$	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$(\lvert x\rvert-1)(\lvert x\rvert-3)<0$		+	0	−	0	+	
				ځواب			

$$1<|x|<3 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}|x|<3\Rightarrow -3<x<3\\ |x|>1\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x>1\\ x<-1\end{array}\right.\end{array}\right\rangle x\in(-3,3)\cap\big((-\infty,-1)\cup(1,+\infty)\big)$$

$$D=(-3,-1)\cup(1,3)$$

108 ځواب)

(یادونه) $if\quad a>0\ ;\ |x|\ge a \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x\ge a\\ x\le -a\end{array}\right.$

$$|x^2-5x|>6 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x^2-5x>6\Rightarrow x^2-5x-6>0\Rightarrow x\in(-\infty,-1)\cup(6,+\infty)\\ x^2-5x<-6\Rightarrow x^2-5x+6<0\Rightarrow x\in(2,3)\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$x^2-5x+6<0$		+	0	−	0	+	
				ځواب			

x	$-\infty$		-1		6		$+\infty$
$x^2-5x-6>0$		+	0	−	0	+	
		ځواب				ځواب	

$$D=(-\infty,-1)\cup(2,3)\cup(6,+\infty)$$

109 ځواب)

$x^2=|x|^2$ (يادونه)

$$x^2-3|x|+2<0 \Rightarrow |x|^2-3|x|+2<0$$

$$|x|^2-3|x|+2=0 \Rightarrow |x|=1\ ,\ |x|=2$$

$\lvert x\rvert$	$-\infty$	1		2	$+\infty$
$\lvert x\rvert^2-3\lvert x\rvert+2<0$	+	0	−	0	+
			ځواب		

$$1<|x|<2 \Rightarrow \begin{cases} |x|<2 \Rightarrow -2<x<2 \\ |x|>1 \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<-1 \end{cases} \end{cases} x\in(-2,2)\cap\big((-\infty,-1)\cup(1,+\infty)\big)$$

$$D=(-2,-1)\cup(1,2)$$

110 ځواب)

$$|x|(x^2-3x+2)\le 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x|\ge 0 \Rightarrow x\in R \\ x^2-3x+2\le 0 \Rightarrow (x-1)(x-2)\le 0 \Rightarrow 1\le x\le 2 \end{cases} x\in R\cap[1,2]$$

د $x=0$ لپاره مساوات صدق كوي.

$$D=[1,2]\cup\{0\}$$

111 ځواب)

$$(1-x)^2-\sqrt{(1-x)^2}-2<0 \Rightarrow (1-x)^2-|1-x|-2<0$$

$$\Rightarrow |1-x|^2-|1-x|-2<0$$

$\lvert 1-x\rvert$	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$\lvert 1-x\rvert^2-\lvert 1-x\rvert-2<0$	+	0	−	0	+
			ځواب		

$$|1-x|^2-|1-x|-2=0 \Rightarrow |1-x|=-1\ ,\ |1-x|=2$$

$$-1<|1-x|<2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} |1-x|>-1 \Rightarrow x\in R \\ |1-x|<2 \Rightarrow -2<1-x<2 \Rightarrow -3<-x<1 \Rightarrow -1<x<3 \end{cases} x\in R\cap(-1,3)$$

$$D=(-1,3)$$

112 ځواب)

$$\left(|2x|-4\right)\left(|x|+3\right)>0 \Rightarrow \left(2|x|-4\right)\left(|x|+3\right)>0$$

$$\left(2|x|-4\right)\left(|x|+3\right)=0 \Rightarrow |x|=2 \ , \ |x|=-3$$

$\lvert x\rvert$	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$(2\lvert x\rvert-4)(\lvert x\rvert+3)>0$		+	0	−	0	+	
		ځواب				ځواب	

$$\left.\begin{cases} |x|<-3 \Rightarrow x\in\phi \\ |x|>2 \Rightarrow \begin{cases} x>2 \\ x<-2 \end{cases} \end{cases}\right\rangle x\in\phi\cup(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$$

$$D=(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$$

113 ځواب)

$$\left|x^2-5x-4\right|<10 \Rightarrow -10<x^2-5x-4<10$$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} x^2-5x-4<10 \Rightarrow x^2-5x-14<0 \Rightarrow -2<x<7 \\ x^2-5-4>-10 \Rightarrow x^2-5x+6>0 \Rightarrow \begin{cases} x>3 \\ x<2 \end{cases} \end{cases}\right\rangle x\in(-2,7)\cap\left((-\infty,2)\cup(3,+\infty)\right)$$

$$D=(-2,2)\cup(3,7)$$

114 ځواب)

$$\left.\begin{cases} |2x-3|\le 3 \Rightarrow -3\le 2x-3\le 3 \Rightarrow 0\le 2x\le 6 \Rightarrow 0\le x\le 3 \\ \dfrac{1}{x}<1 \Rightarrow \dfrac{1}{x}-1<0 \Rightarrow \dfrac{1-x}{x}<0 \Rightarrow \begin{cases} x<0 \\ x>1 \end{cases} \end{cases}\right\rangle x\in[0,3]\cup\left((-\infty,0)\cap(1,+\infty)\right)$$

$$D=(1,3]$$

115 ځواب)

$$\left.\begin{cases} |x-1|<2 \Rightarrow -2<x-1<2 \Rightarrow -1<x<3 \\ 2x+|x-1|>5 \Rightarrow |x-1|>5-2x \Rightarrow \begin{cases} x-1>5-2x \Rightarrow 3x>6 \Rightarrow x>2 \\ x-1<-(5-2x) \Rightarrow x-1<2x-5 \Rightarrow x>4 \end{cases} \end{cases}\right\rangle$$

$$x\in(-1,3)\cap\left((2,+\infty)\cap(4,+\infty)\right)$$

$$D=(2,3)$$

116 ځواب)

د 5 او -11 حسابي اوسط $= \dfrac{5+(-11)}{2} = -3$

د (-3) پاسني نامساواتو له دواړه خواوو كموو:

$$-11 \le x \le 5 \Rightarrow -11-(-3) \le x-(-3) \le 5-(-3)$$
$$\Rightarrow -11+3 \le x+3 \le 5+3$$
$$\Rightarrow -8 \le x+3 \le 8$$
$$\Rightarrow |x+3| \le 8$$

117 ځواب)

د 4 او -3 حسابي اوسط $= \dfrac{4-3}{2} = \dfrac{1}{2}$

$\left(\dfrac{1}{2}\right)$ د پاسني نامساواتو له دواړو خواوو کموو:

$$-3 \le x \le 4 \Rightarrow -3-\frac{1}{2} \le x-\frac{1}{2} \le 4-\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \frac{-7}{2} \le x-\frac{1}{2} \le \frac{7}{2}$$
$$\Rightarrow -7 \le 2x-1 \le 7$$
$$\Rightarrow |2x-1| \le 7$$

118 ځواب)

د -4 او -14 حسابي اوسط $= \dfrac{14-4}{2} = -9$

(-9) د پاسني نامساواتو له دواړو خواوو کموو:

$$-14 \le x^2-5x \le -4 \Rightarrow -14-(-9) \le x^2-5x-(-9) \le -4-(-9)$$
$$\Rightarrow -14+9 \le x^2-5x+9 \le -4+9$$
$$\Rightarrow -5 \le x^2-5x+9 \le 5$$
$$\Rightarrow |x^2-5x+9| \le 25$$
$$\Rightarrow (x^2-5x+9)^2 \le 25$$
$$\Rightarrow (x^2-5x+9)^2-25 \le 0$$
$$\Rightarrow [(x^2-5x+9)+5][(x^2-5x+9)-5] \le 0$$
$$\Rightarrow (x^2-5x+14)(x^2-5x+4) \le 0$$

د قوس دواړه خواوې، هغه منفي مبين لرونکې دويمه درجه معادلې دي چې تل مثبت وي.

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$x^2-5x+4 \le 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	
				ځواب			

ځواب : $D=[1,4]$

119 ځواب)

د $-1, 2$ حسابي اوسط $= \frac{2+(-1)}{2} = \frac{1}{2}$

د $\left(\frac{1}{2}\right)$ پاسني نامساواتو له دواړو خواوو کموو:

$$-1 < \frac{2x^2+x+1}{2x-1} < 2 \Rightarrow -1-\frac{1}{2} < \frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2} < 2-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} < \frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2} < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2}\right| < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2}\right)^2 < \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} < 0$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{2}\right]\left[\left(\frac{2x^2+x+1}{2x-1} - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\right] < 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2-3x+3}{(2x-1)} \cdot \frac{2x^2+3x}{2x-1} < 0$$

د پاسنی معادلې له حل وروسته لرو چې:

$$D = \left(-\frac{3}{2}, 0\right)$$

120 ځواب)

د x او $x+2$ حسابي اوسط $= \frac{x+(x+2)}{2} = x+1$

$(x+1)$ د پاسني نامساواتو له دواړو خواوو کموو:

$$x < \frac{4x-3}{x} < x+2 \Rightarrow x-(x+1) < \frac{4x-3}{x} - (x+1) < x+2-(x+1)$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{4x-3}{x} - x - 1 < 1$$

$$\Rightarrow \left|\frac{4x-3}{x} - x - 1\right| < 1$$

$$=> \left(\frac{4x-3}{x}-x-1\right)^2 < 1$$

$$=> \left(\frac{4x-3}{x}-x-1\right)^2 -1 < 0$$

$$=> \left[\left(\frac{4x-3}{x}-x-1\right)-1\right]\left[\left(\frac{4x-3}{x}-x-1\right)+1\right] < 0$$

$$=> \frac{x^2-2x+3}{x}\cdot\frac{x^2-4x+3}{x} < 0$$

د پاسني نامساواتو له حل وروسته لرو چې:

$$D=(1,3)$$

121 ځواب)

$(3x-5)$ حسابي اوسط $(3x-5)$ او $(x-1)$ د $= \dfrac{(3x-5)+(x-1)}{2} = 2x-3$

$(2x-3)$ د پاسني نامساواتو له دواړو خواوو کموو:

$$3x-5 < \frac{1}{x+1} < x-1 => 3x-5-(2x-3) < \frac{1}{x+1}-(2x-3) < x-1-(2x-3)$$

$$=> (x-2) < \frac{1}{x+1}-2x+3 < -(x-2)$$

$$=> \left|\frac{1}{x+1}-2x+3\right| < |x-2|$$

$$=> \left(\frac{1}{x+1}-2x+3\right)^2 < (x-2)^2$$

$$=> \left(\frac{1}{x+1}-2x+3\right)^2 -(x-2)^2 < 0$$

$$=> \left[\left(\frac{1}{x+1}-2x+3\right)-(x-2)\right]\left[\left(\frac{1}{x+1}-2x+3\right)+(x-2)\right] < 0$$

$$=> \left(\frac{1}{x+1}-2x+3-x+2\right)\left(\frac{1}{x+1}-x+1\right) < 0$$

$$=> \left(\frac{1}{x+1}-3x+5\right)\left(\frac{1}{x+1}-x+1\right) < 0$$

د پاسني نامساوات له حل وروسته لرو چې:

$$D=\left(-\sqrt{2}\,,\frac{1-\sqrt{19}}{3}\right)\cup\left(\sqrt{2}\,,\frac{1+\sqrt{19}}{3}\right)$$

122 ځواب)

(یادونه) $\sin(a+b)=\sin a\cdot\cos b+\cos a\cdot\sin b$

$$|\sin kx| = |\sin[(k-1)x + x]| =>$$
$$=> |\sin kx| = |\sin(k-1)x\cdot\cos x + \cos(k-1)x\cdot\sin x|$$
$$=> |\sin kx| \le |\sin(k-1)x| + |\sin x|$$

په همدې توګه ثابتیږي:

$$|\sin(k-1)x| \le |\sin(k-2)x| + |\sin x|$$
$$|\sin(k-2)x| \le |\sin(k-3)x| + |\sin x|$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$|\sin 2x| \le |\sin x| + |\sin x|$$

که د پاسنیو نامساواتو دواړه خواوې له یوه بل سره جمع کړو، لاندې نامساوات ترلاسه کیږي:

$$|\sin kx| \le \underbrace{|\sin x| + |\sin x| + \cdots + |\sin x|}_{k \text{ بار}} => |\sin kx| \le k|\sin x|$$

123 ځواب)

$$f(x) = ax^2 + bx + c =>$$
$$\begin{cases} f(1) = M = a+b+c \\ f(-1) = N = a-b+c \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} M - N = 2b \\ M + N = 2a + 2c => 2a = M + N - 2c \end{cases}$$
$$|M| \le h \;\;;\;\; |N| \le h \;\;;\;\; |c| = f(0) \le h$$
$$2|a| = |M + N - 2c| \le |M| + |N| + 2|c| \le 4h => 2|a| \le 4h => |a| \le 2h$$
$$2|b| = |M - N| \le |M| + |N| \le 2h => 2|b| \le 2h => |b| \le h$$
$$|a| + |b| + |c| \le 2h + h + h => |a| + |b| + |c| \le 4h$$

124 ځواب)

یادونه : $|a| + |b| \ge |a+b|$

$$|x-1| + |x-2| = |x-1| + |2-x| \ge |(x-1)+(2-x)| = |1| = 1 => |x-1| + |x-2| \ge 1$$

125 ځواب)

$$|x^2 - 5x + 4| < a => -a < x^2 - 5x + 4 < a$$
$$=> \begin{cases} x^2 - 5x + 4 < a \\ -a < x^2 - 5x + 4 \end{cases}$$

$$=> \begin{cases} x^2 - 5x + 4 - a < 0 & (\text{I}) \\ x^2 - 5x + 4 + a > 0 & (\text{II}) \end{cases}$$

شکل ته په پام سره لاندې درې حالتونه په پام کې نيسو:

لومړی حالت) $if \quad x < 1 => x^2 - 5x + 4 > 0$

په دې حالت کې له (I) نامساواتو ګټه پورته کوو:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + (4-a) < 0 => \frac{1}{2}\left(5 - \sqrt{9+4a}\right) < x < \frac{1}{2}\left(5 + \sqrt{9+4a}\right) \\ x < 1 \end{cases} \Bigg\rangle \frac{1}{2}\left(5 - \sqrt{9+4a}\right) < x < 1$$

دويم حالت) $if \quad 1 \le x \le 4 => x^2 - 5x + 4 < 0$

په دې حالت کې له (II) نامساواتو ګټه پورته کوو:

$$\begin{cases} \text{x}^2 - 5x + 4 + a > 0 => \begin{cases} x > \frac{1}{2}\left(5 + \sqrt{9-4a}\right) \\ x < \frac{1}{2}\left(5 - \sqrt{9-4a}\right) \end{cases} \\ 1 \le x \le 4 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} 1 \le x \le \frac{1}{2}\left(5 - \sqrt{9-4a}\right) \\ \frac{1}{2}\left(5 + \sqrt{9-4a}\right) \le x \le 4 \end{cases}$$

له دې ځايه پايله ترلاسه کوو چې په $1 \le x \le 4$ حالت کې د $a > \frac{9}{4}$ لپاره د نامساواتو ځواب عبارت دی له $1 \le x \le 4$، څخه او د $0 < a \le \frac{9}{4}$ لپاره د نامساواتو د ځوابونو سيټ په لاندې دوو انټروالونو کې شامل دی:

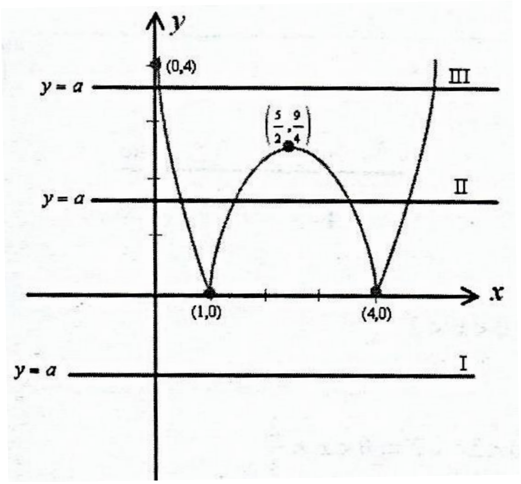
$$1 \le x < \frac{1}{2}\left(5 - \sqrt{9-4a}\right) \;,\; \frac{1}{5}\left(5 + \sqrt{9-4a}\right) < x \le 4$$

درېيم حالت) $if \quad x > 4 => x^2 - 5x + 4 > 0$

په دې حالت کې له (I) نامساواتو ګټه پورته کوو:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + (4-a) < 0 => \frac{1}{2}\left(5 - \sqrt{9+4a}\right) < x < \frac{1}{2}\left(5 + \sqrt{9+4a}\right) \\ x > 4 \end{cases} \Bigg\rangle 4 < x < \frac{1}{2}\left(5 + \sqrt{9+4a}\right)$$

ددغه ځوابونو هندسي تعبير په لاندې شکل کې ښودل شوي:



126 ځواب)

$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$x-5$	$-$	0	$+$

$if \quad x \le 5 \Rightarrow -(x-5) < x+8 \Rightarrow -x+5 < x+8 \Rightarrow 2x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{2}$

$$D_1 = \left(\frac{-3}{2}\ ,\ 5\right]$$

$if \quad x \ge 5 \Rightarrow (x-5) < x+8 \Rightarrow -5 < 8 \Rightarrow x \in R$

$$D_2 = [5, +\infty)$$

$D = D_1 \cup D_2$

127 ځواب)

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$if \quad x \le 2 \Rightarrow -(x-2) < 2x-10 \Rightarrow -x+2 \le 2x-10 \Rightarrow 3x > 12 \Rightarrow x > 4$

$$D_1 = \phi$$

$if \quad x \ge 2 \Rightarrow (x-2) < 2x-10 \Rightarrow x > 8$

$$D_2 = (8, +\infty)$$

$D = D_2$

128 ځواب)

$x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	$-$	0	$+$

$if \quad x \le 0 \Rightarrow 0 < -x + 2x < 2 \Rightarrow 2 \Rightarrow 0 < x < 2$

$$D_1 = \phi$$

$$if \quad x \geq 0 => 0 < x + 2x < 2 => 0 < 3x < 2 => 0 < x < \frac{2}{3}$$

$$D_2 = \left(0, \frac{2}{3}\right)$$

$D = D_2$

129 ځواب)

$x + 2 = 0 => x = -2$

$x = 0$

x	−∞		−2		0		+∞
x+2		−	0	+		+	
x		−		−	0	+	

$$if \quad x \leq -2 => -(x+2) > -(x) => x + 2 < x => 2 < 0 => x \in \phi$$

$$D_1 = \phi$$

$$if \quad -2 \leq x \leq 0 => (x+2) > -x => 2x > -2 => x > -1$$

$$D_2 = (-1, 0]$$

$$if \quad x \geq 0 => x + 2 > x => 2 > 0 => x \in R$$

$$D_3 = [0, +\infty)$$

$D = D_2 \bigcup D_3$

130 ځواب)

$2x + 4 = 0 => x = -2$

$x - 3 = 0 => x = 3$

x	−∞		−2		3		+∞
2x+4		−	0	+		+	
x−3		−		−	0	+	

$$if \quad x \leq -2 => -(2x+4) - (x-3) \geq 7 => -2x - 4 - x + 3 \geq 7 => -3x \geq 8 => x \leq \frac{-8}{3}$$

$$D_1 = \left(-\infty \; , \; -\frac{8}{3}\right]$$

$$if \quad -2x \leq x \leq 3 => (2x+4) - (x-3) \geq 7 => 2x + 4 - x + 3 \geq 7 => x \geq 0$$

$$D_2 = [0, 3]$$

$$if \quad x \geq 3 => (2x+4) + (x-3) \geq 7 => 3x \geq 6 => x \geq 2$$

$$D_3 = [3, +\infty)$$

$D = D_1 \bigcup D_2 \bigcup D_3$

131 ځواب)

$x - 2 = 0 => x = 2$

$3 - x = 0 => x = 3$

x	−∞		2		3		+∞
x−2		−	0	+		+	
3−x		+		+	0	−	

$$if \quad x \leq 2 => -(x-2) > 2 + x - (3-x) => -x + 2 > 2 + x - 3 + x => 3x < 3 => x < 1$$

$$D_1 = (-\infty, 1)$$

$$if\ \ 2 \le x \le 3 \Rightarrow (x-2) > 2 + x - (3-x) \Rightarrow x - 2 > 2 + x - 3 + x \Rightarrow x < -1$$

$$D_2 = \phi$$

$$if\ \ x \ge 3 \Rightarrow (x-2) > 2 + x + (3-x) \Rightarrow x > 7$$

$$D_3 = (7, +\infty)$$

$$D = D_1 \cup D_3$$

132 ځواب)

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2x+1$		−	0	+		+	
$2-x$		+		+	0	−	

$$if\ \ x \le -\frac{1}{2} \Rightarrow -(2x+1) - (2-x) > 5x - 1 \Rightarrow -2x - 1 - 2 + x > 5x - 1 \Rightarrow 6x < 2 \Rightarrow x < -\frac{1}{3}$$

$$D_1 = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$$

$$if\ -\frac{1}{2} \le x \le 2 \Rightarrow (2x+1) - (2-x) > 5x - 1 \Rightarrow 2x + 1 - 2 + x > 5x - 1 \Rightarrow 2x < 0 \Rightarrow x < 0$$

$$D_2 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$if\ \ x \ge 2 \Rightarrow (2x+1) + (2-x) > 5x - 1 \Rightarrow 2x + 1 + 2 - x > 5x - 1 \Rightarrow 4x < 4 \Rightarrow x < 1$$

$$D_3 = \phi$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

133 ځواب)

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		−	0	+		+	
$x-1$		−		−	0	+	

$$if\ \ x \le -1 \Rightarrow -(x+1) - (x-1) > 2x - 5 \Rightarrow -x - 1 - x + 1 > 2x - 5$$

$$\Rightarrow 4x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{4}$$

$$D_1 = (-\infty, -1]$$

$$if\ \ -1 \le x \le 1 \Rightarrow (x+1) - (x-1) > 2x - 5 \Rightarrow x + 1 - x + 1 > 2x - 5$$

$$\Rightarrow 2x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{2}$$

$$D_2 = [-1, 1]$$

$$if\ \ x \ge 1 \Rightarrow (x+1) + (x-1) > 2x - 5 \Rightarrow 0 > -5 \Rightarrow x \in R$$

$$D_3 = [1, +\infty)$$

$$D = D_1 \bigcup D_2 \bigcup D_3$$

134 ځواب)

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$x = 0$$

x	$-\infty$	0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$	$-$	⋮	$-$	0	$+$	
x	$-$	0	$+$	⋮	$+$	

$$if \quad x \le 0 \Rightarrow -(2x-3) > -(x) - 1 \Rightarrow -2x + 3 > -x - 1 \Rightarrow -x > -4 \Rightarrow x < 4$$

$$D_1 = (-\infty, 0]$$

$$if \quad 0 \le x \le \frac{3}{2} \Rightarrow -(2x-3) > (x) - 1 \Rightarrow -2x + 3 > x - 1 \Rightarrow -3x > -4 \Rightarrow x < \frac{4}{3}$$

$$D_2 = \left[0, \frac{4}{3}\right)$$

$$if \quad x \ge \frac{3}{2} \Rightarrow (2x-3) > (x) - 1 \Rightarrow x > 2$$

$$D_3 = (2, +\infty)$$

$$D = D_1 \bigcup D_2 \bigcup D_3$$

135 ځواب)

$$if \quad x \le 3 \Rightarrow |-(x-3) + x| < 1 \Rightarrow |-x + 3 + x| < 1 \Rightarrow |3| < 1 \Rightarrow 3 < 1$$

$$D_1 = \phi$$

$$if \quad x \ge 3 \Rightarrow |(x-3) + x| < 1 \Rightarrow |2x - 3| < 1 \Rightarrow -1 < 2x - 3 < 1$$

$$\Rightarrow 2 < 2x < 4 \Rightarrow 1 < x < 2$$

$$D_2 = \phi$$

$$D = \phi$$

136 ځواب)

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

x	$-\infty$	-2		3		$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	⋮	$+$	
$x-3$	$-$	⋮	$-$	0	$+$	

$$if \quad x \le -2 \Rightarrow |-(x+2) + (x-3) + 4| < 5 \Rightarrow |-x - 2 + x - 3 + 4| < 5$$

$$\Rightarrow |-1| < 5 \Rightarrow 1 < 5 \Rightarrow x \in R$$

$$D_1 = (-\infty, -2]$$

$$if \quad -2 \le x \le 3 \Rightarrow |(x+2) + (x-3) + 4| < 5 \Rightarrow |2x + 3| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < 2x + 3 < 5 \Rightarrow -8 < 2x < 2 \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$D_2 = [-2,1)$$

$$if \quad x \geq 3 \Rightarrow |(x+2)-(x-3)+4| < 5 \Rightarrow |x+2-x+3+4| < 5$$

$$\Rightarrow |9| < 5 \Rightarrow 9 < 5 \Rightarrow x \in \phi$$

$$D_3 = \phi$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

137 ځواب)

$$if \quad x \geq 1 \Rightarrow (x-1-2)(x-1-4) \leq 0 \Rightarrow (x-3)(x-5) \leq 0 \Rightarrow 3 \leq x \leq 5$$

$$D_1 = [3,5]$$

$$if \quad x \leq 1 \Rightarrow (-x+1-2)(-x+1-4) \leq 0 \Rightarrow (-x-1)(-x-3) \leq 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+3) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq -1$$

$$D_2 = [-3,-1]$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

138 ځواب)

$$7-2x = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$3x-7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

$$x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	$-\infty$		2		$\frac{7}{3}$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$7-2x$		+		+		+	0	−	
$3x-7$		−		−	0	+		+	
$x-2$		−	0	+		+		+	

$$if \quad x \leq 2 \Rightarrow (7-2x) < -(3x-7)-(x-2) \Rightarrow 7-2x < -3x+7-x+2$$

$$\Rightarrow 2x < 2 \Rightarrow x < 1$$

$$D_1 = (-\infty,1)$$

$$if \quad 2 \leq x \leq \frac{7}{3} \Rightarrow (7-2x) < -(3x-7)+(x-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7-2x < -3x+7+x-2 \Rightarrow -2 > 0$$

$$D_2 = \phi$$

$-2 > 0$ نامساوات تل ناسم دی.

$$if \quad \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{7}{2} \Rightarrow (7-2x) < (3x-7)+(x-2) \Rightarrow 6x > 16 \Rightarrow x > \frac{8}{3}$$

$$D_3 = \left(\frac{8}{3},\frac{7}{2}\right)$$

$$if \quad x \geq \frac{7}{2} \Rightarrow -(7-2x) < (3x-7)+(x-2) \Rightarrow -7+2x < 3x-7+x-2$$

$$\Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow x > 1$$

$$D_4 = \left[\frac{7}{2}, +\infty\right)$$

$$D = D_1 \cup D_3 \cup D_4$$

139 ځواب)

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		−	0	+		+		+	
$x-2$		−		−	0	+		+	
$x-3$		−		−		−	0	+	

$$if \quad x \le 1 \Rightarrow -(x-1)+(x-2) < -(x-3)+x$$
$$\Rightarrow -x+1+x-2 < -x+3+x \Rightarrow -1<3 \Rightarrow x \in R$$
$$D_1 = (-\infty, 1]$$
$$if \ \ 1 \le x \le 2 \Rightarrow (x-1)+(x-2) < -(x-3)+x$$
$$\Rightarrow x-1+x-2 < -x+3+x \Rightarrow 2x<6 \Rightarrow x<3$$
$$D_2 = [1, 2]$$
$$if \quad 2 \le x < 3 \Rightarrow (x-1)-(x-2) < -(x-3)+x$$
$$\Rightarrow x-1-x+2 < -x+3+x \Rightarrow 1<3 \Rightarrow x \in R$$
$$D_3 = [2, 3]$$
$$if \quad x \ge 3 \Rightarrow (x-1)-(x-2) < (x-3)+x \Rightarrow x-1-x+2 < x-3+x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4 < 2x \Rightarrow x > 2$$
$$D_4 = [3, +\infty)$$
$$D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$$

140 ځواب)

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$x=0$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$\frac{x+2}{x-2}$		+	0	−		−	∞	+	
x		−		−	0	+		+	

$$if \quad x \le -2 \Rightarrow \left(\frac{x+2}{x-2}\right) > \frac{1}{-x} \Rightarrow \frac{x+2}{x-2} + \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow \frac{x^2+3x-2}{x(x-2)} > 0$$
$$\Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup \left(0, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right) \cup (2, +\infty)$$

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$		0		$\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$		2		$+\infty$
کسر		+	0	−	∞	+	0	−	∞	+	

$$D_1 = \left(-\infty, \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right)$$

$$if \quad -2 \le x < 0 => -\left(\frac{x+2}{x-2}\right) > \frac{1}{-x} => \frac{x^2+x+2}{x(x-2)} < 0$$

له دې چې د کسر صورت تل مثبت ($a > 0, \Delta < 0$ شرط لرونکی پولینوم) دی په دې اساس باید ولرو چې:

$$x(x-2) < 0 => 0 < x < 2$$

$$D_2 = \phi$$

$$if \;\; 0 < x < 2 => -\frac{x+2}{x-2} > \frac{1}{x} => \frac{x^2+3x-2}{x(x-2)} < 0 => x \in \left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}, 2\right)$$

$$D_3 = \left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2} \;,\; 2\right)$$

$$if \quad x > 2 => \frac{x+2}{x-2} > \frac{1}{x} => \frac{x^2+x+2}{x(x-2)} > 0 => x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

$$D_4 = (2, +\infty)$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$$

141 ځواب)

$$x^2 - 2x = 0 => x = 0 \;,\; x = 2$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x^2-2x		+	0	−	0	+	

$$if \quad x \le 0 => (x^2-2x)+3 < 0 => x^2-2x+3 < 0 => (x-1)^2+2 < 0 => x \in \phi$$

$$D_1 = \phi$$

$$if \quad 0 \le x \le 2 => -(x^2-2x)+3 < 0 => -x^2+2x+3 < 0 => x < -1 \text{ یا } \; x > 3$$

$$D_2 = \phi$$

$$if \quad x \ge 2 => (x^2-2x)+3 < 0 => x^2-2x+3 < 0 => (x-1)^2+2 < 0 => x \in \phi$$

$$D_3 = \phi$$

$$D = \phi$$

142 ځواب)

$$x^3 - x = 0 => x(x^2-1) = 0 => x = 0, x = 1, x = -1$$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x^3-x		−	0	+	0	−	0	+	

$$if \quad x \le - \text{ يا } 0 \le x \le 1 \Rightarrow -\left(x^3 - x\right) < x - 1 \Rightarrow -x^3 + x < x - 1$$

$$\Rightarrow -x^3 < -1 \Rightarrow x^3 > 1 \Rightarrow x > 1$$

$$D_1 = \phi$$

$$if \quad -1 \le x \le 0 \text{ يا } x \ge 1 \Rightarrow x^3 - x < x - 1 \Rightarrow x\left(x^2 - 1\right) - (x - 1) < 0 \Rightarrow (x - 1)\left(x^2 + x - 1\right) < 0$$

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, 1\right)$$

$$D_2 = \phi$$

$$D = \phi$$

143 ځواب)

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$$

$$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

x	$-\infty$		0		4		5		$+\infty$
x^2-4x		+	0	−	0	+		+	
$x-5$		−		−		−	0	+	

$$if \quad x \le 0 \Rightarrow \frac{\left(x^2 - 4x\right) + 3}{x^2 - (x - 5)} \ge 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x + 5} - 1 \ge 0 \Rightarrow \frac{-3x - 2}{x^2 - x + 5} \ge 0$$

$$\Rightarrow -3x - 2 \ge 0 \Rightarrow x \le -\frac{2}{3}$$

له دې چې د $\frac{-3x - 2}{x^2 - x + 5} \ge 0$ نامساواتو مخرج تل مثبت دی $(a > 0, \Delta < 0)$ په دې اساس پاسنۍ ناطق افاده هغه مهال مثبت ده چې صورت یې مثبت وي.

$$D_1 = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right]$$

$$if \quad 0 \le x \le 4 \Rightarrow \frac{-\left(x^2 - 4x\right) + 3}{x^2 - (x - 5)} \ge 1 \Rightarrow \frac{-x^2 + 4x + 3}{x^2 - x + 5} - 1 \ge 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2 + 5x - 2}{x^2 - x + 5} \ge 0 \Rightarrow -2x^2 + 5x - 2 \ge 0 \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$$

د $\frac{-2x^2 + 5x - 2}{x^2 - x + 5} \ge 0$ نامساواتو مخرج تل مثبت دی $(a > 0, \Delta < 0)$ نو اړينه ده چې صورت یې هم مثبت وي.

$$D_2 = \left[\frac{1}{2}, 2\right]$$

$$if \quad 4 \le x \le 5 \Rightarrow \frac{\left(x^2 - 4x\right) + 3}{x^2 - (x - 5)} \ge 1 \Rightarrow \frac{-3x - 2}{x^2 - x + 5} \ge 0 \Rightarrow x \le -\frac{2}{3}$$

$$D_3 = \phi$$

$$if\quad x \ge 5 \Rightarrow \frac{(x^2-4x)+3}{x^2+(x-5)} \ge 1 \Rightarrow \frac{-5x+8}{x^2+x-5} \ge 0$$

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right) \cup \left[\frac{8}{5}, \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$		$\frac{8}{5}$		$\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$		$+\infty$
کسر ≥ 0		+	∞	−	0	+	∞	−	
		جواب				جواب			

$$D_4 = \phi$$

$D = D_1 \cup D_2$

جواب 144)

$x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0\ ,\ x = 1$

$x^2 - 2x - 35 = 0 \Rightarrow (x-7)(x+5) = 0 \Rightarrow x = 7\ ,\ x = -5$

x	$-\infty$		-5		0		1		7		$+\infty$
کسر		+	0	−	0	+	0	−	0	+	

$$if\quad x \le -5 \text{ یا } 0 \le x \le 1 \text{ یا } x \ge 7 \Rightarrow \frac{x^2-x}{x^2-2x-35} < 1 \Rightarrow \frac{x^2-x}{x^2-2x-35} - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+35}{x^2-2x-35} < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -35) \cup (-5, 7)$$

$$D_1 = (-\infty, -35) \cup [0, 1]$$

$$if\quad -5 \le x \le 0 \text{ یا } 1 \le x \le 7 \Rightarrow \frac{x^2-x}{x^2-2x-35} < 1 \Rightarrow \frac{x^2-x}{x^2-2x-35} + 1 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2-3x-35}{x^2-2x-35} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -5) \cup \left(\frac{-7}{2}, 5\right) \cup (7, +\infty)$$

$$D_2 = \left(\frac{-7}{2}, 0\right] \cup [1, 5)$$

$D = D_1 \cup D_2$

جواب 145)

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$x-1$		−		−	0	+	
$3x+1$		−	0	+		+	

$$if\quad x \le -\frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} -x+1 > 2x-5 \\ -3x-1 < x+1 \end{cases} \begin{cases} x < 2 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} D_1 = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right]$$

$$if \quad \frac{-1}{3} < x \le 1 => \begin{Bmatrix} -x+1 > 2x-5 \\ 3x+1 < x+1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x < 2 \\ x < 0 \end{Bmatrix} \; D_2 = \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$

د شرط په پام کې نیولو سره ځواب ترلاسه کولی شو.

$$if \quad x \ge 1 => \begin{Bmatrix} x-1 > 2x-5 \\ 3x+1 < x+1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x < 4 \\ x < 0 \end{Bmatrix} \; D_3 = \phi$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

146 ځواب)

$$x = 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	

$$if \quad x \ge 0 => \left(\frac{x+x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-x}{2}\right)^2 \le 4 => \left(\frac{2x}{2}\right)^2 \le 4$$

$$=> x^2 \le 4 => |x| \le 2 => -2 \le x \le 2$$

$$D_1 = [0, 2]$$

$$if \quad x < 0 => \left(\frac{x-x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+x}{2}\right)^2 \le 4 => \left(\frac{2x}{2}\right)^2 \le 4$$

$$=> x^2 \le 4 => |x| \le 2 => -2 \le x \le 2$$

$$D_2 = [-2, 0)$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

147 ځواب)

$$x \ge 3 => (x-3)(x^2-4) \le 0$$

$$D_1 = (-\infty, -2] \cup [2, 3]$$

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
$(x-3)(x^2-4) \le 0$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
		ځواب				ځواب			

$$x \le 3 => (-x+3)(x^2-4) \le 0$$

$$D_2 = [-2, 2] \cup [3, +\infty)$$

$$D = D_1 \cup D_2$$

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
$(-x+3)(x^2-4) \le 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
				ځواب				ځواب	

148 ځواب)

$$|x-2| < \frac{x}{2} => -\frac{x}{2} < x-2 < \frac{x}{2}$$

$$=> \begin{cases} x-2 < \dfrac{x}{2} => 2x-4 < x => x < 4 => x \in (-\infty, 4) \\ x-2 > -\dfrac{x}{2} => 2x-4 > -x => 3x > 4 => x > \dfrac{4}{3} => x \in \left(\dfrac{4}{3}, +\infty\right) \end{cases}$$

$$D=(-\infty,4)\cap\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$$
$$=\left(\frac{4}{3},4\right)$$

149 ځواب)

$$2|2x-1|+x<3 \Rightarrow 2|2x-1|<3-x$$
$$\Rightarrow |2x-1|<\frac{3-x}{2}$$
$$\Rightarrow -\frac{(3-x)}{2}<2x-1<\frac{3-x}{2}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1<\frac{3-x}{2} \Rightarrow 4x-2<3-x \Rightarrow x<1 \Rightarrow x\in(-\infty,1) \\ 2x-1>-\frac{(3-x)}{2} \Rightarrow 4x-2>-(3-x) \Rightarrow x>-\frac{1}{3} \Rightarrow x\in\left(-\frac{1}{3},+\infty\right) \end{cases}$$
$$D=(-\infty,1)\cap\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$$
$$=\left(-\frac{1}{3},1\right)$$

150 ځواب)

$$|x+2|<x^2 \Rightarrow -x^2<x+2<x^2$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-x-2>0 \Rightarrow x>2 \text{ یا } x<-1 \\ x^2+x+2>0 \Rightarrow x\in R \ , \ (\Delta<0, a>0) \end{cases}$$
$$D=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$$

151 ځواب)

$$2+\sqrt{(5x-7)^2}\geq x-9 \Rightarrow 2+|5x-7|\geq x-9$$
$$\Rightarrow |5x-7|\geq x-11$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 5x-7\geq x-11 \Rightarrow 4x\geq -4 \Rightarrow x\geq -1 \Rightarrow x\in[-1,+\infty) \\ 5x-7\leq -(x-11) \Rightarrow 6x\leq 18 \Rightarrow x\leq 3 \Rightarrow x\in(-\infty,3] \end{cases}$$
$$D=(-\infty,3]\cup[-1,+\infty)$$
$$=(-\infty,+\infty)$$
$$=R$$

152 ځواب)

$$(|x|-3)(|x|+7)<0 \Rightarrow |x^2|+4|x|-21<0$$
$$\Rightarrow x^2+4|x|-21<0$$
$$\Rightarrow 4|x|<21-x^2$$
$$\Rightarrow |x|<\frac{21-x^2}{4}$$
$$\Rightarrow -\frac{(2x-x^2)}{4}<x<\frac{21-x^2}{4}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x<\dfrac{21-x^2}{4} \Rightarrow x^2+4x-21<0 \Rightarrow x\in(-7,3) \\ x>\dfrac{x^2-21}{4} \Rightarrow x^2-4x-21<0 \Rightarrow x\in(-3,7) \end{cases}$$
$$D=(-7,3)\cap(-3,7)$$
$$=(-3,3)$$

153 ځواب)

$$|x^2-2x-3|<3x-3 \Rightarrow -(3x-3)<x^2-2x-3<(3x-3)$$
$$\Rightarrow -3x+3<x^2-2x-3<3x-3$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-2x-3<3x-3 \Rightarrow x^2-5x<0 \Rightarrow x\in(0,5) \\ x^2-2x-3>-3x+3 \Rightarrow x^2+x-6>0 \Rightarrow x\in(-\infty,-3)\cup(2,+\infty) \end{cases}$$
$$D=(0,5)\cap((-\infty,-3)\cup(2,+\infty))$$
$$=(2,5)$$

154 ځواب)

$$|1-x^2|\le(1+x)^2 \Rightarrow -(1+x)^2\le 1-x^2\le(1+x)^2$$
$$if\quad 1-x^2\ge-(1+x)^2 \Rightarrow 1-x^2\ge-1-x^2-2x$$
$$\Rightarrow 2x\ge-2$$
$$\Rightarrow x\ge-1$$
$$\Rightarrow x\in[-1,+\infty)$$
$$if\quad 1-x^2\le(1+x)^2 \Rightarrow 1-x^2\le 1+2x+x^2$$
$$\Rightarrow 2x^2+2x\ge 0$$
$$\Rightarrow x\ge 0 \text{ یا } x\le-1$$
$$\Rightarrow x\in[0,+\infty)\cup(-\infty,-1]$$

$$D=[-1,+\infty)\cap[[0,+\infty)\cup(-\infty,-1]]$$
$$=\{-1\}\cup[0,+\infty)$$

155 جواب)

$$\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|\le 1 \Rightarrow \begin{cases}\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\le 1 \Rightarrow \frac{x^2-5x+4}{x^2-4}-1\le 0 \Rightarrow \frac{-5x+8}{x^2-4} \\ \qquad \Rightarrow x\in\left(-2,\frac{8}{5}\right]\cup(2,+\infty) \\ \frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\ge -1 \Rightarrow \frac{x^2-5x+4}{x^2-4}+1\ge 0 \Rightarrow \frac{2x^2-5x}{x^2-4}\ge 0 \\ \qquad \Rightarrow x\in(-\infty,-2)\cup[0,2)\cup\left[\frac{5}{2},+\infty\right)\end{cases}$$

$$D=\left(\left(-2,\frac{8}{5}\right]\cup(2,+\infty)\right)\cap\left((-\infty,-2)\cup[0,2)\cup\left[\frac{5}{2},+\infty\right)\right)$$
$$=\left[0,\frac{8}{5}\right]\cup\left[\frac{5}{2},+\infty\right)$$

156 جواب)

$$|x^3-x|\ge 1-x \Rightarrow \begin{cases}x^3-x\ge(1-x) \\ x^3-x\le -(1-x)\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2-1\ge 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+1)\ge 0 \Rightarrow (x-1)\ge 0 \Rightarrow x\ge 1 \\ x^2-2x+1\le 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+x-1)\le 0 \Rightarrow \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\le x\le 1,\ x\le\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\end{cases}$$

$$D=\{1\}$$

157 جواب)

$$|x^3-1|\le x^2+x+1 \Rightarrow |(x-1)(x^2+x+1)|-(x^2+x+1)\le 0$$

x^2+x+1 دویم درجه افاده تل مثبت ده. $(a>0\,,\Delta<0)$

$$\Rightarrow |x-1|(x^2+x-1)-(x^2+x+1)\le 0$$
$$\Rightarrow (x^2+x+1)(|x-1|-1)\le 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}x^2+x+1>0 \Rightarrow x\in R \\ |x-1|-1\le 0 \Rightarrow |x-1|\le 1 \Rightarrow -1\le x-1\le 1 \Rightarrow 0\le x\le 2\end{cases}$$
$$D=[0,2]$$

158 جواب)

$x<0$ شرط

$$3-|x-a|>x^2 \Rightarrow |x-a|<3-x^2$$
$$\Rightarrow -(3-x^2)<x-a<3-x^2$$
$$\Rightarrow x^2-3<x-a<3-x^2$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x-a<3-x^2 \Rightarrow x^2+x-3-a<0 \\ x^2-3<x-a \Rightarrow x^2-x-3+a<0 \end{cases}$$

ددې لپاره چې دوه پاسني نامساوات ځواب ولري، باید پولینوم مثبت مبین ولري.

$$\begin{cases} 13+4a>0 \Rightarrow a>-\frac{13}{4} \\ 13-4a>0 \Rightarrow a<\frac{13}{4} \end{cases} \Bigg\rangle -\frac{13}{4}<a<\frac{13}{4}$$

که د دو نامساواتو د پولینومونو جذرونه په ترتیب $x_2\,,x_1$ او $x_4\,,x_3$ په پام کې ونیسو:

$$x_1<x<x_2 \quad , \quad x_3<x<x_4$$

د $x\,,x_1$ او x_3 د منفي والي په پام کې نیولو سره منفي دی:

$$\begin{cases} x_1=\frac{-1-\sqrt{13+4a}}{2}<0 \\ x_3=\frac{1-\sqrt{13-4a}}{2}<0 \end{cases}$$

لومړی نامساوات د a دمنلو وړ قیمتونو ته تل صدق کوي.

له دویم مساوات څخه لرو:

$$\frac{1-\sqrt{13-4a}}{2}<0 \Rightarrow 1-\sqrt{13-4a}<0 \Rightarrow 1<\sqrt{13-4a} \Rightarrow 1<13-4a \Rightarrow a<3$$

$$D=\begin{cases} -\frac{13}{4}<a<\frac{13}{4} \\ a<3 \end{cases} \Bigg\rangle -\frac{13}{4}<a<3$$

159 ځواب)

$$|2x+1|\le|x+3| \Rightarrow -(x+3)\le 2x+1\le x+3$$
$$\Rightarrow -x-3\le 2x+1\le x+3$$

$$\begin{cases} 2x+1\le x+3 \Rightarrow x\le 2 \Rightarrow x\in(-\infty,2] \\ 2x+1\ge -x-3 \Rightarrow 3x\ge -4 \Rightarrow x\ge -\frac{4}{3} \Rightarrow x\in\left[-\frac{4}{3},+\infty\right) \end{cases}$$

$$D=\left[-\frac{4}{3},2\right]$$

160 ځواب)

$$|1-x| \ge |2x-5| \Rightarrow \begin{cases} 1-x \ge 2x-5 \Rightarrow 3x \le 6 \Rightarrow x \le 2 \Rightarrow x \in (-\infty, 2] \\ 1-x \le -(2x-5) \Rightarrow 1-x \le -2x+5 \Rightarrow x \le 4 \Rightarrow x \in (-\infty, 4] \end{cases}$$

$$D = (-\infty, 4]$$

161 ځواب)

$$\left||x-3|+x\right| \le |x+1| \Rightarrow -(x+1) \le |x-3|+x \le x+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-3|+x \le x+1 \Rightarrow |x-3| \le 1 \Rightarrow -1 \le x-3 \le 1 \Rightarrow 2 \le x \le 4 \\ |x-3|+x \ge -x-1 \Rightarrow |x-3| \ge -2x-1 \Rightarrow \begin{cases} x-3 \ge -2x-1 \Rightarrow 3x \ge 2 \Rightarrow x \ge \frac{2}{3} \\ x-3 \le -(-2x-1) \Rightarrow x \ge -4 \end{cases} \end{cases}$$

$$D = [2, 4]$$

162 ځواب)

$$\frac{2}{|x-2|} > \left|\frac{-3}{2x-1}\right| \Rightarrow \frac{2}{|x-2|} > \frac{3}{|2x-1|}$$

$$\Rightarrow 3|x-2| < 2|2x-1|$$

$$\Rightarrow -2(2x-1) < 3(x-2) < 2(2x-1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3(x-1) < 3(2x-1) \Rightarrow x > -4 \Rightarrow x \in (-4, +\infty) \\ 3(x-2) > -2(2x-1) \Rightarrow x > \frac{8}{7} \Rightarrow x \in \left(\frac{8}{7}, +\infty\right) \end{cases}$$

$$D = \left(\frac{8}{7}, +\infty\right)$$

163 ځواب)

$$\left|\frac{2x-1}{x+1}\right| > 1 \Rightarrow \frac{|2x-1|}{|x+1|} > 1$$

$$\Rightarrow |2x-1| > |x+1| \quad ; \quad x \ne -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1 > x+1 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow x \in (2, +\infty) \\ 2x-1 < -(x+1) \Rightarrow 3x < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \end{cases}$$

$$D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-1\}$$

164 ځواب)

دغه نامساوات د لاندې دوو سيستمونو له مجموع سره معادل دی:

$$x^2-2|x|<3 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^2-2x<3 \\ x\ge 0 \end{cases} \begin{cases} x^2-2x-3<0 \\ x\ge 0 \end{cases} \begin{cases} -1<x<3 \\ x\ge 0 \end{cases} 0\le x<3 \\ \begin{cases} x^2+2x<3 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} x^2+2x-3<0 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} -3<x<1 \\ x<0 \end{cases} -3\le x<0 \end{cases}$$

$$D=(-3,0)\cup[0,3)$$
$$=(-3,3)$$

165 ځواب)

دغه نامساوات د لاندې دوو سيستمونو سره معادل دی:

$$|x|<-x^2+x+6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x<-x^2+x+6 \\ x\ge 0 \end{cases} \begin{cases} x^2-6<0 \\ x\ge 0 \end{cases} \begin{cases} -\sqrt{6}\le x<\sqrt{6} \\ x\ge 0 \end{cases} 0\le x<\sqrt{6} \\ \begin{cases} -x<-x^2+x+6 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} x^2-2x-6<0 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} 1-\sqrt{7}<x<1+\sqrt{7} \\ x<0 \end{cases} 1-\sqrt{7}<x<0 \end{cases}$$

$$D=(1-\sqrt{7},0)\cup[0,\sqrt{6})$$
$$=(1-\sqrt{7},\sqrt{6})$$

166 ځواب)

دغه نامساوات په دواړو طريقو حل کوو:

لومړۍ طريقه)

نامساوات د لاندې دوو سيستمونو له مجموع سره معادل دی:

$$||x|-1|<1-x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} |x-1|<1-x \\ x\ge 0 \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x-1<1-x \Rightarrow 2x<2 \Rightarrow x<1 \\ x-1>-(1-x) \Rightarrow -1>-1 \Rightarrow x\in\phi \end{cases} \\ x\ge 0 \end{cases} x\in\phi \\ \begin{cases} |-x-1|<1-x \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x+1<1-x \Rightarrow 2x<0 \Rightarrow x<0 \\ x+1>-(1-x) \Rightarrow 1>-1 \Rightarrow x\in R \end{cases} \\ x<0 \end{cases} x\in(-\infty,0) \end{cases}$$

$$D=(-\infty,0)$$

دويمه طريقه)

نامساوات د لاندې سيستم سره معادل دی:

$$\left||x|-1\right| < 1-x \Rightarrow \begin{cases} |x|-1<1-x \\ |x|-1>-(1-x) \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} |x|+x-2<0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x-2<0 \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x<2 \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} x<1 \\ x\geq 0 \end{cases} x\in[0,1) \\ \begin{cases} -2<0 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} x\in R \\ x<0 \end{cases} x\in(-\infty,0) \end{cases} x\in(-\infty,1) \\ |x|-x>0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-x>0 \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} 0>0 \\ x\geq 0 \end{cases} x\in\phi \\ \begin{cases} -x-x>0 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} -2x>0 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} x<0 \\ x<0 \end{cases} x\in(-\infty,0) \end{cases} x\in(-\infty,0) \end{cases}$$

$$D=(-\infty,1)\cap(-\infty,0)$$
$$=(-\infty,0)$$

167 ځواب)

د نامساواتو لپاره له لومړۍ طریقې کار اخلو:

$$\left|1-\frac{|x|}{1+|x|}\right| \geq \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} \left|1-\frac{x}{1+x}\right| \geq \frac{1}{2} \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} \left|\frac{1}{1+x}\right| \geq \frac{1}{2} \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{1+x} \geq \frac{1}{2} \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{1-x}{2(1+x)} \geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases} \begin{cases} -1<x\leq 1 \\ x\geq 0 \end{cases} x\in[0,1] \\ \begin{cases} \left|1-\frac{-x}{1-x}\right| \geq \frac{1}{2} \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} \left|\frac{1}{1-x}\right| \geq \frac{1}{2} \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} \frac{1+x}{1-x} \geq 0 \\ x<0 \end{cases} \begin{cases} -1\leq x<1 \\ x<0 \end{cases} x\in[-1,0) \end{cases}$$

$$D=[0,1]\cup[-1,0)$$
$$=[-1,1]$$

168 ځواب)

نامساوات دلاندې دوو سیستمونو له مجموع سره معادل دی:

$$\frac{|x-3|}{x^2-5x+6} \geq 2 \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x-3\geq 0\\ \dfrac{x-3}{x^2-5x+6}\geq 2\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x\geq 3\\ \dfrac{x-3}{(x-2)(x-3)}\geq 2\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x>3\\ \dfrac{1}{x-2}\geq 2\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x>3\\ \dfrac{5-2x}{x-2}\geq 0\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x>3\\ x\in\left(2,\dfrac{5}{2}\right]\end{array}\right\rangle x\in\phi\\ \left\{\begin{array}{l}x-3<0\\ -\dfrac{x-3}{x^2-5x+6}\geq 2\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x<3\\ \dfrac{-(x-3)}{(x-2)(x-3)}\geq 2\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x<3\\ \dfrac{-1}{(x-2)}\geq 2\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x<3\\ \dfrac{3-2x}{x-2}\geq 0\end{array}\right\rangle\left\{\begin{array}{l}x<3\\ \dfrac{3}{2}\leq x<2\end{array}\right\rangle x\in\left[\dfrac{3}{2},2\right)\end{array}\right.$$

$$D=\phi\cup\left[\frac{3}{2},2\right)$$

$$=\left[\frac{3}{2},2\right)$$

169 ځواب)

د نامساواتو د تعریف حوزه په $x^2+y^2-1\geq 0$ شرط ټاکل کیږي.

$$-|y|+x-\sqrt{x^2+y^2-1}\geq 1 \Rightarrow x-|y|\geq 1+\sqrt{x^2+y^2-1}$$

په پاسني نامساواتو کې $1+\sqrt{x^2+y^2-1}\geq 0$ دی، نـو $x-|y|\geq 0$ او ددې شرط لپـاره د معـادلې دواړه خواوې مثبت قیمتونه لري، که دواړه خواوې یې په توان ورسوو:

$$\Rightarrow (x-|y|)^2\geq\left(1+\sqrt{x^2+y^2-1}\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2-2x|y|+y^2\geq 1+2\sqrt{x^2+y^2-1}+(x^2+y^2-1)$$

$$\Rightarrow -x|y|\geq\sqrt{x^2+y^2-1}$$

$$\begin{cases}-x|y|\geq\sqrt{x^2+y^2-1}\\ x-|y|\geq 0\Rightarrow x\geq|y|\end{cases}$$

له دې چې $x\geq|y|\geq 0$ دی، نو ددغه سیستم د لومړۍ معـادلې کـیڼ لـوری منفـي او ښـی لـوری یـې مثبت دی او په دې اساس نامساوات هغه مهال او یوازې هغه مهال صدق کـوي چـې دواړه خـواوې یـې مساوي په صفر وي، یعنې نامساوات د لاندې سیستم سره معادل دی:

$$\begin{cases}-x|y|=0\\ x^2+y^2-1=0\\ x\geq|y|\end{cases}$$

$$if\quad -x|y|=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\xrightarrow{x\geq|y|}y=0\\ y=0\xrightarrow{x^2+y^2-1=0,\,x\geq 0}x=1\end{cases}$$

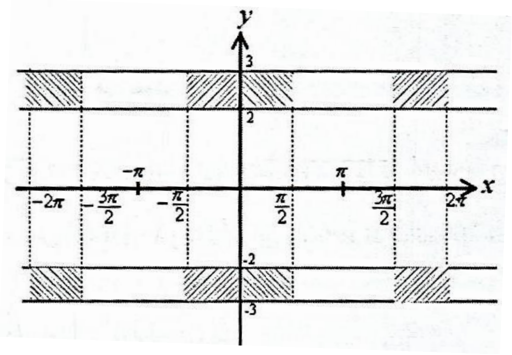
$(0,0)$ مرتبه جوړه د نامساواتو د تعریف په ناحیه کې نشته.

$(1,0)$ مرتبه جوړه د نامساواتو یوازینی ځواب دی.

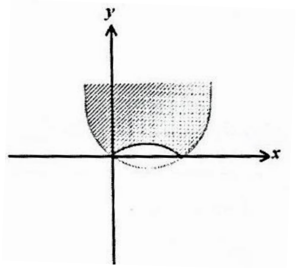
170 **ځواب)**

$$if \quad 0<\cos x<1 \Rightarrow \begin{cases} |y|-2>0 \\ |y|-2<(\cos x)^0 \Rightarrow 0<|y|-2<1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0<\cos x<1 \Rightarrow 2k\pi-\frac{\pi}{2}<x<2k\pi+\frac{\pi}{2}, \pi\neq 2k\pi \\ 0<|y|-2<1 \Rightarrow \begin{cases} |y|-2>0 \Rightarrow |y|>2 \Rightarrow y>2, y<-2 \\ |y|-2<1 \Rightarrow |y|<3 \Rightarrow -3<y<3 \end{cases} \begin{cases} 2<y<3 \\ -3<y<-2 \end{cases} \end{cases}$$



171 **ځواب)**



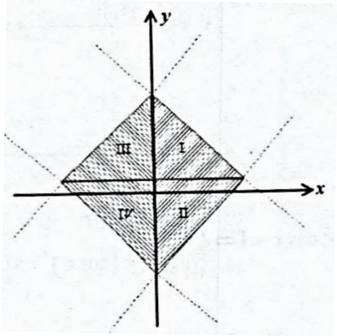
172 **ځواب)**

$$I) \begin{cases} x\geq 0 \ , \ y\geq 1 \\ |x|+|y-1|\leq 4 \end{cases} \begin{cases} x\geq 0 \ , \ y\geq 1 \\ x+(y-1)\leq 4 \end{cases} \begin{cases} x\geq 0 \ , \ y\geq 1 \\ x+y\leq 5 \end{cases}$$

$$II) \begin{cases} x\geq 0 \ , \ y\leq 1 \\ |x|+|y-1|\leq 4 \end{cases} \begin{cases} x\geq 0 \ , \ y\leq 1 \\ x-(y-1)\leq 4 \end{cases} \begin{cases} x\geq 0 \ , \ y\leq 1 \\ y-x\geq -3 \end{cases}$$

$$III) \begin{cases} x\leq 0 \ , \ y\geq 1 \\ |x|+|y-1|\leq 4 \end{cases} \begin{cases} x\leq 0 \ , \ y\geq 1 \\ -x+(y-1)\leq 4 \end{cases} \begin{cases} x\leq 0 \ , \ y\geq 1 \\ y-x\leq 5 \end{cases}$$

$$IV)\ \begin{cases} x \le 0\ ,\ y \le 1 \\ |x| + |y-1| \le 4 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} x \le 0\ ,\ y \le 1 \\ -x-(y-1) \le 4 \end{cases} \Bigg\rangle \begin{cases} x \le 0\ ,\ y \le 1 \\ x+y \ge -3 \end{cases}$$



د هر مثلث مساحت $\frac{(4\times 4)}{2}$ دی:

کلي مساحت : $S = 4\left[\frac{(4\times 4)}{2}\right] = 32$

173 **ځواب)**

$$\big||x-y|-|y-1|\big| = x-2y+1 \Rightarrow \big||x-y|-|1-y|\big| = x-y+(1-y)$$

فرض : $\begin{cases} x-y=a \\ 1-y=b \end{cases} \Big\rangle \big||a|-|b|\big| = a+b$

لومړی باید ووینو چې $\big||a|-|b|\big| = a+b$ مساوات مشروط په څه سم دی؟

(لومړی حالت) $if \quad a \ge 0 \Rightarrow \big|a-|b|\big| = a+b \Rightarrow \begin{cases} if \quad b>0 \Rightarrow |a-b| \ne a+b \\ if \quad b \le 0 \Rightarrow |a+b| = a+b \end{cases}$

نو په $a \ge 0\ ,\ b \le 0\ ,\ a+b \ge 0$ شرطونو سره $\big||a|-|b|\big| = a+b$ مساوات صدق کوي.

$$\begin{cases} x-y \ge 0 \\ 1-y \le 0 \\ x-2y+1 \ge 0 \end{cases}$$

(دویم حالت) $if \quad a \le 0 \Rightarrow \big|-a-|b|\big| = a+b \Rightarrow \begin{cases} if \quad b \ge 0 \Rightarrow |-a-b| = a+b \\ if \quad b<0 \Rightarrow |-a+b| \ne a+b \end{cases}$

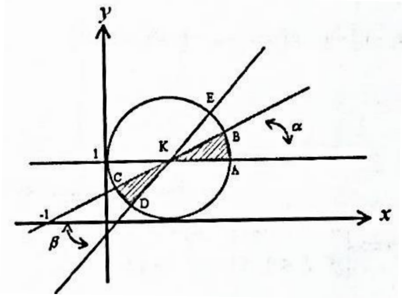
نو په $a \le 0\ ,\ b \ge 0\ ,\ a+b \ge 0$ شرطونو سره $\big||a|-|b|\big| = a+b$ مساوات صدق کوي.

$$\begin{cases} x-y \le 0 \\ 1-y \ge 0 \\ x-2y+1 \ge 0 \end{cases}$$

په دې توګه د پاسني سیستم لومړی معادله هغه مهال او یوازې هغه مهال صدق کوي چې (x, y) پـه یو له لاندې سیستمونو کې صدق وکړي.

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ 1-y \leq 0 \\ x-2y+1 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x-y \leq 0 \\ 1-y \geq 0 \\ x-2y+1 \geq 0 \end{cases}$$

که $x-y=0$, $1=y-0$, $x-2y+1=0$ مستقیم خطونه د قایم مختصاتو د محورونو پـرمخ رسم کړو، دغه درې مستقیم خطونه په k نقطه کې د $(1,1)$ مختصاتو سره متقارب دي او ښکاري چـې د وروستیو نامساواتو سیستمونو د β, α زاویو ننۍ نقطې اوددغه زاویې په اضلاع پرتـې نقطـې لـه یـوه بـل سره متناظر دي.



د فرض شوي سیستم له نامساواتو سره متناظرې نقطې هغه نقطې دي چې د $K(1,1)$ مرکز او 1 شعاع لرونکې دایرې دننه او د محیط پرمخ پرتې وي.

غواړو د دوو CkD, AkB قطاع د مساحتونو مجموع ترلاسه کړو.

له دې چې دغه دوه قطاع، د دایرې د مرکز په پرتله، د یوه بل معکوس دي، ضمناً B نقطه د AE کمان منځنۍ نقطه ده نو اړینه ده چې د EkA قطاع مساحت ترلاسه کړو.

$1-y=0, x-y=0$ مستقیم خطونه د دایرې له مرکز څخه تیریږي او $45°$ زاویه له یوه بل سره جوړوي. یعنې د EkA قطاع مساحت د دایرې د مساحت له $\frac{1}{8}$ سره مساوي دی.

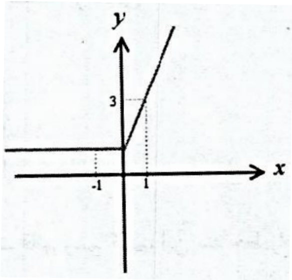
مساحت د مربع $\frac{\pi}{8}$ واحد دی.

174 ځواب)

$x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x	−	0	+

$$if \quad x \leq 0 => y=-(x)+x+1 => y=1 \quad ; \quad A_1(0,1), B_1(-1,1)$$
$$if \quad x \geq 0 => y=(x)+x+1 => y=2x+1; \quad A_2(0,1), B_2(1,3)$$



175 ځواب)

$x = 0$

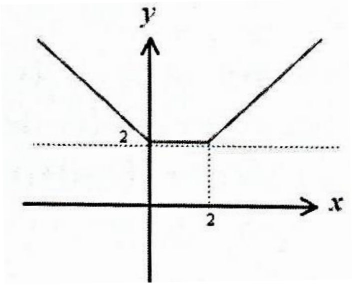
$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		−	0	+		+	
$x-2$		−		−	0	+	

$if \quad x \le 0 \Rightarrow y = -(x) - (x-2) \Rightarrow y = -2x + 2 \;\; ; \;\; A_1(0,2) \;\; , \;\; B_1(-1,\ 4)$

$if \quad 0 \le x \le 2 \Rightarrow y = (x) - (x-2) \Rightarrow y = 2$

$if \quad x \ge 2 \Rightarrow y = x + x - 2 \Rightarrow y = 2x - 2 \quad ; \quad A_2(2,2) \;\; , \;\; B_2(3,4)$



176 ځواب)

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$3 - 2 = 0 \Rightarrow 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$x+1$		−	0	+		+	
$3-2x$		+		+	0	−	

$if \;\; x \le -1 \Rightarrow y = -(x+1) - (3-2x) - x + 4 \Rightarrow y = -x - 1 - 3 + 2x - x + 4$

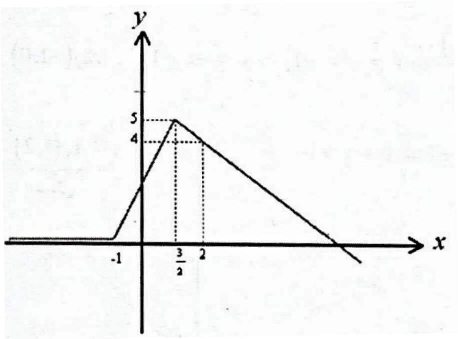
$\Rightarrow y = 0 \quad ; \quad A_1(-1,0) \quad , \quad B_1(-2,0)$

$if \;\; -1 \le x \le \frac{3}{2} \Rightarrow y = (x+1) - (3-2x) - x + 4 \Rightarrow y = x + 1 - 3 + 2x - x + 4$

$\Rightarrow y = 2x + 2 \;\; ; \;\; A_2(-1,0) \, , \, B_2\left(\frac{3}{2}, 5\right)$

$if \quad x \ge \frac{3}{2} \Rightarrow y = (x+1) + (3-2x) - x + 4 \Rightarrow y = x + 1 + 3 - 2x - x + 4$

$\Rightarrow y = -2x + 8 \quad ; \quad A_3\left(\frac{3}{2}, 5\right) \;\; , \;\; B(2,4)$



177 ځواب)

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	

$if \quad x \le 1 \Rightarrow y = x-(x-1)-(x-2) \Rightarrow y = x-x+1-x+2$

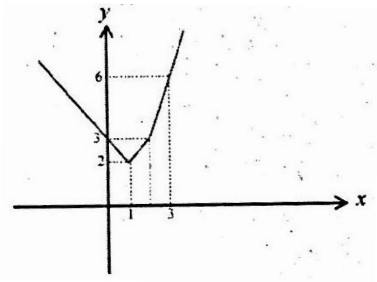
$\Rightarrow y=-x+3 \quad ; \quad A_1(1,2) \ , \ B(0,3)$

$if \quad 1 \le x \le 2 \Rightarrow y = x+(x-1)-(x-2) \Rightarrow y = x+x-1-x+2$

$\Rightarrow y = x+1 \quad ; \quad A_2(1,2) \ , \ B_2(2,3)$

$if \quad x \ge 2 \Rightarrow y = x+(x-1)+(x-2) \Rightarrow y = 3x-3$

$A_3(2,3) \quad , \quad B_3(3,6)$



178 ځواب)

$D_f = R-\{1\}$

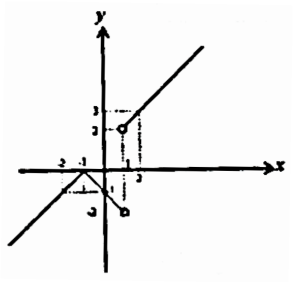
$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

$if \ x \le -1 \Rightarrow y = \frac{(x^2-1)}{x-1} \Rightarrow y = x+1 \qquad ; A_1(-1,0), B_1(-2,-1)$

$if \ -1 \le x < 1 \Rightarrow y = \frac{-(x^2-1)}{x-1} \Rightarrow y = -(x+1) \Rightarrow y = -x-1; A_2(-1,0), \underbrace{B_2(1,-2)}_{\text{منځ تشي}}$

$if \quad x > 1 \Rightarrow y = \frac{(x^2-1)}{x-1} = x+1 \Rightarrow y = x+1 \qquad ; \quad \underbrace{A_3(1,2)}_{\text{منځ تشي}} \ , B_3(2,3)$

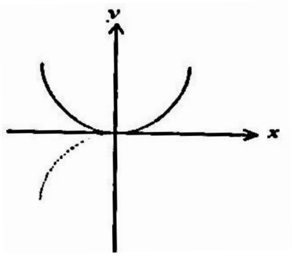


179 ځواب)

$x = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	

$$if \quad x \le 0 \Rightarrow y = x^2(-x) \Rightarrow y = -x^3$$
$$if \ x \ge 0 \Rightarrow y = x^2(x) \Rightarrow y = x^3$$

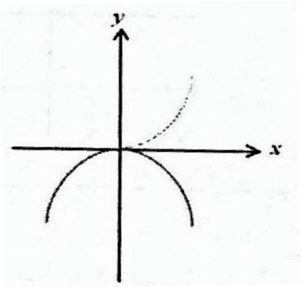


180 ځواب)

$x = 0$

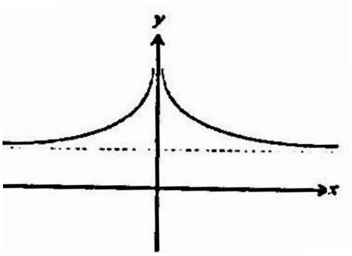
x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	

$$if \quad x \le 0 \Rightarrow y = -x^2(-x) \Rightarrow y = x^3$$
$$if \quad x \ge 0 \Rightarrow y = -x^2(x) \Rightarrow y = -x^3$$



181 ځواب)

$$if \quad x > 0 \Rightarrow y = \frac{1}{x} + 2 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x}$$
$$if \quad x < 0 \Rightarrow y = \frac{1}{-x} + 2 \Rightarrow y = \frac{-2x+1}{-x} \Rightarrow y = \frac{2x-1}{x}$$



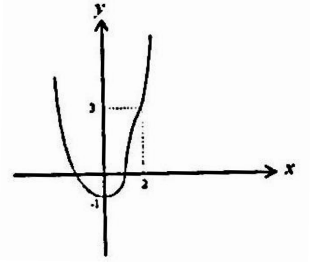
182 ځواب)

$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \ , \ x = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$x^2 - 2x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$if \quad x \le 0$ یا $x \ge 2 \Rightarrow y = (x^2 - 2x) + 2x - 1 \Rightarrow y = x^2 - 1$

$if \quad 0 \le x \le 2 \Rightarrow y = -(x^2 - 2x) + 2x - 1 = -x^2 + 2x + 2x - 1 \Rightarrow y = -x^2 + 4x - 1$

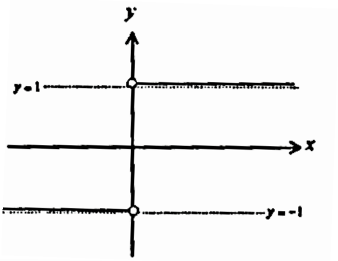


183 **ځواب)**

$D_f = R - \{0\}$

$if \quad x > 0 \Rightarrow y = \dfrac{+(x)}{x} \Rightarrow y = 1$

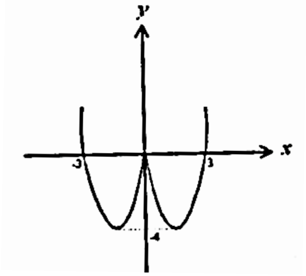
$if \quad x < 0 \Rightarrow y = \dfrac{-x}{x} \Rightarrow y = -1$



184 **ځواب)**

$if \quad x \ge 0 \Rightarrow y = x^3 - 3x^2$

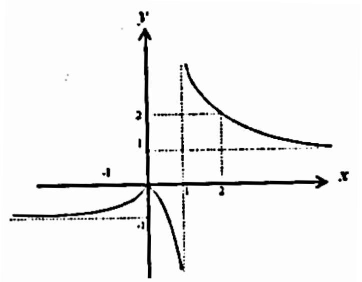
$if \quad x < 0 \Rightarrow y = -x^3 - 3x^2$



په پاسنی تابع کې که x، $x-$ ته واړووو د y قیمت بدلون نه مومي، په دې اساس د جفت تابع سره کار لرو او yy' محور ددغه گراف د تناظر محور دی.

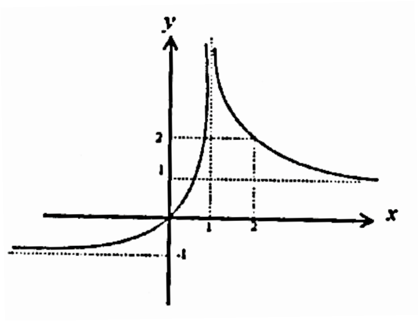
185 **ځواب)**

$D_f = R - \{1\}$



186 **ځواب)**

$if \quad x \ge 0 \Rightarrow y = \dfrac{x}{x-1}$



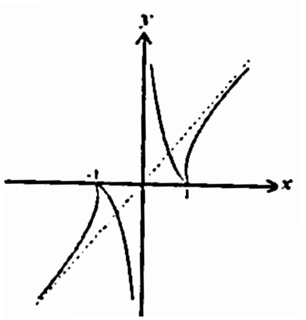
$$if \quad x < 0 \Rightarrow y = \frac{-x}{x-1}$$

$$D_f = R - \{1\}$$

$$if \quad x > 1 \Rightarrow y = \frac{x}{x-1}$$

$$if \quad x < 1 \Rightarrow y = \frac{-x}{x-1}$$

187 ځواب)



$$D_f = R - \{0\}$$

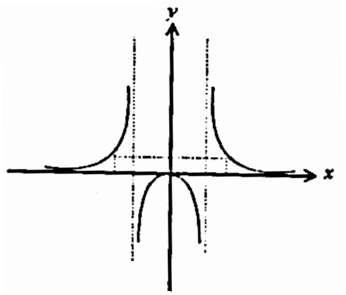
$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		+	0	−	0	+	

$if \quad x \le -1$ یا $\ge 1 \Rightarrow y = \frac{x^2-1}{x}$

$$if \quad -1 \le x \le 1 \Rightarrow y = \frac{-(x^2-1)}{x}$$

188 ځواب)

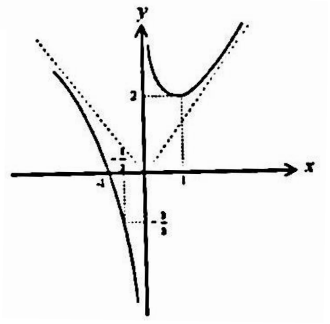


$$D_f = R - \{\pm 1\}$$

$$if \quad x \ge 0 \Rightarrow y = \frac{x}{x^2-1}$$

$$if \quad x < 0 \Rightarrow y = -\frac{x}{x^2-1}$$

189 ځواب)



$$D_f = R - \{0\}$$

$$if \quad x > 0 \Rightarrow y = x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x}$$

$$if \quad x < 0 \Rightarrow y = -x + \frac{1}{x} = \frac{-x^2+1}{x}$$

190 ځواب)

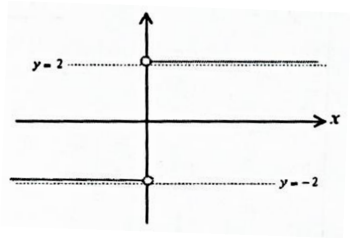
$$D_f = R - \{0\}$$

$$y = \frac{x^2+1}{x\sqrt{\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)^2 + 1}} \Rightarrow y = \frac{x^2+1}{x\sqrt{\frac{(x^2+1)^2}{4x^2}}}$$

$$\Rightarrow y=\frac{2\left(x^2+1\right)\cdot|x|}{x\left(x^2+1\right)}$$

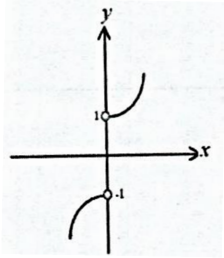
$$\Rightarrow y=\frac{2|x|}{x}$$

$$\Rightarrow y=\begin{cases}2 & ; \quad x>0\\ -2 & ; \quad x<0\end{cases}$$



جواب 191)

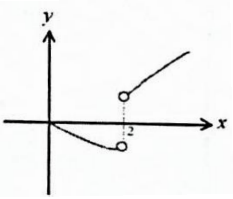
$$y=\frac{2x}{\sqrt{1-\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}} \Rightarrow y=\begin{cases}1+x^2 & ; \quad x>0\\ -1-x^2 & ; \quad x<0\end{cases}$$



جواب 192)

$$D_f=[0,+\infty)-\{2\}$$

$$y=\frac{\sqrt{x(x-2)^2}}{x-2} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{x}\,|x-2|}{x-2} \Rightarrow y=\begin{cases}\sqrt{x} & ; \quad x>2\\ -\sqrt{x} & ; \quad 0\le x<2\end{cases}$$



جواب 193)

$$D_f=[1,+\infty)$$

$$y=\left(\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\right)^2$$

$$\Rightarrow y=\left(\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}\right)^2+2\sqrt{\left(x+2\sqrt{x-1}\right)\left(x-2\sqrt{x-1}\right)}+\left(\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\right)^2$$

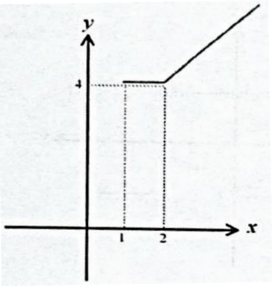
$$\Rightarrow y=\left(x+2\sqrt{x-1}\right)+2\sqrt{x^2-4x+4}+\left(x-2\sqrt{x-1}\right)$$

$$\Rightarrow y=2x+2\sqrt{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow y=2x+2|x-2|$$

$$\Rightarrow y=2\left(x+|x-2|\right)$$

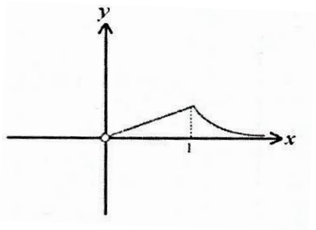
$$\Rightarrow y=\begin{cases}4x-4 & ; \quad x\ge 2\\ 4 & ; \quad 1\le x\le 2\end{cases}$$



194 ځواب)

$$y=\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{\frac{1+x^2+2x}{2x}}-\sqrt{\frac{1+x^2-2x}{2x}}}{\sqrt{\frac{1+x^2+2x}{2x}}+\sqrt{\frac{1+x^2-2x}{2x}}}$$

$$\Rightarrow y=\frac{\sqrt{\frac{(x+1)^2}{2x}}-\sqrt{\frac{(x-1)^2}{2x}}}{\sqrt{\frac{(x+1)^2}{2x}}+\sqrt{\frac{(x-1)^2}{2x}}}$$



$$\Rightarrow y=\frac{\frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{2x}}-\frac{\sqrt{(x-1)^2}}{\sqrt{2x}}}{\frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{2x}}+\frac{\sqrt{(x-1)^2}}{\sqrt{2x}}}$$

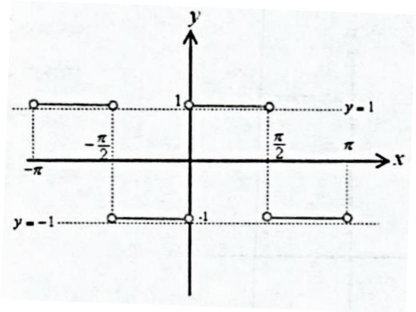
$$\Rightarrow y=\frac{|x+1|-|x-1|}{|x+1|+|x-1|}$$

$$\Rightarrow y=\begin{cases} x & ; \quad 0<x\le 1 \\ \frac{1}{x} & ; \quad x\ge 1 \end{cases}$$

195 ځواب)

مخکې محاسبه شوي.

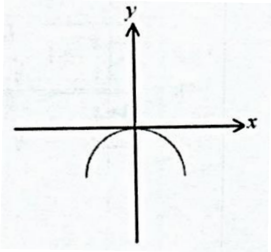
$$y=\frac{\sin x\cdot\cos x}{|\sin x\cdot\cos x|} \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{cases} 2k\pi<x<2k+\frac{\pi}{2} \\ 2k\pi+\pi<x<2k\pi+\frac{3\pi}{2} \end{cases}\right\rangle y=1 \\ \left.\begin{cases} 2k\pi+\frac{\pi}{2}<x<2k\pi+\pi \\ 2k\pi+\frac{3\pi}{2}<x<2k\pi+2\pi \end{cases}\right\rangle y=-1 \end{cases}$$



196 ځواب)

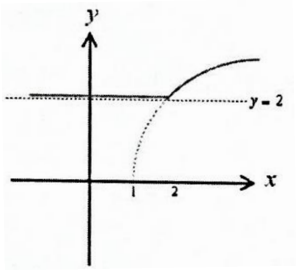
$$D_f = R - \{1\}$$

$$y = \frac{x^3 - x^2}{2|x-1|} \Rightarrow y = \frac{x^2(x-1)}{2|x-1|} \Rightarrow y = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & ; \quad x > 1 \\ \frac{-x^2}{2} & ; \quad x < 1 \end{cases}$$



197 ځواب)

$$y = \sqrt{2(x + 1|x-2|)} \Rightarrow y = \begin{cases} 2\sqrt{x-1} & ; \quad x \geq 2 \\ 2 & ; \quad x < 2 \end{cases}$$



198 ځواب)

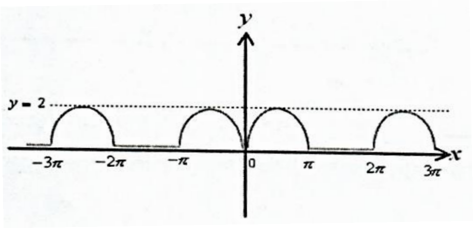
$$\begin{aligned} f(-x) &= |\sin(-x)| + \sin|-x| \\ &= |-\sin x| + \sin|x| \\ &= |\sin x| + \sin|x| \\ &= f(x) \end{aligned}$$

f جفت تابع ده او د عرض محور په پرتله متناظر ده.

f د دواړو نيم محورونو لپاره 2π تناوبي دوران لري او اړينه ده چې ګراف يې په $[0, 2\pi]$ واټن کې رسم کړو.

$$y=\begin{cases}2\sin x & ; \quad 0<x\le\pi\\ 0 & ; \quad \pi\le x\le 2\pi\end{cases}$$

نو ددغه گراف معکوس د عرض محور په پرتله ترلاسه کوو:

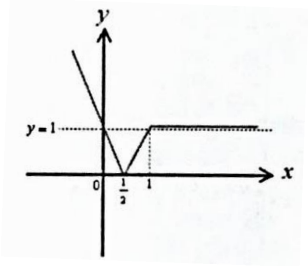


ځواب) 199

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

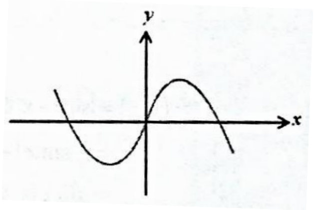
$$if \quad x\le 1 \Rightarrow y=\left|-(x-1)-x\right|=\left|-x+1-x\right|=\left|-2x+1\right|=$$

$$=\begin{cases}2x-1 & ; \quad x\ge\frac{1}{2}\\ 1-2x & ; \quad x\le\frac{1}{2}\end{cases}\Bigg\rangle\begin{cases}2x-1 & ; \quad \frac{1}{2}\le x\le 1\\ 1-2x & ; \quad x\le\frac{1}{2}\end{cases}$$



$$if \quad x\ge 1 \Rightarrow y=\left|(x-1)-x\right|=\left|-1\right|=1$$

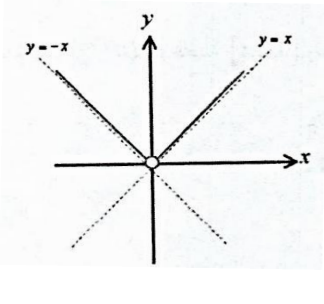
ځواب) 200



$$if \quad x\ge 0 \Rightarrow y=x(1-x) \Rightarrow y=x-x^2$$

$$if \quad x<0 \Rightarrow y=x(1+x) \Rightarrow y=x+x^2$$

ځواب) 201



$$D_f=R-\{0\}$$

$$if \quad x>0 \Rightarrow y=\frac{x^2}{x} \Rightarrow y=x$$

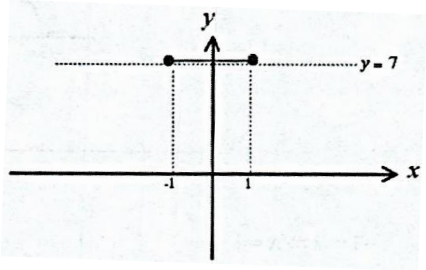
$$if \quad x<0 \Rightarrow y=\frac{x^2}{-x} \Rightarrow y=-x$$

202 ځواب)

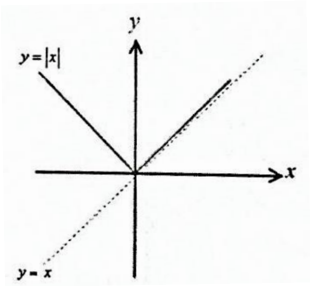
$$y=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x+2)^2}+4 \Rightarrow y=|x-1|+|x+2|+4$$

$$-1\le x\le 1 \Rightarrow \begin{cases} if \quad x\le 1 \Rightarrow x-1\le 0 \Rightarrow |x-1|=-(x-1) \\ if \quad x\ge -1 \Rightarrow x+1\ge 0 \Rightarrow x+2\ge 1 \Rightarrow |x+2|=+(x+2) \end{cases}$$

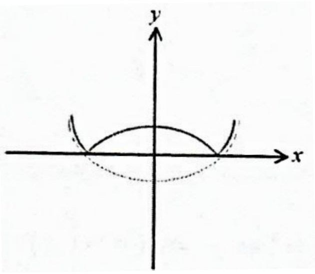
$$y=|x-1|+|x+2|+4 \Rightarrow y=-(x-1)+(x+2)+4 \Rightarrow y=-x+1+x+2+4 \Rightarrow y=7$$



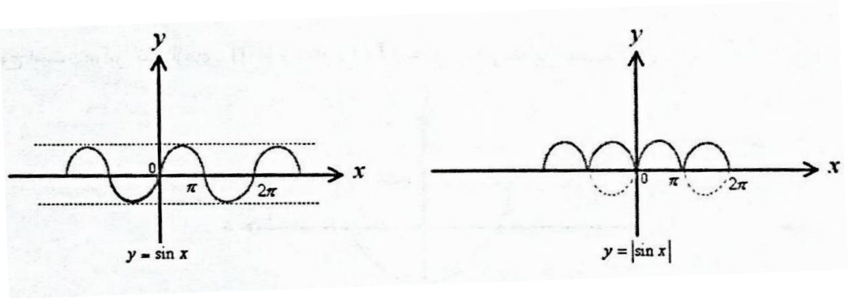
203 ځواب)



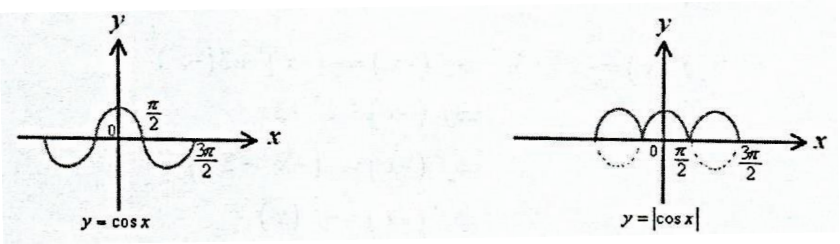
204 ځواب)



205 ځواب)

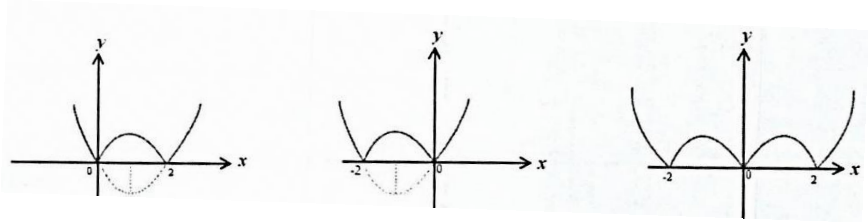


206 ځواب)



207 ځواب)

$$if \quad x \geq 0 \Rightarrow y = |x^2 - 2x|$$
$$if \quad x < 0 \Rightarrow y = |x^2 + 2x|$$

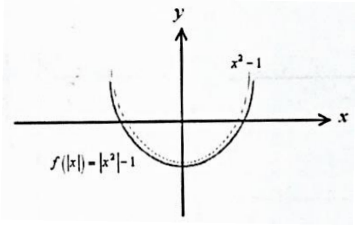


$$y = |x^2 - 2x| \qquad y = |x^2 + 2x| \qquad y = |x^2 - 2|x|| = \begin{cases} |x^2 - 2x| & x \geq 0 \\ |x^2 + 2x| & x < 0 \end{cases}$$

208 ځواب)

$$f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f(-x) = (-x)^2 - 1$$
$$\Rightarrow f(-x) = x^2 - 1$$
$$\Rightarrow f(-x) = f(x)$$

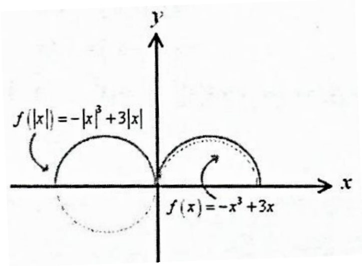
$f(x)$ جفت تابع ده په دي اساس $y = f(|x|)$, $y = f(x)$ گرافونه پر يوه بل منطبق دي.



209 ځواب)

$$f(x) = -x^3 + 3x \Rightarrow f(-x) = -(-x)^3 + (-x)$$
$$\Rightarrow f(-x) = x^3 - 3x$$
$$\Rightarrow f(-x) = -(-x^3 + 3x)$$
$$\Rightarrow f(-x) = -f(x)$$

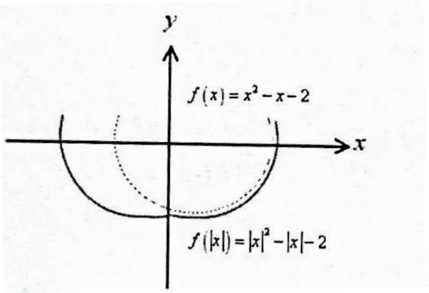
$f(x)$ تاق تابع ده. د $f(|x|)$ د رسمولو لپاره باید د $y = f(x)$ منحنی د هغه برخې معکوس چپ په $x < 0$ کې پروت دی نسبت x محور ته رسم کړو:



210 ځواب)

f نه جفت او نه تاق ده <= $f(x) = x^2 - x - 2$

$f(|x|)$ گراف پر $f(x)$ گراف په $x > 0$ برخه کې منطبق دی او په $x < 0$ کې $f(|x|)$ گراف نظر y محور ته د $f(x)$ گراف د $x > 0$ برخې معکوس دی.

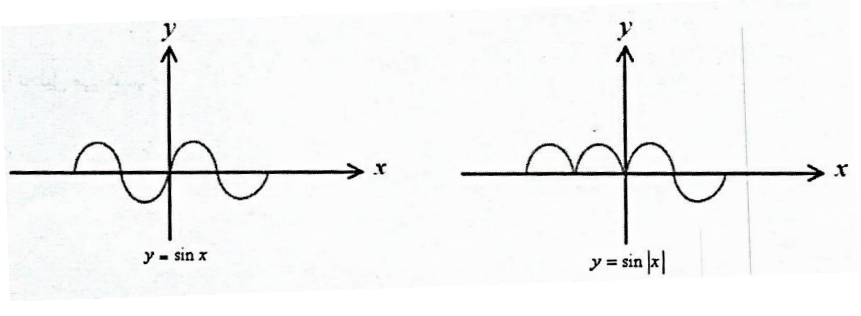


211 ځواب)

$$f(x) = \sin x \Rightarrow f(-x) = \sin(-x)$$
$$\Rightarrow f(-x) = -\sin x$$
$$\Rightarrow f(-x) = -f(x)$$

$f(x)$ تاق تابع ده او د $f(|x|) = \sin|x|$ گراف د رسمولو لپاره لرو چې:

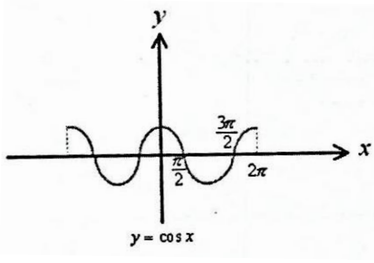
په $x > 0$ کې $\sin|x|$ گراف پر $\sin x$ گراف منطبق دی، په $x < 0$ کې $\sin|x|$ گراف د $\sin x$ گراف معکوس دی، البته نظر x ته.

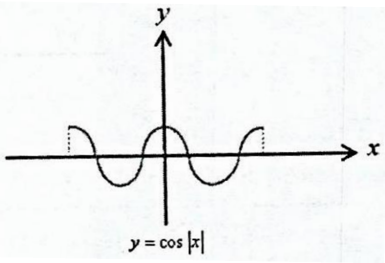


ځواب) 212

$$f(x)=\cos x \Rightarrow f(-x)=\cos(-x)$$
$$\Rightarrow f(-x)=\cos x$$
$$\Rightarrow f(-x)=f(x)$$

$f(x)$ جفت تابع ده په دې اساس $f(x)=\cos x$ او $f(|x|)=\cos|x|$ ګرافونه پر يوه بل منطبق دي.

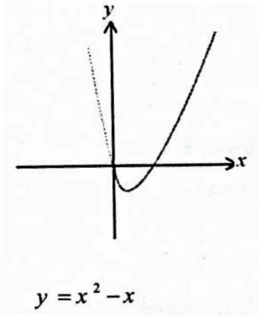


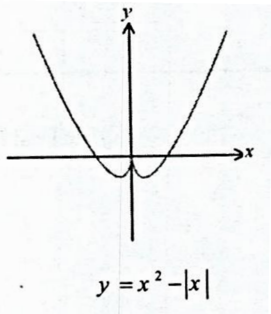


ځواب) 213

$$y=x^2-|x| \Rightarrow y=|x|^2-|x|$$
$$f(x)=x^2-x \Rightarrow f(-x)=(-x)^2-(x)$$
$$\Rightarrow f(-x)=x^2+x$$
$$\Rightarrow f(-x)\neq f(x)$$

f نه تاق ده نه جفت.



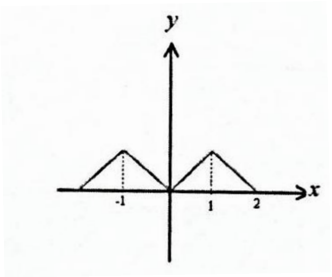


ځواب) 214

مسئله په دوو طريقو تحليل کوو:

لومړۍ طريقه)

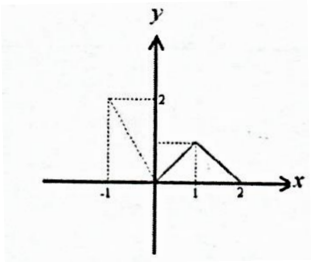
د ويل شوي ټکي پر اساس پاسنۍ تابع نه جفت ده او نه تاق په دې اساس په هغه برخو کې چې $x>0$ وي، د $f(x)$ او $f(|x|)$ تابع ګانو ګرافونه پر يوه بل منطبق دي او په هغه برخو کې چې $x<0$ وي، د $f(|x|)$ ګراف نظر y محور ته د $f(x)$ د ګراف معکوس دی.



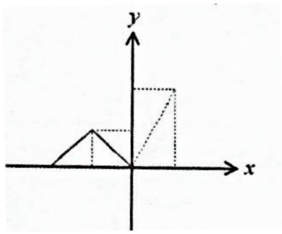
دویمه طریقه)

$$|x| = \begin{cases} x \; ; & x \geq 0 \\ -x ; & x < 0 \end{cases} \quad f(|x|) = \begin{cases} f(x) \; ; & x \geq 0 \\ f(-x) \; ; & x < 0 \end{cases}$$

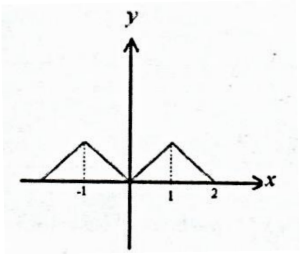
یعني د $f(|x|)$ معادله لرونکي تابع د رسمولو لپاره باید د $f(x)$ تابع د ګراف هغه برخه و ټاکو چې $x \geq 0$ وي، یعنې لاندې برخه:



او د $f(-x)$ له ګراف څخه باید هغه برخه وټاکو چې $x < 0$ وي:



نو $f(|x|)$ ګراف په لاندې توګه دی:



215 **ځواب)**

$$\left.\begin{cases}|a-b|=|1-3|=2\\ c=1\end{cases}\right\rangle |a-b|>1$$

معادله ځواب نلري.

216 **ځواب)**

$$\left.\begin{cases}|a-b|=|3-(-1)|=|4|=4\\ c=7\end{cases}\right\rangle |a-b|<7$$

معادله دوه ځوابونه لري.

217 **ځواب)**

$$\left.\begin{cases}|a-b|=|0-2|=|-2|=2\\ c=2\end{cases}\right\rangle |a-b|=c$$

معادله په $[0\,,2]$ انتروال کې بې شمېره ځوابونه لري.

218 **ځواب)**

$$2|x-6|+2\left|x+\frac{1}{2}\right|=1 \Rightarrow |x-6|+\left|x+\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$$

$$\left|\begin{cases}|a-b|=\left|6-\left(-\frac{1}{2}\right)\right|=\frac{13}{2}\\ c=\frac{1}{2}\end{cases}\right| |a-b|>\frac{1}{2}$$

معادله ځواب نلري.

219 **ځواب)**

$$\left.\begin{cases}|a-b|=|10-5|=5\\ c=5\end{cases}\right\rangle |a-b|=c$$

معادله په $[5,10]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

220 **ځواب)**

$$\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=k^2 \Rightarrow |x-1|+|x-3|=k^2$$

$$x'+x''=a+b \Rightarrow x'+5=1+3 \Rightarrow x'=-1$$

221 **ځواب)**

$$x'+x''=a+b \Rightarrow x'+x''=a-a$$

$$\Rightarrow x'+x=0$$

$$\Rightarrow x'=-x''$$

که پاسنۍ معادله دوه جذرونه ولري او $k > 2|a|$ وي، د معادلې دوه جذرونه د يوه بل معکوس دي.

222 ځواب)

$$\text{فرض}: x' = x'' = x' + x'' = 0$$

$$x' + x'' = a + b \Rightarrow 0 = a + b$$

$$\Rightarrow a = -b$$

223 ځواب)

$$\text{فرض}: x'' = 7a$$

$$x' = x'' = a + 3a \Rightarrow x' + 7a = 4a$$

$$\Rightarrow x' = -3a$$

224 ځواب)

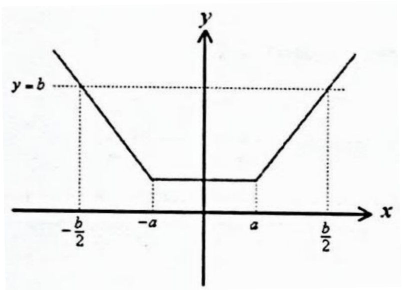
$$|a - b| = |1 + 5| < 8$$

نامساوات ځواب لري او ځواب يې لاندې انټروال دی.

د نامساواتو ځواب :

$$x \in \left(\frac{a+b-c}{2}, \frac{a+b+c}{2}\right) \Rightarrow x \in \left(\frac{1-5-8}{2}, \frac{1-5+8}{2}\right) \Rightarrow x \in (-6, 2)$$

225 ځواب)



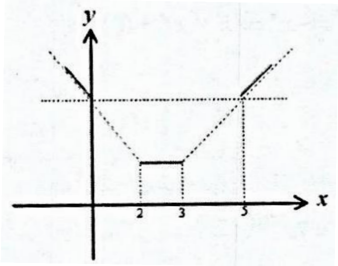
د نامساواتو ځواب:

$$x \in \left(\frac{a+b-c}{2}, \frac{a+b+c}{2}\right) \Rightarrow x \in \left(\frac{a-a-b}{2}, \frac{a-a+b}{2}\right) \Rightarrow x \in \left(\frac{-b}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

په هغه حالت کې چې $|x-a| + |x-b| > c$ وي، د نامساواتو ځواب لاندې انټروال دی.

$$D = \left(-\infty, \frac{a+b-c}{2}\right) \cup \left(\frac{a+b+c}{2}, +\infty\right)$$

226 **ځواب)**



$$x \in \left(-\infty, \frac{a+b-c}{2}\right) \cup \left(\frac{a+b+c}{2}, +\infty\right) => x \in (-\infty, 0) \cup (5, +\infty)$$

نامساوات په پاسني انتروال کې بې شمېره ځوابونه لري.

227 **ځواب)**

$$x \in \left(-\infty, \frac{a+b-c}{2}\right) \cup \left(\frac{a+b+c}{2}, +\infty\right) => x \in \left(-\infty, -\frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

نامساوات په پاسني انتروال کې بې شمېره ځوابونه لري.

228 **ځواب)** - (4) ځواب سم دی.

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$A = |x-1| + |x-2| = |x-1| + |2-x| \geq |x-1+2-x| = 1 => A \geq 1$$

229 **ځواب)**

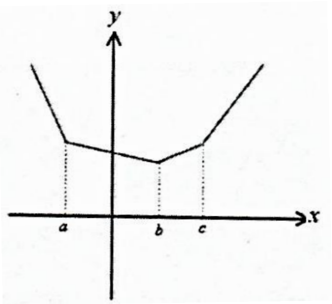
که د $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ ګراف په پام کې ونیسو min په $x = a$ یا $x = b$ یا $x = c$ نقطو کې واقع کېږي.

$$a < b < c => \begin{cases} a < b => a-b < 0 \\ b < c => b-c < 0 \\ a < c => a-c < 0 \end{cases}$$

$$if \quad x = a => y = |a-a| + |a-b| + |a-c| = (b-a) + (c-a)$$
$$= b-a+c-a > c-a => y > c-a$$

$$if \quad x = b => y = |b-a| + |b-b| + |b-c| = b-a+c-b$$
$$= c-a => y = c-a$$

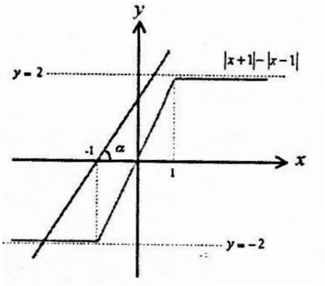
$$if \quad x = a => y = |c-a| + |c-b| + |c-c| =$$
$$= c-a+c-b > c-a => y > c-a$$



په دې اساس $y = c - a$ min ده او دغه min له $x = b$ ترلاسه کيږي يعنې مساوات هغه مهال صدق کوي چې $x = b$ وي.

230 ځواب)

دغه مسله د گراف په مرسته حل کوو:



$y = kx + 1$ خط له $(0,1)$ نقطې څخه تېرېږي.

له شکل څخه ښکاري چې په هغه حالت کې چې $k \le 0$ او يا $k > 1$ وي، $y = kx + 1$ خط يوازې په يوه نقطه کې $y = |x+1| - |x-1|$ گراف قطع کوي.

231 ځواب)

(يادونه) $\big||x| - |y|\big| \le |x + y|$

$$A = |x-2| - |x+3| \Rightarrow |A| = \big||x-2| - |x+3|\big|$$
$$\Rightarrow |A| = \big||2-x| - |x+3|\big| \le |(2-x) + (x+3)| = 5$$
$$\Rightarrow |A| \le 5$$
$$\Rightarrow -5 \le A \le 5$$

232 ځواب)

$$|3-x| - |x+2| = 5 \Rightarrow |x-3| - |x+2| = 5$$

$$\left.\begin{cases} |a-b| = |3-(-2)| = 5 \\ c = 5 \end{cases}\right\rangle |a-b| = c$$

معادله بې شمېره ځوابونه لري.

233 ځواب)

$$\left\{\begin{array}{l}|a-b|=|2-5|=|-3|=3 \\ c=-2\end{array}\right\rangle |a-b|>c$$

معادله يو ځواب لري.

234 ځواب)

$$\left\{\begin{array}{l}|a-b|=|3-(-1)|=4 \\ c=7\end{array}\right\rangle |a-b|<c$$

معادله ځواب نلري.

235 ځواب)

$$|2x-1|=|2x-3|+2 \Rightarrow |2x-1|-|2x-3|=2$$

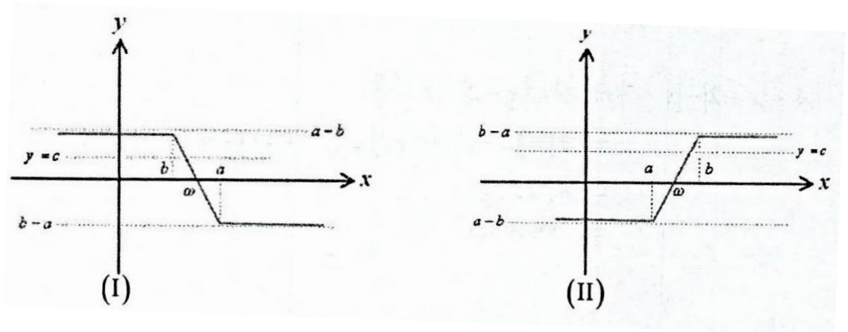
$$\Rightarrow 2\left|x-\frac{1}{2}\right|-2\left|x-\frac{3}{2}\right|=2$$

$$\Rightarrow \left|x-\frac{1}{2}\right|-\left|x-\frac{3}{2}\right|=1$$

$$\left\{\begin{array}{l}|a-b|=\left|\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right|=1 \\ c=1\end{array}\right\rangle |a-b|=c$$

معادله په $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$ انتروال کې بې شمېره ځوابونه لري.

236 ځواب)



د دواړو شکلونو په پاسنۍ برخه کې که $\left\{\begin{array}{l}(I) \; : \; c>a-b \\ (II) \; : \; c>b-a\end{array}\right.$ وي، $y=c$ خط $y=|x-a|-|x-b|$ گراف نه قطع کوي.

$$\begin{cases} c > a-b \\ c > b-a \Rightarrow c > -(a-b) \Rightarrow (a-b) > -c \end{cases} -c < (a-b) < c \Rightarrow |a-b| < c$$

د دواړو شـــکلونو پـــه لانـــدینۍ برخـــه کـــې کـــه $\begin{cases} (\mathrm{I}) & : \ c < b-a \\ (\mathrm{II}) & : \ c < b-b \end{cases}$ وي، $y = c$ خـــط $y = |x-a| - |x-b|$ گراف نه قطع کوي.

$$\begin{cases} c < b-a \Rightarrow c < -(a-b) \Rightarrow -c > a-b \\ c < a-b \end{cases} c < a-b < -c \Rightarrow$$

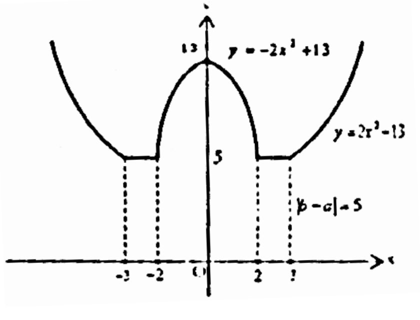
$$\Rightarrow -(-c) < a-b < -c \Rightarrow |a-b| < -c \Rightarrow c < -|a-b|$$

237 ځواب)

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$
$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

x	$-\infty$ -3	-3 -2	-2 2	2 3	3 $+\infty$
x^2-4	+	+ 0	− 0	+	+
x^2-9	+ 0	−	−	− 0	+

$$\begin{aligned}
&if \quad x \le -3 \Rightarrow y = (x^2-4) + (x^2-9) \Rightarrow y = 2x^2 - 13 \\
&if \quad -3 \le x \le -2 \Rightarrow y = (x^2-4) + [-(x^2-9)] \Rightarrow y = 5 \\
&if \quad -2 \le x \le 2 \Rightarrow y = [-(x^2-4)] + [-(x^2-9)] \Rightarrow y = -2x^2 + 13 \\
&if \quad 2 \le x \le 3 \Rightarrow y = (x^2-4) + [-(x^2-9)] \Rightarrow y = 5 \\
&if \quad x \ge 3 \Rightarrow y = (x^2-4) + (x^2-9) \Rightarrow y = 2x^2 - 13
\end{aligned}$$



238 ځواب)

$a = 4$ و $b = 9$

یادونـه) پـه $c = |b-a|$ وي معادلـه پـه $|x^2 - a| + |x^2 - b| = c$ معادلـه کـې کـه $[\sqrt{a}, \sqrt{b}]$ او $[-\sqrt{b}, -\sqrt{a}]$ واټنونو کې بې شمېره ځوابونه لري.

$$\begin{cases} |b-a| = |9-4| = 5 \\ c = 5 \end{cases} c = |b-a|$$

معادله په $[2,3]$ او $[-3,-2]$ واټن کې بې شمېره ځوابونه لري.

ځواب) 239

$a=4$ و $b=9$

يادونه) په $c=\left|x^2-a\right|+\left|x^2-b\right|$ معادله کې که $c<\left|b-a\right|$ وي، معادله ځواب نلري.

$$\begin{cases}\left|b-a\right|=\left|9-4\right|=5\\ c=4\end{cases}\Bigg\rangle\ c<\left|b-a\right|$$

معادله ځواب نلري.

ځواب) 240

$a=4$ او $b=0$

يادونه) په $c=\left|x^2-a\right|+\left|x^2-b\right|$ معادله کې که $\left|b-a\right|<c<a+b$ وي، معادله په لاندې توګه څلور جذرونه لري:

$$x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}\quad \text{و}\quad x=\pm\sqrt{\frac{a+b-c}{2}}$$

$$\begin{cases}\left|b-a\right|=5\\ a+b=13\\ c=10\end{cases}\Bigg\rangle\ \left|b-a\right|<c<b+a$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4+9+10}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{23}{2}}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{a+b-c}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4+9-10}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$$

ځواب) 241

$a=4$ و $b=9$

يادونه) په $c=\left|x^2-a\right|+\left|x^2-b\right|$ معادله کې که $c=a+b$ وي معادله په $x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}$ توګه دوه مختلف العلامه جذرونه او يو مضاعف صفر جذر لري.

$$\begin{cases}a+b=13\\ c=13\end{cases}\Bigg\rangle\ c=a+b$$

معادله يو مضاعف صفر جذر او په لاندې توګه دوه مختلف العلامه جذرونه لري:

$$x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4+9+13}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{13}$$

ځواب) 242

$b=9$ و $a=4$

یادونه) په $\left|x^2-a\right|+\left|x^2-b\right|=c$ معادله کې که $c>a+b$ وي، معادله په لاندې توګه دوه مختلف العلامه جذرونه لري:

$$x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}$$

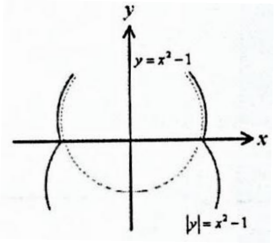
$$\left.\begin{cases}a+b=13\\ c=15\end{cases}\right\rangle\ c<a+b$$

معادله دوه مختلف العلامه جذرونه لري:

$$x=\pm\sqrt{\frac{a+b+c}{2}}\ \Rightarrow\ x=\pm\sqrt{\frac{4+9+15}{2}}\ \Rightarrow\ x=\pm\sqrt{14}$$

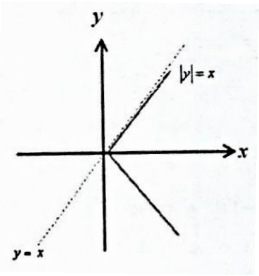
ځواب) 243

$$f(x)=x^2-\geq 0$$



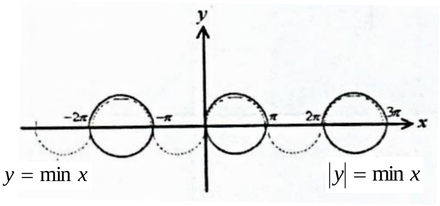
ځواب) 244

$$f(x)=x\geq 0$$



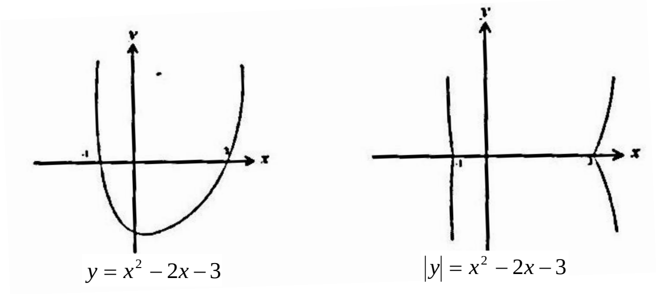
ځواب) 245

$$f(x)=\sin x\geq 0$$



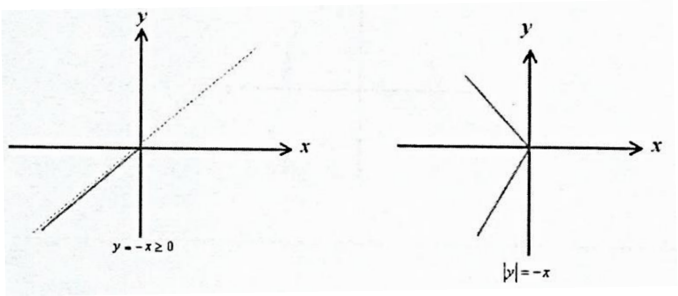
246 ځواب)

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \ge 0$$



247 ځواب)

$$f(x) = -x \ge 0 => x \le 0$$



248 ځواب)

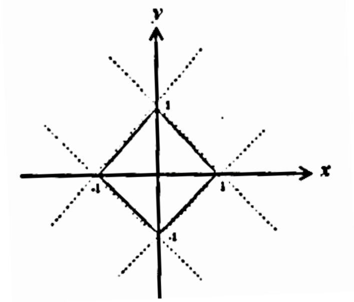
$y \ge 0\ ,\ x \ge 0 => y + x = 1 => y = 1 - x \quad ; \quad A_1(0,1)\ ,\ B_1(1,0)$

$y \ge 0\ ,\ x \le 0 => y - x = 1 => y = 1 + x \quad ; \quad A_2(0,1)\ ,\ B_2(-1,0)$

$y \le 0\ ,\ x \ge 0 => x - y = 1 => y = x - 1 \quad ; \quad A_3(0,-1), B_3(1,0)$

$y \le 0\ ,\ x \le 0 => -y - x = 1 => y + x = -1 => y = -x - 1$

$A_4(0,-1)\ , B_4(-1,0)$



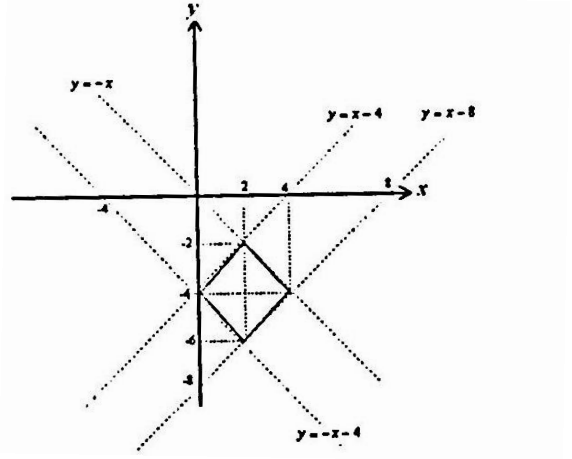
249 ځواب)

$x \ge 2\ ,\ y \ge -4 => (x-2) + (y+4) = 2 => x + y = 0 => y = -x$

$x \ge 2\ ,\ y \le -4 => (x-2) - (y+4) = 2 => x - 2 - y - 4 = 2 => x - y = 8 => y = x - 8$

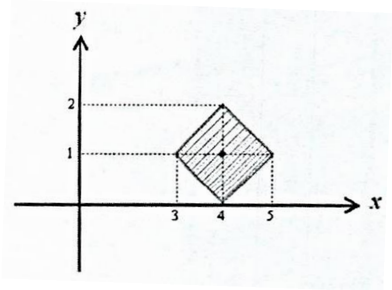
$x \le 2\ ,\ y \ge -4 => -x + 2 + y + 4 = 2 => -x + y = -4 => y = x - 4$

$x \le 2\ ,\ y \le -4 \Rightarrow -x+2-y-4=2 \Rightarrow -x-y=-4 \Rightarrow y=-x-4$
$a-k \le x \le a+k \Rightarrow 0 \le x \le 4$
$b-k \le y \le b+k \Rightarrow -6 \le y \le -2$



250 ځواب)

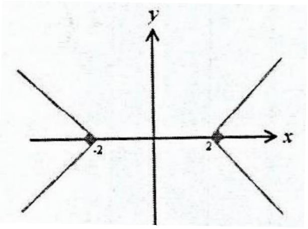
لومړی د $|x-4|+|y-1|=1$ رابطې گراف چې $(4,1)$ مرکز او 2 قطر لرونکې مربع ده رسموو، د مربع د ننه او د اضلاعو پرمخ پرتې نقطې یې ځوابونه دي.



251 ځواب)

$0-2 \le x \le 0+2 \Rightarrow -2 \le x \le 2$

252 ځواب)



$x \ge 0\ ,\ y \ge 0 \Rightarrow x-y=2$

$x \ge 0\ ,\ y \le 0 \Rightarrow x+y=2$

$x \le 0\ ,\ y \ge 0 \Rightarrow -x-y=2$

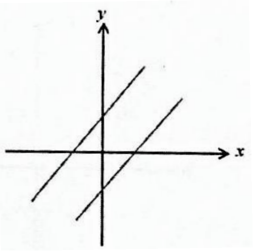
$x \le 0\ ,\ y \le 0 \Rightarrow -x+y=2$

253 ځواب)

$$|2x-2|-|3y-6|=0 \Rightarrow |2x-2|=|3y-6| \Rightarrow 2x-2=\pm(3y-6) \Rightarrow \begin{cases} 3y-2x-4=0 \\ 3y+2x-8=0 \end{cases}$$

د دوو متقاطع خطونو گراف دی.

254 ځواب)



$$x - y = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$$